

**UNIVERSITÉ PARIS-NORD
INSTITUT GALILÉE**

LABORATOIRE DE PHYSIQUE DES LASERS

**THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS XIII
spécialité : Physique**

**présentée par
Gabriel BISMUT**

**pour obtenir le titre de
Docteur en Physique**

**Sujet de la thèse :
Excitations d'un condensat de Bose-Einstein dipolaire**

Soutenue le 28 mars 2012, devant le jury composé de :

Mme Michèle LEDUC	Présidente
M. Daniel COMPARAT	Rapporteur
M. Franck PEREIRA DOS SANTOS	Rapporteur
M. Christian CHARDONNET	Examineur
M. Olivier GORCEIX	Directeur de thèse
M. Laurent VERNAC	Co-directeur de thèse

Table des matières

Remerciements	vii
Introduction	3
0.1 Introduction générale	3
0.1.1 Préambule	3
0.1.2 Thématiques liées à ma thèse	4
0.1.3 Autres exemples de gaz dipolaires	5
0.2 Résumé des principales expériences effectuées pendant ma thèse	6
0.3 Les interactions dans les gaz quantiques dipolaires	7
0.3.1 L'interaction moléculaire	7
0.3.2 L'interaction dipôle-dipôle	7
0.4 Structure de cette thèse	9
I Optimisation du dispositif expérimental et du processus de condensation du Chrome	11
1 Condensation du Chrome	13
1.1 Description du dispositif expérimental	13
1.1.1 La chaîne bleue	15
1.1.2 Les repompeurs	17
1.1.3 Laser de pompage optique	19
1.1.4 Le piège optique	19
1.2 Le système d'imagerie	20
1.3 Procédé de refroidissement	20
1.3.1 Ralentissement Zeeman	21
1.3.2 Refroidissement transverse	22

1.3.3	Le piège magnéto-optique	22
1.3.4	Chargement du piège optique allongé	23
1.3.5	Annulation des forces magnétiques	24
1.4	Condensation et recompression du piège dipolaire	25
1.4.1	Polarisation dans le sous-état Zeeman stable	25
1.4.2	Le piège optique croisé	27
1.4.3	Le refroidissement évaporatif	27
1.4.4	Recompression du condensat	27
1.4.5	Imagerie et analyse du BEC de chrome	29
1.5	Conclusion	30
2	Optimisation du chargement du piège dipolaire : contrôle de l'accumulation dans les états métastables	33
2.1	Optimisation du dépompage vers les états métastables	33
2.1.1	Temps de formation du MOT	33
2.1.2	Durée de vie du MOT	35
2.1.3	Optimisation du chargement du piège dipolaire	36
2.2	Pertes inélastiques dans les états métastables	38
2.2.1	Pertes inélastiques dans 5S_2 et 5D_4	38
2.2.2	Influence des atomes excités du MOT	41
2.3	Populations des états métastables	42
2.3.1	Un cas simple	42
2.3.2	Accumulation dans les états 5S_2 et 5D_4	43
2.3.3	Utilisation de tous les canaux de fuite	46
2.4	Conclusion	47
3	Réalisation et mise en oeuvre d'une cavité passive de référence	49
3.1	Nécessité d'une cavité Fabry-Pérot passive ultra-stable	49
3.2	Conception de la cavité Fabry-Pérot	51
3.2.1	Asservissement des repompeurs sur la cavité	51
3.2.2	Montage de la cavité Fabry-Pérot	53
3.2.3	Asservissement en température de la cavité	56
3.3	Étude de l'ULE	58
3.3.1	Dilatation thermique	58
3.3.2	Couplage Thermique	61
3.4	Convergence et stabilité de l'asservissement	67

3.4.1	Fonctions de transfert du système d'asservissement	68
3.4.2	Convergence et efficacité de l'asservissement	71
3.5	Conclusion	79
II Excitations collectives dans un condensat de Bose-Einstein dipolaire		81
4	Excitation des modes collectifs d'un BEC dipolaire	83
4.1	Contexte expérimental	84
4.1.1	Striction du BEC	84
4.1.2	Stabilité/Instabilité d'un BEC dipolaire	86
4.2	Hydrodynamique d'un BEC dipolaire piégé	87
4.2.1	Équations Hydrodynamiques	87
4.2.2	Excitations collectives : équations du mouvement	89
4.2.3	Prise en compte de l'interaction dipôle-dipôle	95
4.3	Excitations collectives d'un BEC dipolaire	100
4.3.1	Principe de l'expérience	100
4.3.2	Limitations expérimentales	106
4.3.3	Sources et mesures des effets systématiques	110
4.3.4	Mesure de l'influence de la DDI sur la fréquence d'un mode collectif	114
4.3.5	Influence de la géométrie du piège	117
4.3.6	Influence du nombre d'atomes dans le BEC	119
5	Spectroscopie de Bragg d'un BEC dipolaire	123
5.1	Spectre d'excitation d'un condensat homogène	124
5.1.1	Approximation de Bogoliubov	125
5.1.2	Prise en compte de l'interaction dipôle-dipôle	132
5.1.3	Approximation de champ moyen	136
5.2	Description de l'expérience	144
5.2.1	Transition de Bragg à deux photons	145
5.2.2	Dispositif expérimental	147
5.2.3	Déroulement de l'expérience	152
5.2.4	Expansion de l'excitation	157
5.2.5	Amélioration du rapport signal à bruit	163
5.2.6	Transition de Bragg à 4 photons	164

5.3	Approximation de densité locale dans un condensat inhomogène	168
5.3.1	Validité de la LDA en présence d'interactions dipôle-dipôle et de contact	169
5.3.2	Sources d'élargissement du spectre d'excitation	173
5.4	Résultats expérimentaux	181
5.4.1	Régime phononique	184
5.4.2	Régime des particules	188
5.4.3	Expérience à 4 photons	192
5.4.4	Courbes de dispersion	192
5.4.5	Influence de la DDI sur le facteur de structure statique	197
 III Dynamique de spin d'un condensat de Bose-Einstein dipolaire		205
 6 Relaxation dipolaire et démagnétisation spontanée dans un BEC de Chrome		207
6.1	Étude de la relaxation dipolaire	207
6.1.1	Relaxation dipolaire dans un potentiel d'interaction moléculaire	208
6.1.2	Relaxation dipolaire dans un BEC fortement confiné	212
6.2	Démagnétisation spontanée dans un BEC dipolaire	215
6.3	Conclusion	218
 Conclusion		221
 A Calibration expérimentale de la profondeur du réseau optique créé par deux faisceaux de Bragg		227
 B Elargissement Doppler d'un spectre de diffusion de Bragg		231
 Bibliographie		235

Remerciements

Je tiens tout d’abord à remercier mon directeur de thèse, Olivier Gorceix, pour la confiance qu’il m’a accordée en m’accueillant dans son équipe, ainsi que pour les choix judicieux qui ont donné à ma thèse toute sa cohérence.

Je voudrais également remercier Bruno Laburthe-Tolra pour son dynamisme. J’ai particulièrement bénéficié du recul et de la patience dont il a fait preuve à mon égard. Son souci d’une compréhension intuitive des problèmes physiques, ses nombreuses indications et nombreux conseils me furent d’une aide précieuse et ont grandement contribué à ma formation.

Je remercie Laurent Vernac pour son aide quotidienne dans mon travail, pour avoir partagé mon intérêt pour les nombreuses questions soulevées lors du défrichage qui constitue une bonne partie d’un travail de thèse. Je le remercie également pour son exigence et pour avoir encadré ma thèse jusqu’à une heure tardive à la veille de ma soutenance.

Je remercie tout particulièrement Paolo Pedri pour sa grande patience, sa disponibilité pour répondre, de manière toujours très pertinente, à mes nombreuses questions plus ou moins pertinentes. Son apport théorique m’a donné une vision plus complète de mon travail de thèse, qui m’est alors apparu comme encore plus passionnant. Je le remercie également pour ses encouragements, ainsi que pour son soutien moral qui m’a été d’une grande aide dans les moments difficiles.

Je remercie Étienne Maréchal pour m’avoir prodigué ses conseils, aussi bien techniques que sur le plan humain. Son optimisme et sa pondération ont été d’une grande importance pour moi.

Je remercie Benjamin Pasquiou pour l’efficacité et la rigueur de son travail, ainsi que pour la complémentarité et la complicité qu’ensemble nous avons développées durant nos deux thèses. Je garderai grâce à lui un très bon souvenir de ces longues heures de prises de données, entrecoupées de nombreux “re-lockages” des lasers et autres recherches de minuscules poussières sur des miroirs. Je souhaite à Benjamin toute la réussite possible dans la suite de sa carrière.

Merci à Aurélie de Paz pour les heures de travail et/ou de rigolade partagées ensemble. Je lui souhaite de relever avec succès le défi que représente une thèse de physique expérimentale.

Je n'oublie pas de remercier les personnes qui ont quitté cette équipe avant moi et m'ont laissé un très bon souvenir : Quentin Beaufiles, qui a joué un rôle essentiel dans l'obtention des premiers condensats à Villetaneuse et a guidé mes premiers pas sur la manip ; Maxim Efremov, avec qui j'ai aimé discuter de théorie, et qui m'a souvent encouragé durant ma rédaction.

Je tiens également à remercier le personnel administratif et technique du LPL. Je remercie le directeur du laboratoire, Charles Desfrancois. Je remercie Martine Alsters, Solen Guezennec et Sabine Barbut, qui ont toujours répondu à mes requêtes avec patience et gentillesse. Je remercie Marc Barbier, Dejan Kocic, Albert Kaladjian et Julien De Lapeyre de Bellair. Je remercie Michel Fosse pour son travail d'isolation sur la nouvelle table optique qui a accueilli notre cavité passive ultra-stable. Je remercie tout particulièrement Fabrice Wiotte pour avoir, entre autres, conçu la pièce maîtresse du dispositif électronique utilisé dans notre expérience de diffusion de Bragg.

Merci à Benoît Darquié pour son aide précieuse sur le traitement des données et la détermination des barres d'erreurs.

Je remercie Michèle Leduc, directrice de l'IFRAF, sans qui je n'aurais pas pu effectuer ma thèse dans cette équipe. Je remercie mon jury de thèse, et en particulier les deux rapporteurs, Daniel Comparat et Franck Pereira Dos Santos.

Je dédie cette thèse à ma famille, et en particulier à mes parents, chez qui j'ai puisé une bonne partie de l'énergie nécessaire à la conduite de ce travail. Ils ont été pour moi une référence permanente. Je les remercie du fond du coeur pour leur patience et pour leur soutien.

Introduction

0.1 Introduction générale

0.1.1 Préambule

La condensation de Bose-Einstein est une transition de phase caractérisée par l'accumulation de bosons dans un même état quantique. Ce phénomène peut se produire en l'absence d'interactions ([1]). Cependant, les interactions enrichissent considérablement la physique des condensats de Bose-Einstein. Elles leur confèrent notamment un caractère superfluide. Après la réalisation expérimentale des premiers condensats, constitués d'atomes alcalins ([2, 3, 4]), un pas vers la vérification expérimentale de cette superfluidité a été franchi avec la nucléation de vortex ([5]), par analogie avec la physique de l'hélium liquide. Par la suite, l'existence d'une vitesse critique, au dessous de laquelle aucune excitation du condensat, telle qu'un vortex, ne peut être créée, a été observée ([6, 7, 8, 9]). Cette observation est conforme au critère de Landau sur la superfluidité ([10]).

Contrairement à l'hélium superfluide, les condensats de Bose-Einstein sont des superfluides composés de particules interagissant très faiblement entre elles. Le spectre d'excitation d'un tel gaz de bosons a été établi par Bogoliubov ([11]). Aux grandes longueurs d'onde, les excitations ont une relation de dispersion linéaire, et sont appelées "phonons", par analogie avec la physique des solides. La courbe de dispersion d'un condensat de Bose-Einstein a été explorée expérimentalement, grâce à la diffusion de Bragg ([12, 13, 14]), en très bon accord avec les prédictions de Bogoliubov.

Par la suite, le confinement des condensats de Bose-Einstein dans des systèmes de dimensionnalité réduite (2D ou 1D) a rendu possible l'observation de transitions vers des régimes fortement corrélés ([15, 16]), comme le régime de Tonks-Girardeau ([17, 18]), ou le régime isolant de Mott ([19, 20]).

Les phénomènes physiques énoncés ci-dessus sont gouvernés par les interactions de contact, qui sont isotropes et à courte portée. Pendant de longues années, ces phénomènes n'ont été étudiés que sur des condensats d'alcalins, pour lesquels ce type d'interaction est très largement dominant. Cette physique peut toutefois être enrichie par l'interaction dipôle-dipôle (DDI), qui est anisotrope et à longue portée. Pour le chrome, cette interaction n'est pas négligeable. Cet élément chimique doit cette caractéristique à son fort moment magnétique, qui vaut $6\mu_B$ (μ_B est le magnéton de Bohr). Le potentiel d'interaction dipôle-dipôle est donc 36 fois plus fort pour le chrome que pour les alcalins, pour lesquels le moment magnétique vaut $1\mu_B$. La condensation du ^{52}Cr a été réalisée pour la première fois en 2005 par le groupe de Tilman Pfau à Stuttgart ([21]). Ce résultat a amorcé l'étude expérimentale des condensats dipolaires.

0.1.2 Thématiques liées à ma thèse

Je présente ci-dessous les principaux résultats expérimentaux et théoriques relatifs à la physique des condensats dipolaires, obtenus avant le début de ma thèse dans l'équipe "Nanochrome". Je les ai regroupés selon deux axes majeurs, qui ont guidé les recherches de l'équipe. Le premier axe concerne l'état fondamental et le spectre d'excitation d'un BEC dipolaire. Le deuxième axe a trait aux collisions inélastiques, dues à la DDI, qui peuvent modifier la magnétisation du condensat.

Hydrodynamique superfluide et spectre d'excitation d'un BEC dipolaire

La DDI peut être à l'origine de fascinants phénomènes physiques dans le domaine de l'hydrodynamique superfluide.

Parmi eux, on peut tout d'abord citer la modification, par la DDI, du rapport d'aspect du condensat, appelée striction, mise en évidence expérimentalement dans ([22, 23]). Par ailleurs, plusieurs articles théoriques ont étudié l'influence de la DDI sur les fréquences des modes d'excitations collectives de surface du condensat ([24, 25, 26]). De façon générale, en géométrie 3D, la théorie prévoit une modification, par la DDI, de tout le spectre d'excitation du condensat, et en particulier de l'énergie des phonons ([27]). La vitesse de propagation de ces derniers (la vitesse du son), devient alors anisotrope. Pour les condensats dipolaires dans lesquels les interactions de contact sont prédominantes, ces effets de la DDI sont relativement faibles, comme nous l'avons observé dans nos expériences.

Lorsque l'interaction dipôle-dipôle est plus importante, elle peut bouleverser les propriétés d'un BEC en 3D, ou en dimensions réduites. En 3D, l'état fondamental, ainsi que les excitations collectives du condensat, sont, d'après des travaux théoriques, fortement modifiés par la DDI ([28, 24, 25]). La stabilité du condensat devient, en raison de l'anisotropie de la DDI, dépendante de sa géométrie ([29]). Pour un BEC allongé le long de l'axe du champ magnétique, un effondrement a été observé expérimentalement par le groupe de Tilman Pfau ([30, 31]).

De plus, des études, pour l'instant purement théorique, ont révélé, dans le spectre d'excitation d'un BEC fortement dipolaire en géométrie quasi-2D, l'existence d'un minimum rotonique ([32, 33]). Ces études font référence à des phénomènes analogues se produisant dans l'hélium superfluide ([34, 35]). La présence d'un roton peut conduire à des effondrements locaux du condensat ([36, 37, 27]). En géométrie 1D, le minimum rotonique disparaît. Le gaz dipolaire perd son caractère superfluide (de même que pour les BEC 1D non dipolaires [38]) et s'apparente à un liquide de Luttinger ([39, 40]).

Enfin, les excitations collectives des gaz dipolaires piégés suscitent un intérêt particulier dans le domaine de l'information quantique. Les interactions à longue portée et les modes collectifs sont en effet susceptibles de revêtir un rôle clé dans la conception de calculateurs quantiques ([41, 42]).

Condensats à magnétisation libre

La DDI peut être à l'origine de collisions inélastiques. En raison de l'anisotropie de la DDI, le moment magnétique total de deux particules entrant en collision n'est pas conservé.

Lorsque ces collisions sont énergétiquement favorables, de l'énergie magnétique peut être relâchée et transformée en énergie cinétique. Ce type de collisions, appelé "relaxation dipolaire", explique pourquoi des éléments tels que le chrome, le césium ou le dysprosium n'ont pas pu être condensés par refroidissement évaporatif dans un piège magnétique ([43, 44, 45, 46]). Le mécanisme inverse à la relaxation dipolaire, caractérisé par la transformation d'énergie cinétique en énergie magnétique, a été utilisé par le groupe de Tilman Pfau pour refroidir un gaz thermique de chrome ([47]).

La géométrie d'un système physique joue un grand rôle sur la relaxation dipolaire. Dans un système à géométrie cylindrique, le moment angulaire total est conservé. Lors d'un événement de relaxation dipolaire ayant lieu dans un tel système, il y a donc un transfert de moment magnétique vers le moment orbital relatif des deux particules entrant en collision. Il s'ensuit une mise en rotation des produits de collision, qui peut engendrer la formation de vortex ([48]). Ce phénomène s'apparente à l'effet Einstein-de Haas qui a lieu dans les ferroaimants ([49]). Il n'a, jusqu'à présent, jamais été observé dans un condensat de Bose-Einstein. Nous nous y sommes intéressés dans nos expériences.

Dans le cas des condensats de spin $S = 3$, comme le chrome, il est prédit qu'aux très bas champs magnétiques, la relaxation dipolaire est le vecteur d'une dynamique spinorielle d'un type nouveau ([50]). La dépendance en spin de l'énergie due aux interactions de contact, donne lieu à la formation de nouvelles phases quantiques spinorielles de différentes magnétisations ([51]). En rendant possible une démagnétisation du condensat, la relaxation dipolaire autorise les transitions entre ces différentes phases. Avant nos travaux, la dynamique spinorielle d'un système à magnétisation libre n'avait jamais été observée expérimentalement.

0.1.3 Autres exemples de gaz dipolaires

Depuis la condensation du chrome, d'autres espèces atomiques, à fort moment dipolaire magnétique, ont été refroidies par laser. Il s'agit de l'erbium (de moment magnétique $7\mu_B$, [52]), et du dysprosium (de moment magnétique $10\mu_B$, [53]), qui a été récemment condensé ([46]).

En présence d'un champ électrique suffisamment élevé, les atomes de Rydberg possèdent un très fort moment dipolaire électrique. Les très fortes interactions dipôle-dipôle qui en résultent ont, grâce au phénomène de blocage dipolaire ([54]), été utilisées pour créer des états intriqués à deux atomes de Rydberg ([55]). Ces expériences peuvent avoir d'intéressantes applications dans le domaine de l'information quantique ([56]).

Le principal inconvénient des états de Rydberg est leur faible durée de vie (quelques dizaines de μs), due à l'émission spontanée. Les molécules hétéronucléaires, récemment refroidies à de fortes densité dans l'espace des phases ([57, 58]) et possédant, dans un champ électrique élevé, une forte polarisabilité, sont également de bons candidats à l'étude des gaz dipolaires.

Les particules dipolaires sont considérées comme prometteuses pour la réalisation de systèmes robustes d'information quantique ([59, 60, 61, 62]).

0.2 Résumé des principales expériences effectuées pendant ma thèse

Les expérimentateurs du groupe “Nanochrome”, à Villetaneuse, ont atteint la dégénérescence quantique du chrome en 2007 ([63]). Dès lors, ils se sont intéressés aux propriétés magnétiques et collisionnelles de cet élément ([64, 65, 66]).

Lorsque j'ai commencé ma thèse dans cette équipe, en septembre 2008, j'ai profité d'un dispositif expérimental fonctionnel et prêt à produire des résultats. J'ai également bénéficié de l'élan, partagé par les chercheurs de cette équipe, vers la caractérisation d'un certain nombre d'effets liés à l'anisotropie de l'interaction dipôle-dipôle (DDI).

Durant ces trois dernières années, nous avons adopté une démarche similaire à celle des chercheurs qui, vers la fin des années 90, furent les premiers à être confrontés à un BEC ([2, 3]). Ces derniers, guidés par leur instinct ([67]), ont, entre autres manipulations, “secoué” (en modulant la profondeur du piège, [68, 69]) et “modélé” (grâce à la diffusion de Bragg, qui provoque la création d'une onde de densité, [12, 14]) des condensats de sodium et de rubidium. Ces expériences leur ont permis de sonder le spectre d'excitations et d'observer les propriétés hydrodynamiques dues aux interactions de contact, des condensats de Bose-Einstein.

Nous avons, à notre tour, soumis le BEC de chrome à différents types d'excitations, l'avons “secoué” ([70]) et “modélé”. Les expériences décrites dans le présent ouvrage constituent la première observation de l'influence de la DDI sur un mode collectif de surface, ainsi que sur les phonons, dans condensat de Bose-Einstein. Le BEC de chrome a été excité à plusieurs longueurs d'onde allant de la taille du condensat (quelques μm) à des valeurs inférieures à la distance inter-particules moyenne (≈ 100 nm).

Une autre partie, importante, de mon travail de thèse, a été consacrée à la caractérisation de la relaxation dipolaire, pour différentes valeurs du champ magnétique de polarisation ([71, 72]), ainsi qu'à l'étude de la dynamique spinorielle du condensat de Chrome ([73]). Ces expériences ont été effectuées dans un BEC 3D, ou pour des plus basses dimensionnalités. Des géométries 2D ou 1D ont été atteintes grâce au confinement du BEC de chrome dans des réseaux optiques.

0.3 Les interactions dans les gaz quantiques dipolaires

Les atomes constituant un gaz dipolaire peuvent interagir de deux façons : par l'intermédiaire d'un potentiel d'interaction moléculaire, isotrope et à courte portée, et par interaction dipôle-dipôle, anisotrope et à longue portée. Nous récapitulons ici quelques propriétés fondamentales de ces deux types d'interaction.

0.3.1 L'interaction moléculaire

A grande distance, le potentiel d'interaction moléculaire $V(\mathbf{r})$ se comporte comme un potentiel électrostatique, attractif, de van der Waals (en $\frac{1}{r^6}$). Il devient répulsif à très courte distance (de l'ordre de la taille d'une particule).

$V(\mathbf{r})$ possède une longueur de diffusion en onde s , que nous appelons a .

Pour un gaz dilué à basse température, on peut, dans l'approximation de Born, modéliser $V(\mathbf{r})$ par un pseudo-potential d'interaction de contact, et on écrit alors ([74, 75]) :

$$V(\mathbf{r}) = g\delta(\mathbf{r}) \quad (0.1)$$

où

$$g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}, \quad (0.2)$$

m étant la masse d'un atome du condensat.

Ce pseudo-potential, isotrope et à courte portée, peut être répulsif ($a > 0$) ou attractif ($a < 0$).

Les interactions de contact sont dominantes dans les espèces atomiques condensées jusqu'à présent. Elles sont répulsives dans des espèces telles que le ^{87}Rb , le sodium ou le chrome. Pour le chrome dans son état fondamental, on lit $a = (112 \pm 14)a_B$ dans [76], et $a = (102,5 \pm 0,4)a_B$ dans [64] (a_B est le rayon de Bohr).

Le ^7Li , condensé en 1995 ([4]), présente des interactions de contact attractives. Pour un nombre d'atomes suffisamment élevé, cela peut conduire à un effondrement, observé dans [77], du condensat piégé.

0.3.2 L'interaction dipôle-dipôle

Le potentiel d'interaction dipôle-dipôle $V_{dd}(\mathbf{r})$ existant entre deux particules polarisées dont la position relative est \mathbf{r} est donné par la formule suivante :

$$V_{dd}(\mathbf{r}) = \frac{C_{dd}}{4\pi} \frac{1 - 3\cos^2\theta_{\mathbf{r}}}{r^3} \quad (0.3)$$

où $C_{dd} = \mu_0 S^2 (g_J \mu_B)^2$, μ_0 étant la perméabilité du vide, S le spin des atomes, g_J le facteur de Landé dans l'état de moment cinétique total J et μ_B le magnéton de Bohr. $\theta_{\mathbf{r}}$ est l'angle que fait l'axe de polarisation des dipôles avec le vecteur \mathbf{r} .

Ce potentiel est anisotrope. Ainsi l'interaction dipôle-dipôle est répulsive pour des dipôles placés côté à côté ($\theta_{\mathbf{r}} = \frac{\pi}{2}$, $V_{dd}(\mathbf{r}) > 0$) et attractive pour des dipôles alignés le long de l'axe de polarisation ($\theta_{\mathbf{r}} = 0$, $V_{dd}(\mathbf{r}) < 0$) (voir figure 1).

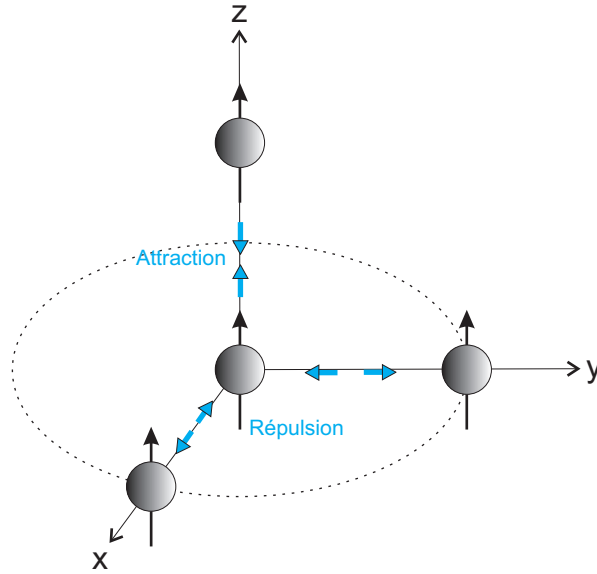


FIGURE 1 – L'interaction dipôle-dipôle entre particules polarisées est répulsive dans le plan perpendiculaire aux dipôles et attractive selon l'axe des dipôles.

De plus, cette interaction est à longue portée en géométrie 3D : cette caractéristique est commune aux potentiels d'interaction pour lesquels on ne peut pas définir de longueur de diffusion, c'est à dire dont la dépendance radiale est en $\frac{1}{r^n}$, avec $n \leq 3$ ([27]).

On peut définir un paramètre sans dimension, ϵ_{dd} , donnant la force de l'interaction dipôle-dipôle relativement à l'interaction de contact :

$$\epsilon_{dd} = \frac{C_{dd}}{3g} \quad (0.4)$$

Dans le cas d'un BEC de ^{52}Cr ($S = 3$ et $g_J = 2,00$ à l'état fondamental), on a $\epsilon_{dd} \approx 0,16$. Cette valeur sera utilisée dans la suite de cette thèse.

0.4 Structure de cette thèse

Première partie. La première partie est consacrée à l’optimisation du dispositif et du processus de refroidissement du chrome, incluant des modifications importantes apportées depuis le début de ma thèse.

Le premier chapitre présente notre dispositif expérimental et récapitule les étapes importantes de la condensation du chrome : le nuage bosonique de chrome est d’abord piégé dans un piège magnéto-optique (MOT), puis transféré dans un piège optique dans lequel a lieu l’évaporation. Le deuxième chapitre décrit en détail la stratégie d’optimisation du chargement du piège optique. Cette stratégie est fondée sur l’accumulation des atomes de chrome dans des états métastables. Le troisième chapitre décrit la conception et la construction d’une cavité Fabry-Pérot passive stabilisée en température. Cette cavité est utilisée pour référencer nos nouveaux lasers. Elle présente une stabilité en fréquence (incluant les dérives lentes) meilleure que le MHz, à une longueur d’onde de 633 nm, sur une durée d’un an. Cela correspond à une stabilité relative meilleure que 2.10^{-9} sur cette durée. Ces performances sont étonnamment bonnes compte tenu de la simplicité de la conception de cette cavité “ultra-stable”.

Deuxième partie. Cette partie constitue le cœur du présent ouvrage. Elle présente des résultats expérimentaux importants ayant trait à l’hydrodynamique superfluide d’un condensat de Bose-Einstein dipolaire.

Dans une première expérience, décrite dans le chapitre 4, nous avons mesuré la fréquence d’un mode collectif de surface, assimilé à un mode quadrupolaire ([74, 78]), pour deux orientations différentes du champ magnétique de polarisation des dipôles. Ces deux orientations sont orthogonales. Les deux fréquences mesurées pour ce mode quadrupolaire sont de l’ordre de 700 Hz et diffèrent au maximum de 2,3 %. Cet écart relatif, prédit dans [79, 24, 26], reflète la faible influence de l’interaction dipôle-dipôle sur la fréquence d’un mode collectif du condensat de chrome. Dans ce condensat, les interactions de contact sont en effet prédominantes ($\epsilon_{dd} = 0,16$). Nos mesures ont été reproduites pour plusieurs géométries du piège. Au voisinage de la symétrie cylindrique, nous avons observé une forte réduction de l’écart relatif mesuré, en bon accord avec la théorie.

Le chapitre 5 décrit une expérience de spectroscopie de Bragg du condensat de chrome. La fréquence de résonance d’une excitation a été mesurée pour deux orientations orthogonales du champ magnétique. Cette expérience, qui consiste à transférer au condensat un moment $\hbar\mathbf{q}$ afin de sonder la relation de dispersion des excitations du BEC, a été reproduite à plusieurs longueurs d’onde $\frac{2\pi}{q}$. Nous avons alors mis en évidence l’effet de la DDI sur le spectre d’excitation du BEC de chrome, dans le régime phononique et à proximité du régime des particules ([74, 80]). De nos mesures, nous avons déduit la vitesse du son dans le condensat de chrome. Nous avons obtenu, pour cette vitesse, $2,64 \pm 0,1 \text{ mm.s}^{-1}$ lorsque les dipôles sont orientés parallèlement à la

direction de propagation de l'onde sonore, et $2,06 \pm 0,05 \text{ mm.s}^{-1}$ lorsque les dipôles sont orientés perpendiculairement à cette direction. Ce résultat est en bon accord avec nos calculs théoriques effectués grâce à une approximation de densité locale (LDA). Cet effet de la DDI a été prédit dans [29, 27] dans le cas d'un BEC homogène 3D.

Troisième partie. En un seul chapitre, la dernière partie récapitule très brièvement les résultats d'autres expériences effectuées au cours de ma thèse. Ces expériences sont décrites plus en détail dans la Thèse de Benjamin Pasquiou ([81]). Elle ont été consacrées à l'étude de la physique des condensats à magnétisation libre.

Nous décrivons d'abord l'effet du potentiel d'interaction moléculaire sur la relaxation dipolaire. Cet effet nous permet de considérer la relaxation dipolaire comme un moyen de sonder les corrélations de paire atomique, dans un gaz quantique. Nous montrons ensuite l'effet, sur la relaxation dipolaire, du confinement du condensat dans des réseaux optiques 1D et 2D. Enfin, nous abordons le domaine de la physique spinorielle à N corps. A de très bas champs magnétiques, de l'ordre de $500 \mu\text{G}$, on observe une démagnétisation spontanée du condensat de chrome, initialement polarisé dans le sous-état Zeeman de plus basse énergie, $|m_J = -3\rangle$. Cette démagnétisation est véhiculée par la DDI, qui rend possibles les couplages entre différentes magnétisations. Ce phénomène, qui est rendu énergétiquement favorable par la dépendance en spin de l'énergie des interactions de contact, révèle une transition de phase entre un état ferromagnétique et un état non polarisé.

Première partie

Optimisation du dispositif expérimental et du processus de condensation du Chrome

Chapitre 1

Condensation du Chrome

Dans ce chapitre, nous décrivons le dispositif expérimental consacré au refroidissement et au piégeage du ^{52}Cr . Nous détaillons les étapes principales menant à la condensation du chrome, que notre équipe a atteinte pour la première fois en 2007 grâce à une méthode dite “toute optique” ([63]), ainsi que l’imagerie du condensat de Bose-Einstein (BEC). Le travail effectué pour obtenir la dégénérescence quantique est très largement documenté dans les thèses de Quentin Beauvils ([82]) et de Radu Chicireanu ([83]). Dans le présent chapitre, nous faisons état des quelques améliorations apportées à notre expérience durant les trois dernières années.

1.1 Description du dispositif expérimental

Un four, initialement à 1000°C , émet un jet effusif de chrome lorsqu’il est porté à des températures situées entre 1350°C et 1500°C , selon le flux atomique que l’on souhaite obtenir. La cellule chauffante est constituée d’un creuset en tungstène dans lequel est fixé un insert en zircone contenant un barreau de 20 g de chrome (voir fig. 1.1). La présence de l’insert permet d’éviter la fusion eutectique du chrome en contact avec le tungstène. Le choix des matériaux composant la cellule a été l’objet d’une étude approfondie détaillée dans les thèses d’Arnaud Poudérous et de Radu Chicireanu ([83, 84]). Des filaments chauffants en tungstène entourent le creuset. Il a été constaté, durant ces dernières années d’expériences, que le chrome contenu dans le four s’épuisait au bout de six à dix-huit mois lorsque la température de chauffage était de 1350°C .

En sortant du four, la vapeur de chrome traverse un bouclier thermique et pénètre dans une première enceinte sous ultra-vide. La pression y régnant est de 4.10^{-9} mBar à 1350°C . Nous profitons ici d’une propriété remarquable des atomes de chrome qui ont tendance à adhérer aux parois du four et à adsorber les molécules du vide résiduel (effet “getter”), produisant ainsi un effet de pompe, ce qui explique une pression aussi faible à cette température. Un ralentisseur Zeeman sépare cette enceinte d’une deuxième en-

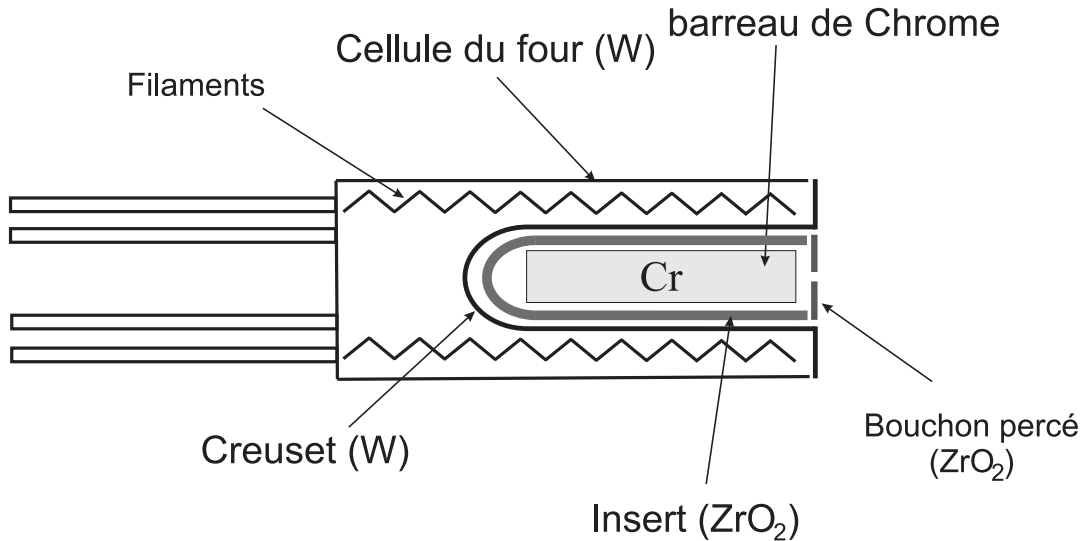


FIGURE 1.1 – Schéma du four créant un jet effusif de chrome.

ceinte, la chambre du piège magnéto-optique (MOT), dans laquelle le chrome est piégé et condensé. La pression dans cette enceinte est de $4 \cdot 10^{-11}$ mBar. Cette pression, bien inférieure à celle de l'enceinte du four, est indispensable à la condensation et ne doit donc absolument pas être altérée. Un tube différentiel, tel qu'à l'équilibre thermique la pression dans l'enceinte du MOT puisse être jusqu'à 400 fois plus faible que dans l'enceinte du four, placé à l'entrée du ralentisseur Zeeman, ainsi qu'une vanne séparant les deux enceintes, garantissent une bonne protection contre la contamination de l'enceinte du MOT par des impuretés. Un schéma des différentes enceintes où circulent les atomes est présenté en figure 1.2.

Nos lasers

Pour le refroidissement du chrome, une chaîne bleue délivrant un faisceau laser de 340 mW à 425 nm est utilisée. Les 2/3 de cette puissance sont destinés au ralentisseur Zeeman. Le tiers restant est partagé entre le piège magnéto-optique et le refroidissement transverse du jet effusif de chrome sortant du four. Les décalages en fréquence relativement à la transition piégeante n'étant pas les mêmes pour les faisceaux du ralentisseur Zeeman et du MOT, deux modulateurs acousto-optiques (AOM) placés, respectivement en simple et double passage, sur le trajet des deux faisceaux autorisent cette différenciation. Les efficacités respectives de ces AOM nous permettent de consacrer 100 mW de puissance bleue au ralentisseur Zeeman et 45 mW au MOT-refroidissement transverse.

Un laser "tout-solide" de 18 W à 532 nm (Verdi, Coherent) a principalement le rôle

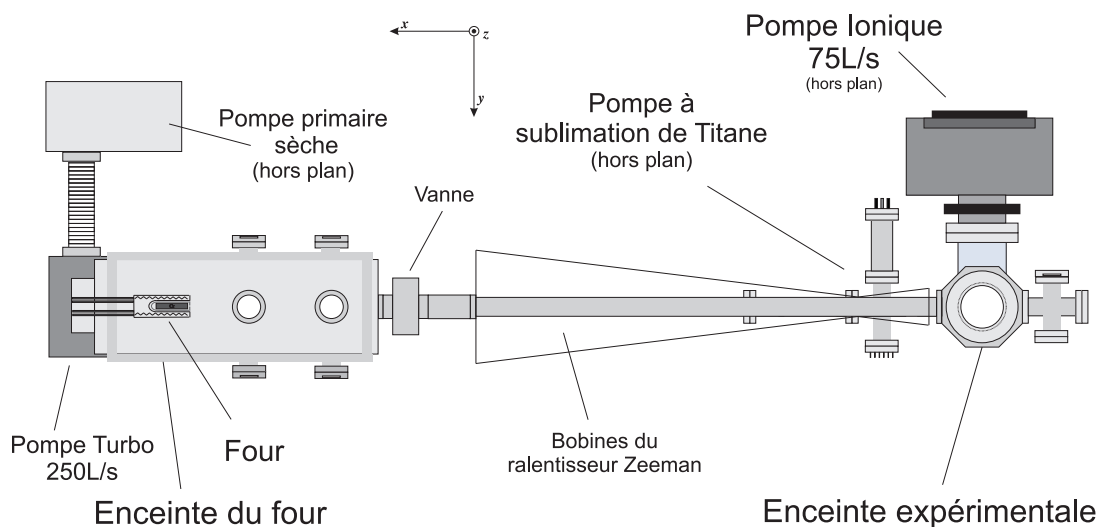


FIGURE 1.2 – Schéma du dispositif d'ultra-vide, vue de dessus

de laser pompe de la chaîne bleue, une puissance de 13,5 W étant mobilisée à cet effet. La puissance restante peut être utilisée pour produire des réseaux optiques, afin d'obtenir différents types de confinement du condensat de chrome. Cela fait l'objet des expériences décrites dans la partie 6.1.2 et plus largement dans la thèse de Benjamin Pasquiou ([81]). Les expériences de diffusion Bragg, détaillées au chapitre 5), utilisent également ce laser, mais avec des puissances bien plus faibles.

Une série de 4 diodes laser rouges repompent les atomes chargés dans des états métastables vers les états de la transition piégeante.

Le piégeage optique du nuage de chrome est effectué grâce à un laser infrarouge de 50 W dont la longueur d'onde de 1075 nm est fortement désaccordée par rapport à celle de la la transition piégeante.

Le montage comprend également une chaîne laser à 427 nm ayant un rôle de pompage optique et de dé-pompage (voir plus loin). Il convient bien évidemment de se reporter aux thèses précédentes pour plus de détails sur son fonctionnement.

La structure électronique du ^{52}Cr , n'incluant que les niveaux électroniques intervenant dans le refroidissement de cet isotope, est présentée dans la figure 1.3

1.1.1 La chaîne bleue

Le chrome est refroidi en utilisant la transition $^7S_3 \rightarrow ^7P_4$ à 425,553 nm (voir fig. 1.3). Le laser utilisé à cet effet est un laser infrarouge Titane Saphir de marque Tekhnoscan à 851,106 nm qui, après un passage dans une cavité de doublement, produit la longueur

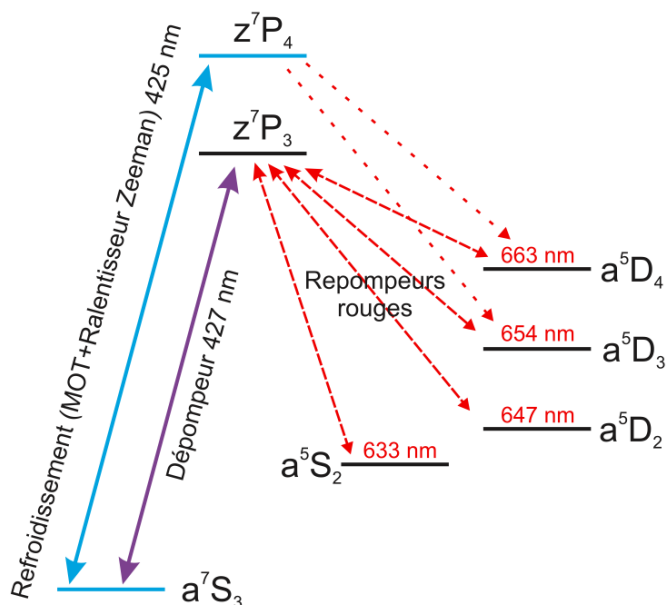


FIGURE 1.3 – Niveaux électroniques intervenant dans le refroidissement du ^{52}Cr . Les isotopes bosoniques du chrome n'ont pas de spin nucléaire. Il en résulte une absence de structure hyperfine. L'état $^7\text{S}_3$ est l'état fondamental. Les états $^5\text{D}_4$, $^5\text{D}_3$, $^5\text{D}_2$ et $^5\text{S}_2$ sont des états métastables.

d'onde souhaitée. Ce laser est pompé par le laser Verdi à 532 nm capable d'émettre une puissance de 18W. Si 13,5 W de ce laser sont utilisés pour le pompage du Titane Saphir, on obtient en sortie de ce dernier une puissance de 1,65 W. Le rendement de la cavité de doublement, de marque Tekhnoscan, étant de 20% environ, nous obtenons enfin en sortie de cette cavité jusqu'à 340 mW de lumière laser bleue utilisée pour le refroidissement et le piégeage du chrome. La stabilisation du Titane Saphir est obtenue en l'asservissant sur le flanc d'un pic d'une cavité Fabry-Pérot de 50 cm (voir figure 1.4). Cette cavité est elle-même référencée en asservissant sa longueur sur la transition piégeante du chrome grâce à un système d'absorption saturée. Le faisceau laser bleu à 425 nm utilisé dans ce but est prélevé à partir de la lumière réfléchiée par la cavité de doublement. La longueur d'onde de ce faisceau étant la moitié de celle du laser Titane Saphir, elle dépend donc de la longueur de la cavité Fabry-Pérot. La résonance de ce faisceau avec la transition concernée est obtenue en sondant un échantillon de chrome porté à l'état de vapeur dans une lampe à cathode creuse. Le passage d'un faisceau contre-propageant au faisceau sonde et ayant quasiment la même longueur d'onde que ce dernier, saturant la transition atomique pour des atomes ayant une vitesse donnée, permet de s'affranchir de l'élargissement Doppler. La largeur du signal d'erreur, obtenu par détection synchrone, n'est donc limitée que par un élargissement par collision de 40 MHz existant dans cette cathode creuse. La largeur de raie de la transition piégeante étant de 5 MHz, un bon choix du gain de la rétroaction sur le

piézo contrôlant la longueur de la cavité Fabry-Pérot permet de maintenir le laser constamment à résonance avec cette transition.

La cavité de doublement est asservie sur la longueur d'onde du laser Titane Saphir en transformant le signal lumineux infrarouge prélevé en réflexion de cette même cavité en un signal d'erreur grâce à la méthode de Hänsch-Couillaud.

Les caractéristiques et méthodes de stabilisation des différents lasers composant la chaîne bleue, ainsi que des diodes lasers décrites ci-dessous, sont plus largement abordées dans les thèses précédentes de l'équipe "Nanochrome".

1.1.2 Les repompeurs

Afin de repomper les états métastable du ^{52}Cr (voir figure 1.3), quatre diodes laser rouges sont utilisées. Ce sont des modèles à cavité étendue de la marque Toptica fournissant, à l'état neuf, des puissances allant de 1 à 10 mW environ. Ces diodes sont asservies sur des cavités Fabry-Pérot grâce à la méthode de Pound-Drever-Hall (PDH). Une fois asservies, un modulateur acousto-optique (AOM) injecté en double passage permet d'accorder la longueur d'onde du faisceau interagissant avec les atomes à la résonance atomique. L'efficacité de diffraction des AOM utilisés varie de 80 % à 90 %. Le référencement des diodes lasers sur une cavité optique est illustré dans la figure 1.5.

Sur la cavité Fabry-Pérot active référencée à la transition atomique piégeante sont asservies deux de ces diodes laser, à 633,183 nm et 663,184 nm. La première est la diode laser la plus importante de notre expérience, comme le montre la partie 1.3.4. Elle est utilisée pour repomper l'état métastable 5S_2 vers l'état fondamental 7P_3 . Elle a considérablement vieilli au fil du temps et n'émet maintenant qu'une puissance laser d'environ 300 μW . La deuxième diode laser, émettant environ 4,5 mW de lumière rouge à 663 nm, est utilisée pour repomper l'état métastable 5D_4 .

Deux autres diodes lasers à 653,973 nm et 646,877 nm, repompant respectivement l'état 5D_3 et l'état 5D_2 vers 7P_3 , ont été asservies sur une nouvelle cavité Fabry-Pérot passive ultra-stable. La puissance en sortie de ces deux diodes est d'environ 10 mW. La conception et le fonctionnement de cette nouvelle cavité optique seront détaillés dans le chapitre 3. La diode à 647 nm a par la suite été remplacée par une nouvelle diode à 633 nm, utilisée pour prendre le relais de l'ancienne diode de même longueur d'onde, asservie sur la cavité active. Cette nouvelle diode fournit une puissance de 1 mW environ. Elle nous a pour l'instant permis de gagner environ 10% sur le nombre d'atomes dans le condensat. Elle s'avèrera cependant bientôt indispensable lorsque la puissance émise par l'ancienne diode à 633 nm deviendra insuffisante pour produire un condensat de chrome.

Le chapitre 2 met en perspective l'importance relative de chacun des repompeurs.

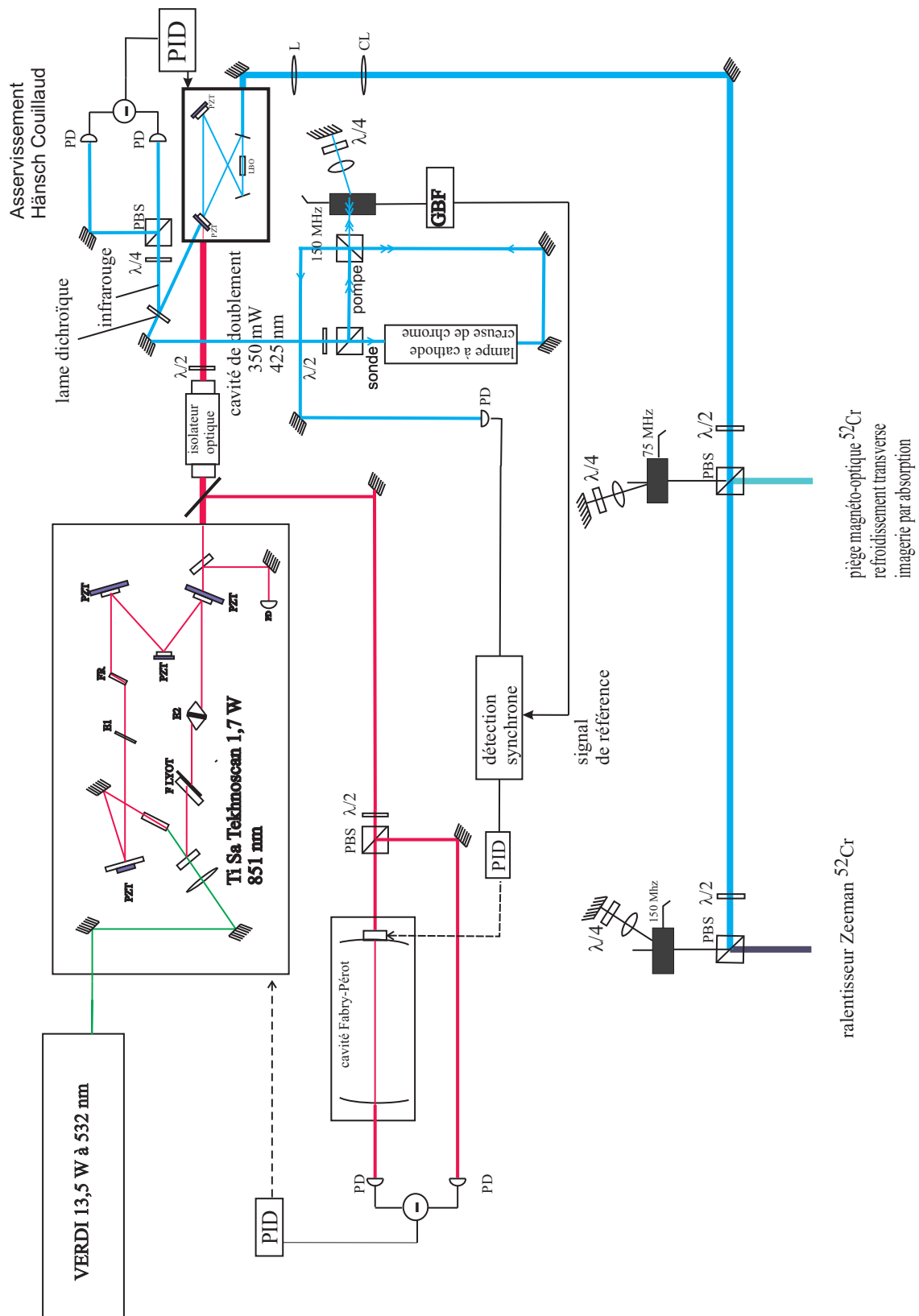


FIGURE 1.4 – Schéma du système laser bleu. PBS = cube polariseur ; PD = photodiode ; PID = correcteur proportionnel-intégrateur-dérivateur ; PZT = cale piézoélectrique ; L = lentille et CL = lentille cylindrique.

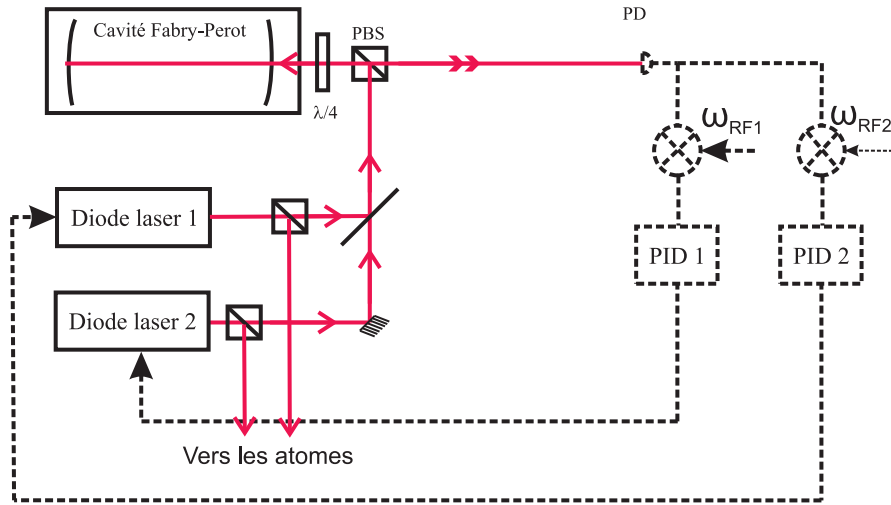


FIGURE 1.5 – *Système de référencement de deux diodes laser rouges sur une cavité optique. Les diodes sont asservies sur une cavité Fabry-Pérot par la méthode de Pound-Drever-Hall.*

1.1.3 Laser de pompage optique

Le montage expérimental comprend également un faisceau laser à résonance avec la transition ${}^7S_3 \rightarrow {}^7P_3$, dont la longueur d'onde est 427,60 nm, utilisée d'une part pour polariser les atomes dans le sous-état Zeeman de plus basse énergie ($|m_J = -3\rangle$), d'autre part pour dépomper l'état 7S_3 vers l'état métastable 5S_2 via l'état excité 7P_3 . Cette dernière étape s'est avérée indispensable pour atteindre la dégénérescence quantique "toute optique", comme l'explique la partie 1.3.4.

La longueur d'onde dont il est question ici est obtenue après doublement en fréquence d'un faisceau laser émis par une diode à cavité étendue de marque Toptica. Une fibre optique à maintien de polarisation achemine ce faisceau laser vers la chambre du MOT avec une efficacité de transmission d'environ 45%.

1.1.4 Le piège optique

Un laser fibré continu Ytterbium de la marque IPG fournit 50 W de puissance infrarouge à 1075 nm. Ce laser, fortement désaccordé dans le rouge de la transition piégeante, est utilisé pour réaliser le piège dipolaire dans lequel se formera le condensat. Un AOM est utilisé pour faire varier la puissance lumineuse de ce laser. Il est ainsi possible d'effectuer la rampe d'évaporation aboutissant à la condensation, ou, en modulant la puissance du laser, d'exciter le condensat de chrome en résonance avec l'un de ses modes collectifs (voir chapitre 4). Il est également possible, grâce à l'AOM,

de couper brusquement ce piège pour, par exemple, effectuer une imagerie en temps de vol (TOF). La puissance effective maximale en sortie de cet AOM est de 35 W.

1.2 Le système d'imagerie

Nous disposons de systèmes d'imagerie par fluorescence et par absorption, qui utilisent le dispositif optique illustré dans la figure 1.6 et décrit en détail dans la thèse d'Arnaud Pouderous ([84]). Ce dernier est composé d'un premier télescope de grossissement -1 , composé de deux doublets de focale 20 cm, en configuration $2f - 2f$, et d'un deuxième télescope de grossissement 3, composé de deux lentilles de focales -2 cm et 6 cm. Les images sont enregistrées par une caméra CCD 12 bit de 1392x1024 pixels, dont l'efficacité quantique est de 50 % à 425 nm. La taille d'un pixel sur la caméra est de $6,5 \mu\text{m}$ et le grossissement de -3 nous permet donc de résoudre un objet de $2,16 \mu\text{m}$ se trouvant au centre de l'enceinte à ultra-vide. Le MOT est imagé par fluorescence alors que pour observer et analyser le condensat de chrome, nous utilisons l'imagerie par absorption : le BEC de chrome est éclairé selon l'axe O_y pendant typiquement $100 \mu\text{s}$ par un faisceau bleu à 425 nm de puissance $35 \mu\text{W}$ et de waist 2,1 mm, de polarisation σ^- , en résonance avec la transition piégeante ${}^7S_3 \rightarrow {}^7P_4$. Une faible fraction de l'intensité lumineuse de ce faisceau laser est diffusée par le condensat. On calcule la densité optique en un point donné en mesurant l'intensité lumineuse manquante en ce point.

Ces deux systèmes d'imagerie permettent d'observer le gaz de chrome selon l'axe O_y . Un nouveau système optique permettant d'imager par fluorescence le condensat en l'observant selon l'axe O_x a été installé par Benjamin Pasquiou et est en cours de développement.

Nous disposons également d'un photomultiplicateur (PM) permettant de recueillir une partie de la fluorescence du MOT.

1.3 Procédé de refroidissement

Les atomes de chrome sortant du four à 1350°C traversent d'abord un ralentisseur Zeeman et sont ensuite piégés dans un piège-magnéto-optique. Un piège optique dipolaire en forme de cigare, allongé le long d'un axe horizontal et créé par 35 W de lumière infrarouge pouvant être rétro-réfléchi, est allumé dès le début de la phase de ralentissement. Ce piège est superposé au MOT et est chargé en permanence au fur et à mesure que les atomes se refroidissent. Dans le but d'optimiser ce procédé d'accumulation, on utilise les fuites de la transition piégeante vers des états métastables afin de

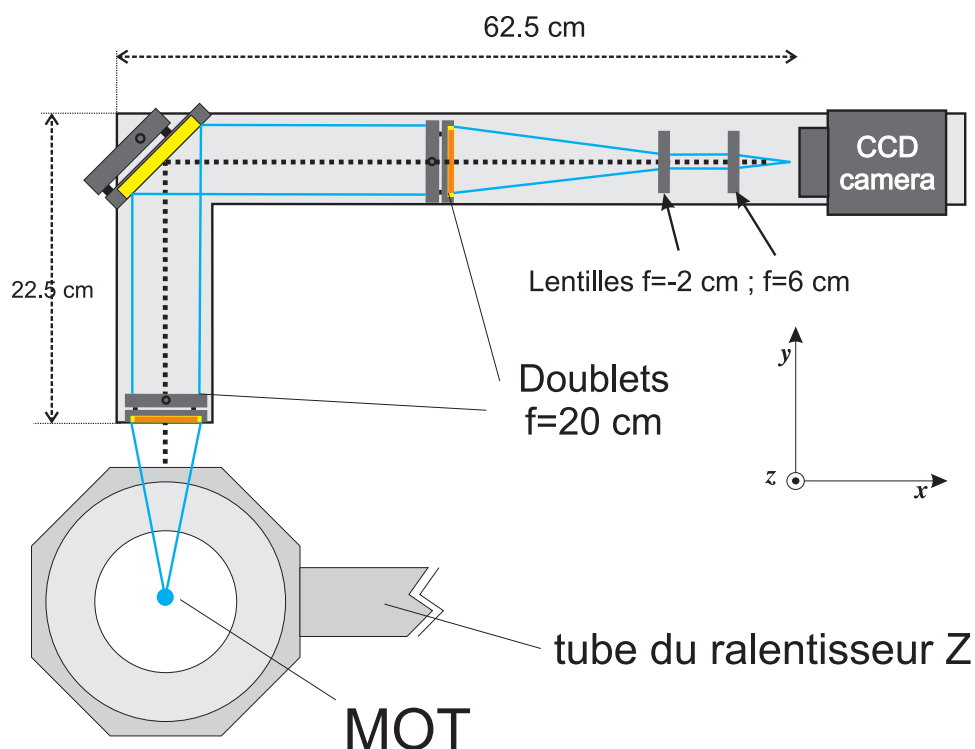


FIGURE 1.6 – Schéma du dispositif d'imagerie (vue de dessus).

soustraire les atomes suffisamment froids pour être piégés par le faisceau infrarouge à la lumière du MOT, responsable de nombreuses collisions assistées par la lumière qui réchauffent le nuage. Si le taux de fuite vers les états métastables est très faible devant celui de la transition piégeante (qui dépend de la puissance lumineuse du MOT), cette accumulation ne gênera pas le refroidissement des atomes par le piège magnéto-optique.

1.3.1 Ralentissement Zeeman

Les atomes sortant du four à 1350°C ont une vitesse moyenne d'environ 850 m/s , vitesse bien supérieure à la vitesse de capture de notre piège magnéto-optique (environ 70 m/s). Un ralentisseur Zeeman permet de réduire cette vitesse à 40 m/s . Dans notre cas, seuls les atomes ayant, à l'entrée du ralentisseur, une vitesse inférieure à 550 m/s sont ralentis avec une décélération de $0,61a_D$ (a_D étant la décélération maximale Doppler $= 5,6 \cdot 10^6\text{ m/s}^2$). La longueur nécessaire à une telle réduction de la vitesse moyenne des atomes est de $0,9\text{ m}$, longueur qui a été adoptée pour notre ralentisseur Zeeman. La diffusion de quelques 24000 photons bleus par atome lors du ralentissement élargit le faisceau atomique. Lorsque ce faisceau atteint le centre du MOT, sa largeur estimée est de 10 mm ([83]).

1.3.2 Refroidissement transverse

Le jet de chrome sortant du bouclier thermique n'étant pas parfaitement collimaté, seule une petite partie de ce faisceau interagit effectivement avec le ralentisseur Zeeman. Pour augmenter le flux atomique, un système de refroidissement transverse est mis en place dès la sortie du four. On prélève pour cela 20 mW des 45 mW de laser bleu à 425 nm destinés au MOT. Grâce à deux faisceaux rétro-réfléchis polarisés circulairement, qui traversent le jet atomique perpendiculairement à ce dernier, horizontalement et verticalement, on diminue la divergence de ce jet.

Le faisceau du MOT étant lui même légèrement dans le rouge de la transition piégeante, la fréquence de cette transition peut être accordée, par effet Zeeman, à la fréquence des faisceaux laser du refroidissement transverse. Des bobines, produisant un champ magnétique uniforme au niveau de la zone d'interaction entre ces faisceaux et le jet atomique, sont utilisées à cet effet. Un optimum est atteint lorsque les faisceaux du refroidissement transverse sont à $\approx 0,5\Gamma$ dans le rouge de la résonance, où Γ est le taux d'émission spontanée dans l'état 7P_4 , égale à 5,01 MHz

Cette procédure multiplie le taux de chargement du MOT par un facteur 7,5. Ce taux est alors typiquement de 5.10^8 atomes/s.

1.3.3 Le piège magnéto-optique

Après avoir traversé le ralentisseur Zeeman, les atomes de chrome sont piégés par un piège magnéto-optique (figure 1.7). La puissance laser du faisceau du MOT est de 25 mW. L'intensité lumineuse au centre de ce piège est de 116 mW.cm^{-2} (paramètre de saturation $s_0 = 13,6$) et la lumière laser est décalée de 16,6 MHz $\approx 3\Gamma$ dans le rouge de la transition piégeante. Le temps de chargement du MOT est de 15 ms. Ce temps très court, inférieur d'un ou deux ordres de grandeur aux temps de chargements typiques des MOTs d'alcalins, s'explique par le très fort taux de collisions inélastiques assistées par la lumière. Le paramètre de pertes à deux corps dues à ces collisions et mesuré expérimentalement est de $\beta = 8.10^{-10} \text{ cm}^3/\text{s}$ ([83]) ce qui est 50 fois supérieur aux valeurs usuelles pour les alcalins. Au terme de ce chargement le MOT est peuplé de 5.10^6 atomes (au maximum), à une température de 120 μK . Son rayon à $1/e$ est d'environ 150 μm .

L'optimisation du chargement de ce piège aboutissant aux paramètres mentionnés précédemment, ainsi que les collisions inélastiques assistées par la lumière, font l'objet d'une étude très approfondie dans la thèse de Radu Chicireanu. Nous allons, dans le chapitre 2, y apporter un complément.

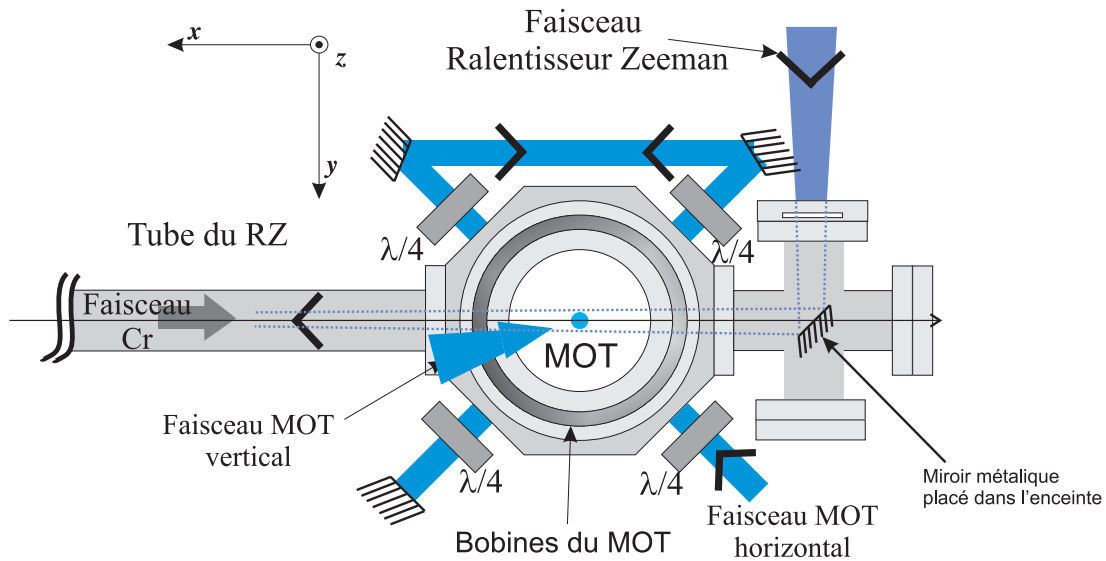


FIGURE 1.7 – Schéma du montage expérimental du MOT (vue de dessus).

1.3.4 Chargement du piège optique allongé

Les atomes de chrome capturés par le MOT sont transférés dans un piège optique créé par un faisceau laser horizontal de 35 W à 1075 nm, qui peut être rétro-réfléchi. Ce faisceau fait un angle de 7° avec l'axe O_y de l'imagerie. Il est focalisé sur le MOT et son waist est de $42 \mu\text{m}$. Si le chargement de ce piège est effectué directement à partir des atomes du MOT, les collisions inélastiques assistées par la lumière diminuent fortement le nombre d'atomes chargés. L'équipe a choisi de favoriser le peuplement des états métastables afin de soustraire les atomes du piège optique à la lumière du MOT. Il est donc ainsi possible d'atteindre une densité atomique plus importante que dans le MOT, où elle est fortement limitée par les collisions inélastiques ainsi que par les diffusions multiples de photons créant une force répulsive entre les atomes ([85]). Les états 5D sont directement accessibles à partir du MOT par une fuite venant de l'état excité de la transition piégeante (état 7P_4). Cependant, le nombre d'atomes ainsi chargés dans le piège optique ($1, 2 \cdot 10^6$) reste insuffisant pour atteindre la dégénérescence quantique au terme du processus d'évaporation. Un autre état métastable, l'état 5S_2 , présente des caractéristiques qui le rendent plus intéressant que les états 5D . En effet, le taux de collisions inélastiques, facteur limitant le chargement du piège optique, est plus faible entre atomes de cet état, comme nous le montrerons au chapitre 2. Le déplacement lumineux, dû au laser infrarouge, est également plus important dans l'état 5S_2 que dans les états 5D . Lors de son chargement, le piège optique horizontal rétro-réfléchi a, dans l'état 5S_2 , une profondeur de $500 \mu\text{K}$ contre $420 \mu\text{K}$ dans l'état 5D_4 . L'état 5S_2 n'est cependant accessible que depuis l'état 7P_3 , rendant nécessaire l'emploi d'un dépompeur, pour stimuler la transition $^7S_3 \rightarrow ^7P_3$, dont la longueur d'onde vaut 427

nm. L'accumulation des atomes dans l'état 5S_2 permet de multiplier par deux le nombre d'atomes, chargés dans le piège dipolaire. Ce chargement est obtenu au terme d'une procédure d'optimisation, détaillée dans la partie 2.1, au terme de laquelle la puissance laser du faisceau laser dépompeur, rétro-réfléchi, est de typiquement $35 \mu\text{W}$. Ce faisceau a un waist de 3 mm.

Un inconvénient du dépompeur est de soustraire à l'influence des faisceaux du MOT des atomes encore trop énergétiques pour pouvoir être piégés par le potentiel dipolaire, ou ne se trouvant pas encore dans la zone de passage du faisceau infrarouge créant ce potentiel. Ces atomes sont alors pour la plupart perdus. Pour minimiser ce phénomène, on bouche les fuites vers les états métastables en dehors de la zone du MOT superposée au piège optique, grâce à des faisceaux repompeurs à 633 nm et 663 nm, obturés en leurs centres par un morceau de fil de fer horizontal. L'image de ce fil de fer, ou "Dark Spot", sur le nuage de chrome ultra-froid, a un diamètre de $300 \mu\text{m}$. Le nombre d'atomes de chrome piégés par l'infrarouge est augmenté de 20% par cette technique ([63]).

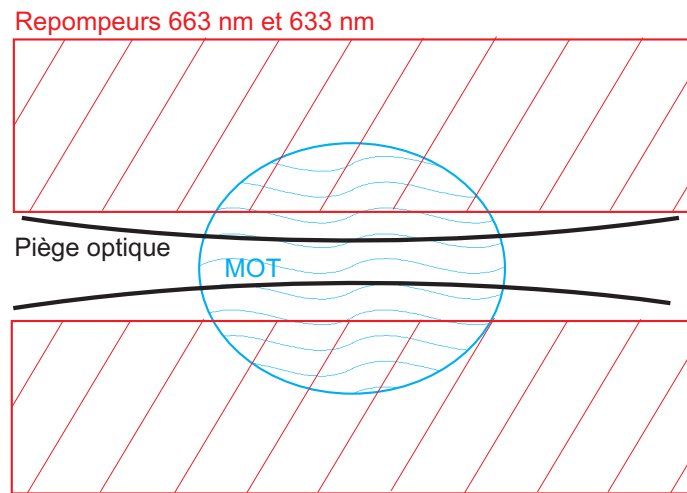


FIGURE 1.8 – Schéma illustrant la configuration du faisceau repompeur 'darkspot'. Le faisceau à 633 nm illumine une partie du MOT qui n'est pas contenue dans le piège optique.

1.3.5 Annulation des forces magnétiques

Le gradient magnétique du MOT exerce sur les atomes transférés dans les états métastables une force qui s'ajoute à la force de rappel du piège optique. Ce gradient magnétique expulse du piège optique les atomes de moment magnétique m_J négatif. A l'inverse, il augmente fortement le confinement des atomes de m_J positif. La densité

atomique s'en trouve donc augmentée, ce qui favorise les pertes par collisions inélastiques. La force exercée par ce gradient magnétique sur les atomes nuit donc fortement au chargement du piège dipolaire.

Afin d'annuler cette force pendant le chargement du piège dipolaire, on bascule alternativement, par des transitions adiabatiques rapides ("adiabatic rapid passage", [86]), les sous-états Zeeman des atomes. De cette façon, chaque atome passe autant de temps dans les sous-états $|m_J\rangle$ et $| - m_J\rangle$ et subit de la part du gradient magnétique une force nulle en moyenne. On utilise pour déclencher ces transitions des rampes adiabatiques de champ magnétique radio-fréquence (RF). Le champ magnétique RF est balayé de 500 kHz à 7,5 MHz avec un taux de répétition de 10 kHz ([87]). Ce fort taux de répétition est nécessaire pour que le moyennage des forces magnétiques ait lieu sur une durée courte devant la période d'oscillation des atomes dans le piège magnétique (≈ 100 Hz). Le critère d'adiabaticité des transitions magnétiques impose une valeur élevée à la puissance RF. Nous réglons cette dernière à 100 W.

Cette méthode multiplie par 2 le nombre d'atomes chargés dans le piège dipolaire. Le piège infrarouge contient finalement $4,5 \cdot 10^6$ atomes dans les états métastables après un temps de chargement de 35 ms, avec une densité atomique maximale de $5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$. Le taux de chargement, de $1,3 \cdot 10^8$ atomes/s n'est que 4 fois inférieur à celui du MOT. Le transfert d'un piège à l'autre est donc très efficace. La densité dans l'espace des phases passe de 10^{-6} dans le MOT à $5 \cdot 10^{-6}$ dans le piège optique.

1.4 Condensation et recompression du piège dipolaire

Une fois le piège optique chargé, les atomes de chrome sont repompés des états métastables vers l'état fondamental. La durée de cette étape est de 200 ms bien que 20 ms soient suffisantes pour repomper les atomes. Cette durée est choisie par commodité afin de rendre le chargement moins sensible à l'alignement de nos repompeurs sur les atomes.

1.4.1 Polarisation dans le sous-état Zeeman stable

Les atomes de chrome sont maintenant dans le piège optique dans l'état fondamental 7S_3 . Le nuage n'est cependant pas polarisé : le nombre quantique magnétique m_J diffère d'un atome à l'autre. Dans ces conditions, la relaxation dipolaire, processus de collision inélastique durant lequel de l'énergie cinétique est créée par désexcitation des sous-états magnétique Zeeman (voir partie 6.1), est possible et elle réduit fortement la durée de vie du nuage atomique dans ce piège. Il est donc primordial de polariser les atomes dans le sous état Zeeman de plus basse énergie, $|m_J = -3\rangle$, stable magnétiquement à champ

magnétique suffisamment élevé. Cette opération est effectuée au moyen du faisceau laser à 427 nm, de polarisation σ^- , sous la forme d'un pompage optique de l'état $|^7S_3, m_J\rangle$, vers l'état $|^7P_3, m_J - 1\rangle$. Grâce à la désexcitation spontanée, les atomes sont progressivement transférés vers l'état $|^7S_3, m_J = -3\rangle$. Un soin particulier est ici apporté au choix du champ magnétique de quantification. Le facteur de Landé étant légèrement différent pour les états 7S_3 et 7P_3 , les différentes transitions $|^7S_3, m_J\rangle \rightarrow |^7P_3, m_J - 1\rangle$ ($m_J = -3, \dots, +3$) n'ont pas la même fréquence en champ magnétique non nul. L'écart entre les transitions de plus forte et plus faible énergie dépend linéairement du champ magnétique. Ce dernier doit être choisi de façon à ce que cet écart reste inférieur à la largeur naturelle de la transition, de $\Gamma \approx 2\pi \times 5$ MHz. En outre, il faut s'assurer que toute composante accidentelle sigma+ soit hors résonance. Un champ magnétique de 2,3 G, soit $2\pi \times 5,5$ MHz, permet de satisfaire ces deux conditions (voir fig. 1.9). Afin de réduire le réchauffement du nuage dû à la diffusion des photons à 427 nm, le faisceau polariseur est rétro-réfléchi. Le réchauffement du nuage par ce faisceau laser est alors de 3 μ K. La durée de l'impulsion laser de polarisation décrit ici varie de 50 à 100 μ s pour une puissance de 0,25 mW. La durée de vie du nuage polarisé, limitée uniquement par des collisions avec le gaz résiduel, est alors de 20 s.

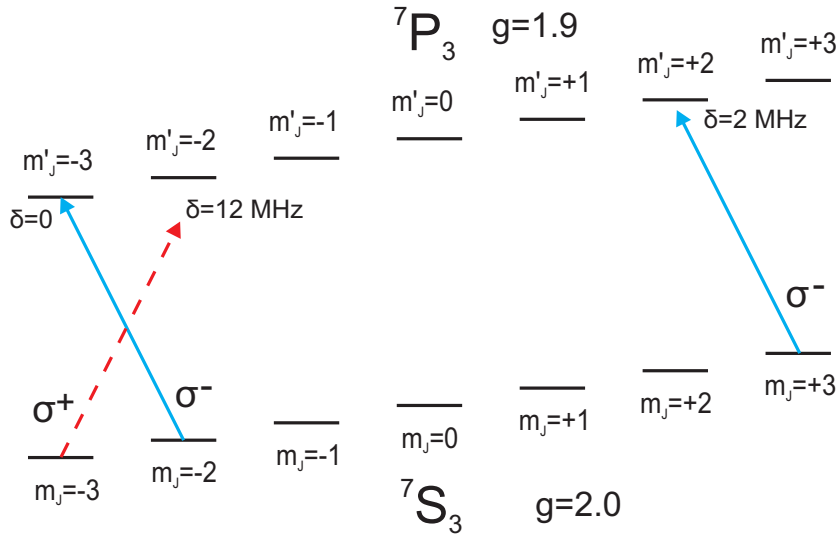


FIGURE 1.9 – Schéma des sous-niveaux Zeeman mis en jeu dans le pompage optique. Le désaccord du faisceau polariseur ne dépasse pas 2 MHz pour sa composante polarisée σ^- (flèche pleine) alors qu'il est bien plus élevé ($\simeq 12$ MHz) pour une éventuelle composante perturbatrice polarisée σ^+ (flèche discontinue).

1.4.2 Le piège optique croisé

La longue durée de vie du nuage de chrome polarisé laisse du temps pour réaliser le processus de refroidissement évaporatif. Afin d'augmenter, dans un premier temps, la densité du nuage atomique, le piège allongé créé par le faisceau infrarouge horizontal est progressivement transformé en un piège croisé grâce à un deuxième faisceau infrarouge vertical (il fait en réalité un angle de 6° avec l'axe vertical O_z dans le plan yOz , voir fig. 1.10) : une lame demi-onde contrôle la répartition de la puissance entre le faisceau infrarouge horizontal et le faisceau vertical, dont le waist est de $52\mu\text{m}$. Cette lame est tournée de 32° en 9,1 s afin de créer un piège optique croisé, plus communément appelé "dimple". On obtient alors un piège légèrement ovale et très confinant : le simple fait de tourner cette lame augmente la densité dans l'espace des phases d'un facteur 20 ([63]).

1.4.3 Le refroidissement évaporatif

6 s après le début de la rotation de la lame demi-onde commence la rampe d'évaporation, qui dure 8 s. La puissance du laser infrarouge est progressivement diminuée, suffisamment lentement pour laisser à la température le temps de s'adapter à la profondeur du piège. Lorsque la lame a atteint sa position finale, c'est à dire 3,1 s après le début de la rampe d'évaporation, le "dimple" contient 80000 atomes avec une densité dans l'espace des phases de 10^{-2} . Le rapport η entre la profondeur du piège optique et la température est alors de 10 environ. Il est de 6 environ à la fin de la rampe d'évaporation. Au terme de cette rampe, les fréquences du piège, mesurées expérimentalement, sont $f_y = f_z = 110$ Hz et $f_x = 150$ Hz. Le condensat commence à se former à $T \approx 200$ nK, pour une profondeur de piège de $2,8 \mu\text{K}$. Pendant l'évaporation, un gradient de champ magnétique est généré afin de compenser la gravité et un gradient existant selon l'axe du piège 1D. L'optimum est obtenu lorsque la compensation n'est pas tout à fait parfaite. En effet, il est préférable d'être en présence d'un léger gradient de potentiel se superposant au piège optique de façon à éloigner définitivement les atomes évaporés, qui risqueraient sinon d'entrer en collision avec les atomes du piège. L'évaporation se poursuit jusqu'à obtenir une température sensiblement inférieure à la température de dégénérescence, estimée à 170 nK ([63]). Notre condensat contenant typiquement 15000 atomes et parfois plus de 30000 atomes est alors très pur, la fraction condensée dépassant 90%.

1.4.4 Recompression du condensat

Après la formation du condensat, ce dernier est recomprimé en augmentant légèrement la puissance du laser infrarouge. Ceci permet de compenser complètement la

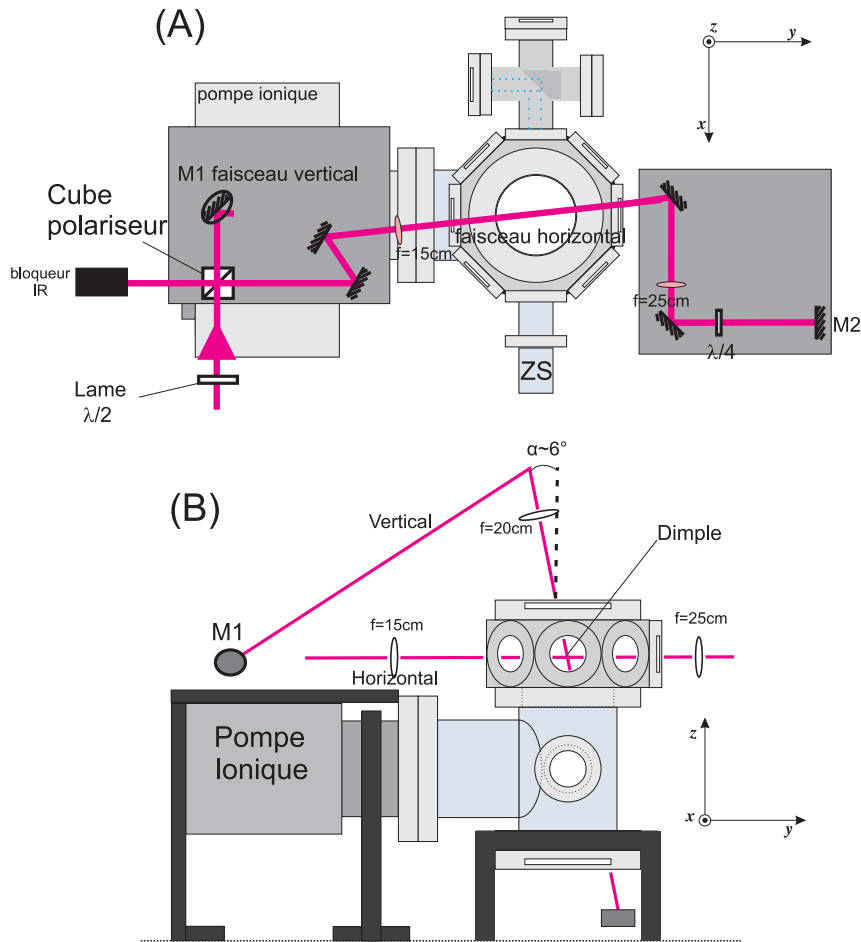


FIGURE 1.10 – Schéma de la configuration du piège optique qui est une dépression (“dimple”) formée par les deux faisceaux croisés horizontal et vertical. (A) Vue du dessus où apparaissent le cube polariseur et la lame $\lambda/2$ qui permettent de séparer en deux la puissance du faisceau laser émis par le laser infrarouge à 1075 nm. (B) Vue de côté des deux faisceaux qui se croisent au centre de la chambre expérimentale.

gravité afin de stopper l'évaporation. Cette étape de recompression peut également être utilisée pour changer la géométrie du piège selon les besoins d'une expérience en tournant la lame demi-onde contrôlant la répartition de la puissance laser entre le bras horizontal et le bras vertical du piège dipolaire croisé. Ceci nous est utile dans les expériences décrites aux chapitres 4 et 5. Les fréquences du piège après recompression sont typiquement égales à $f_y = f_z = 300\text{ Hz}$ et $f_x = 410\text{ Hz}$.

1.4.5 Imagerie et analyse du BEC de chrome

Dans le régime de Thomas-Fermi ([74]), la densité du condensat suit une distribution parabolique. Ce régime n'est atteint que si la densité du condensat est suffisamment élevée pour que l'énergie cinétique quantique soit négligeable devant l'énergie d'interaction. Cette condition est équivalente à :

$$N \frac{a}{a_{ho}} \gg 1 \quad (1.1)$$

où N est le nombre d'atomes condensés et a la longueur de diffusion en onde s . $a_{ho} = \sqrt{\hbar/(m\bar{\omega})}$, où $\bar{\omega} = (\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}$ est la moyenne géométrique des fréquences du piège optique, ω_x , ω_y et ω_z , respectivement selon les axes O_x , O_y et O_z . Dans notre expérience, pour $N = 15000$, on a typiquement $N \frac{a}{a_{ho}} \approx 100$. On est donc bien dans le régime de Thomas-Fermi.

Dans ce régime, la densité "in situ" $n(x, y, z)$ du BEC s'écrit :

$$n(x, y, z) = n_0 \left(1 - \frac{x^2}{R_x^2} - \frac{y^2}{R_y^2} - \frac{z^2}{R_z^2} \right), \quad (1.2)$$

où R_x , R_y et R_z sont respectivement les rayons de Thomas-Fermi du condensat selon les axes O_x , O_y et O_z . n_0 est la densité au centre du BEC avec $n_0 = \frac{15}{8\pi} \frac{N}{R_x R_y R_z}$ où N est le nombre d'atomes condensés.

La densité du condensat in situ est si importante (typiquement $3 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ au centre du BEC) qu'elle entraîne une saturation de l'imagerie. De plus, la résolution de l'imagerie n'est pas assez bonne ($\approx 2 \mu\text{m}$ par pixel) par rapport à la taille du BEC ($\approx 4 \mu\text{m}$) pour pouvoir l'observer correctement. On laisse donc s'expandre le condensat pendant 5 ms, en relâchant brusquement le piège infrarouge, avant de prendre une photo du BEC, en utilisant le dispositif d'imagerie par absorption décrit brièvement dans la partie 1.2.

Dans le régime de Thomas-fermi, la densité reste parabolique lors de l'expansion du BEC, expansion qui est anisotrope et dépend fortement de la géométrie du piège ([88]).

Si l'on néglige la fraction thermique, ce qui se justifie si cette dernière est inférieure à 10%, la densité du gaz condensé après expansion, intégrée le long de l'axe O_y du faisceau d'imagerie, s'écrit, dans le régime de Thomas-Fermi :

$$n_S(x, z) = n_{S0} \left(1 - \frac{x^2}{R_x^2} - \frac{z^2}{R_z^2} \right)^{3/2} \quad (1.3)$$

la condition de normalisation imposant que $n_{S0} = \frac{5}{2\pi} \frac{N}{R_x R_z}$. R_x et R_z sont ici respectivement les rayons de Thomas-Fermi, après expansion, du condensat selon les axes O_x et O_z .

La densité optique $OD(x, z)$ est donnée par :

$$OD(x, z) = \frac{3\lambda_L^2}{2\pi} n_S(x, z) \quad (1.4)$$

où $\lambda_L = 425$ nm est la longueur d'onde du laser bleu utilisé pour l'imagerie.

En fittant la densité optique des images après temps de vol par cette fonction, on peut obtenir les rayons de Thomas-Fermi R_x et R_z du BEC dans le plan d'imagerie, ainsi que le nombre d'atomes N du condensat.

Lorsqu'il n'est pas indispensable de connaître les valeurs de deux rayons de Thomas-Fermi, on peut également intégrer la densité optique $OD(x, z)$ selon un axe. Si, par exemple, on l'intègre selon l'axe vertical O_z , on obtient :

$$OD_L(x) = \int OD(x, z) dz = \frac{3\lambda_L^2}{2\pi} n_L(x) \quad (1.5)$$

où la densité atomique linéique $n_L(x)$ s'écrit :

$$n_L(x) = n_{L0} \left(1 - \frac{x^2}{R_x^2}\right)^2 \quad (1.6)$$

avec $n_{L0} = \frac{15}{16} \frac{N}{R_x}$

Le terme $\frac{3\lambda_L^2}{2\pi}$ est la section efficace de diffusion des photons à 425 nm par les atomes de chrome. Cette section efficace est environ 3,5 fois plus petite que pour le ^{85}Rb , et environ 2 fois plus petite que pour le ^{23}Na . Le contraste sur l'image d'un BEC de chrome est donc à priori moins bon que pour un BEC de rubidium à densité atomique surfacique équivalente. De plus, les condensats de chrome sont faiblement peuplés devant les condensats de rubidium ou de sodium, qui comportent typiquement 10^5 à 10^7 atomes ([13, 2]). Cela réduit davantage le rapport signal à bruit sur l'image d'un condensat de chrome.

1.5 Conclusion

Nous disposons d'un dispositif de refroidissement par laser pouvant produire des BEC de chrome dont la population varie typiquement entre 10000 et 30000 atomes. La séquence temporelle d'obtention d'un condensat dure environ 15 s et est résumée dans la figure 1.11. La géométrie du condensat peut être modifiée et ce dernier peut être excité ou chargé dans des réseaux optiques. Nous bénéficions dans nos expériences d'une méthode de contrôle hautement automatisée que nous n'avons pas décrite dans ce chapitre. Le processus de condensation tire grandement parti de la présence d'états métastables qui seront étudiés en profondeur au chapitre suivant.

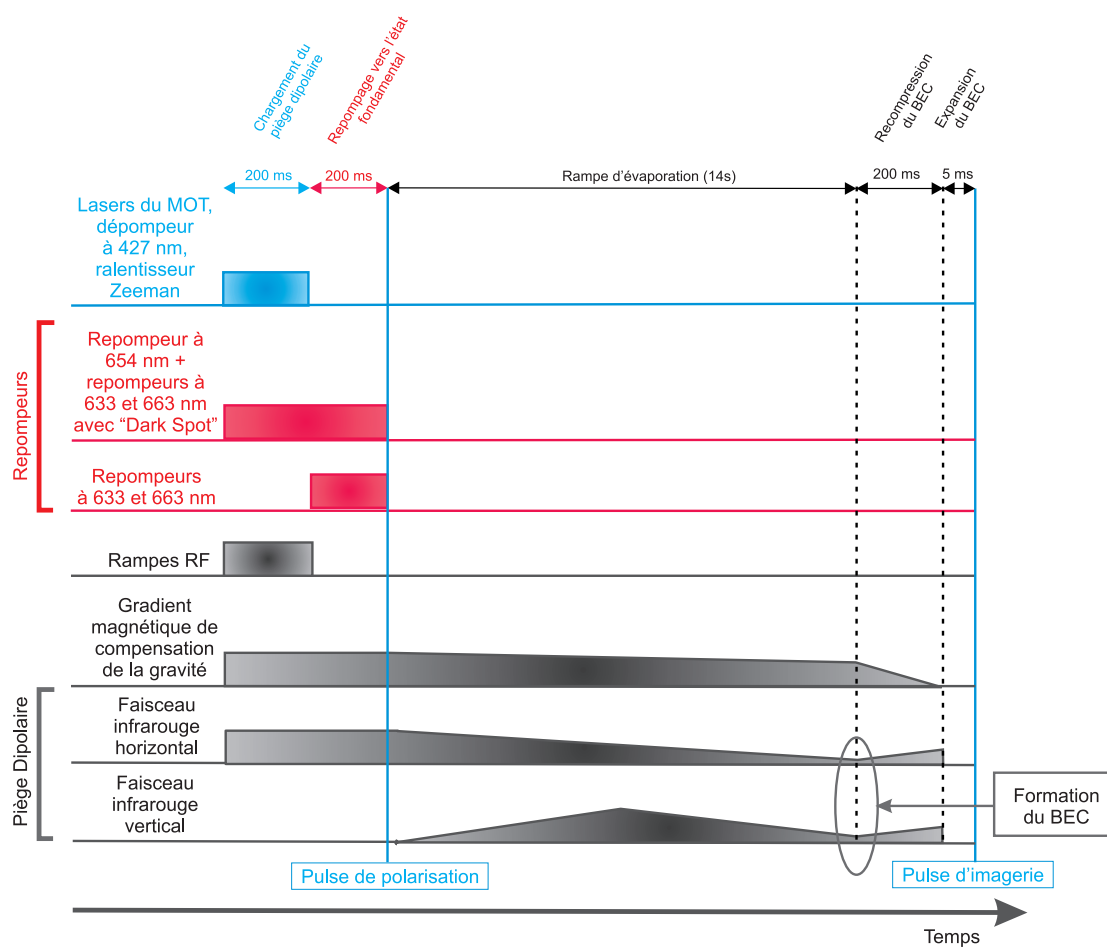


FIGURE 1.11 – Récapitulatif de la séquence temporelle de production et d'imagerie d'un condensat de ^{52}Cr .

Chapitre 2

Optimisation du chargement du piège dipolaire : contrôle de l'accumulation dans les états métastables

Dans ce chapitre est décrite notre stratégie d'optimisation du chargement du piège dipolaire. Les atomes sont transférés du MOT vers ce piège en s'accumulant dans des états métastables. Ce processus est favorisé par l'utilisation d'un dépompeur à 427 nm. En reprenant des arguments énoncés dans la thèse de Quentin Beaufile ([82]) et, plus largement, dans celle de Radu Chicireanu ([83]), nous étudions précisément l'influence de ce dépompeur sur le MOT et sur le chargement du piège dipolaire. Nous nous intéressons ensuite aux mécanismes de perte à un et deux corps lorsque les atomes sont dans les états métastables. Enfin, à la lumière de ces mesures, nous analysons la répartition des atomes dans les différents états métastables ; nous établissons un modèle nous permettant de comprendre comment le contrôle de cette répartition peut aboutir à une optimisation du nombre d'atomes chargés dans le piège dipolaire.

2.1 Optimisation du dépompage vers les états métastables

2.1.1 Temps de formation du MOT

Durant la phase de chargement du piège dipolaire, le dépompage vers les états métastables doit être suffisamment lent pour permettre aux atomes sortant du ralentisseur Zeeman d'être confinés dans le MOT, comme nous l'avons déjà mentionné en partie 1.3.4.

Si l'on appelle Γ_{depump} le taux d'accumulation vers les états métastables, par atome du MOT, lorsque le dépompeur est allumé, et $T_{depump} = 1/\Gamma_{depump}$, on doit donc avoir :

$$T_{depump} \gg T_{MOT} \quad (2.1)$$

où T_{MOT} est la durée de formation du MOT.

L'utilisation du dépompeur limite le taux de chargement du MOT et il est donc important que Γ_{depump} ne soit pas trop élevé.

Néanmoins, le dépompeur, en diminuant le nombre d'atomes et donc la densité dans le MOT, rend plus rares les diffusions multiples de photons qui créent des forces répulsives entre atomes, ce qui tend à faire baisser le volume du MOT. Cela améliore le recouvrement spatial du MOT et du piège dipolaire et augmente donc l'efficacité du transfert des atomes d'un piège à l'autre. Ainsi, même si la condition (2.1) n'est pas vérifiée, le chargement du piège dipolaire n'en sera pas nécessairement significativement affecté, à condition que T_{depump} et T_{MOT} soient du même ordre de grandeur.

Mesure de T_{MOT} : L'échelle de temps de formation du MOT peut être mesurée en observant la compression, due à l'allumage des faisceaux lasers du MOT, d'un nuage d'atomes préalablement chargés dans le piège magnétique créé par les bobines du MOT. Pour ce faire, en l'absence du piège dipolaire, les atomes piégés par le MOT et accumulés dans les états métastables sont chargés dans ce piège magnétique. Ils sont ensuite repompés vers l'état fondamental avant que ne soient rallumés les faisceaux du MOT, qui met un certain temps à se reformer. La taille du piège magnétique étant nettement supérieure (environ 3 fois) à celle du MOT, on peut observer une diminution du volume du nuage lorsque les atomes sont ramenés vers la zone piégeante du MOT sous l'action des faisceaux laser du MOT (voir fig. 2.1).

On mesure pour cette diminution de volume une constante de temps de $T_{MOT} \approx 10$ ms.

Remarquons que nous n'avons pas mesuré le temps que met le MOT à se former à partir d'atomes sortant directement du ralentisseur Zeeman. Pour faire cette mesure, il nous faudrait d'abord interrompre le flux atomique, puis débloquent ce dernier en un temps court devant T_{MOT} , et mesurer ensuite le temps de formation T_{MOT} du MOT soudainement approvisionné. Le temps que met notre bloqueur à libérer le passage des atomes est cependant supérieur à T_{MOT} , ce qui rend cette mesure impossible.

Nous pensons que le temps de formation de MOT reste du même ordre de grandeur qu'il soit approvisionné par des atomes venant directement du ralentisseur Zeeman ou par des atomes venant du piège magnétique. Ce temps de formation dépend principalement de la taille initiale du nuage atomique avant sa compression dans le MOT. Pour le faisceau d'atomes sortant du ralentisseur Zeeman, dont le diamètre est de 10 mm au centre de l'enceinte, la taille de ce nuage est fixée par le diamètre de 7 mm des faisceaux laser du MOT. La taille du nuage atomique contenu dans le piège magnétique est de 1 mm environ, ce qui est bien du même ordre de grandeur que le diamètre des faisceaux

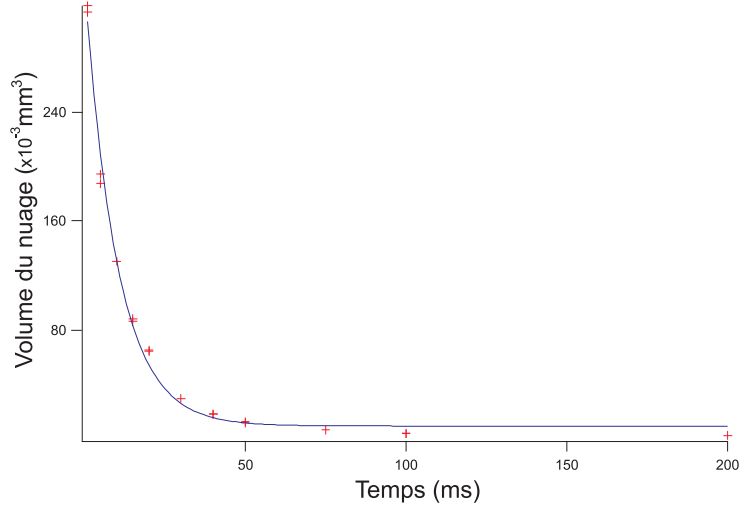


FIGURE 2.1 – Compression du nuage de chrome, préalablement chargé dans un piège magnétique, par les faisceaux du MOT, après allumage de ces derniers. Cette expérience nous sert à évaluer le temps de formation du MOT, T_{MOT} . Un fit exponentiel (trait plein) nous permet d’estimer $T_{MOT} \approx 10$ ms.

laser du MOT. Notons que, bien que la température dans le faisceau atomique sortant du ralentisseur Zeeman soit beaucoup plus élevée que dans le piège magnétique, celle-ci n’a pas ou a peu d’influence sur le temps de formation du MOT. Le temps de refroidissement Doppler nécessaire pour passer, avec des faisceaux lasers ayant la puissance des faisceaux du MOT, de 40 m/s, vitesse moyenne des atomes sortant du Zeeman Slower, à 0,2 m/s, vitesse moyenne des atomes piégés dans le MOT et correspondant à la température Doppler de $120 \mu\text{K}$, est de 0,2 ms environ, ce qui est bien inférieur à T_{MOT} . Tout en refroidissant les atomes, les faisceaux du MOT les ramènent vers la zone de capture, en un temps qui dépend peu de la température initiale du nuage atomique, et qui est bien supérieur à celui d’un simple refroidissement Doppler.

2.1.2 Durée de vie du MOT

Nous avons établi dans l’équation (2.1) une limite haute pour le taux de dépompage des atomes du MOT vers les états métastables. La limite basse est fixée par le taux de collisions inélastiques assistées par la lumière par atome du MOT, Γ_{light} . De façon à ce que ces collisions ne limitent pas le chargement du piège dipolaire, il est nécessaire d’avoir :

$$\Gamma_{depump} \gg \Gamma_{light} \quad (2.2)$$

De cette façon, les atomes chargés dans le MOT n’ont pas le temps de subir de collisions assistées par la lumière avant d’être transférés vers les états métastables.

La constante de temps caractéristique de ces collisions peut être mesurée en observant la diminution de la fluorescence au centre d'un MOT, en présence des repompeurs rouges et en l'absence du dépompeur, lorsque ce MOT n'est soudainement plus approvisionné.

L'évolution temporelle de la densité n_0 au centre du MOT vérifie l'équation suivante, en prenant pour $t = 0$ l'instant où le flux d'arrivée des atomes vers le MOT est coupé :

$$\frac{dn_0(t)}{dt} = -\Gamma_{res}n_0(t) - \beta_{light}n_0^2(t) \quad (2.3)$$

où, Γ_{res} est le taux de pertes à un corps, résultant principalement des collisions avec le gaz résiduel, constitué dans notre cas principalement des atomes de chrome chauds venant du four. β_{light} est le paramètre de pertes à deux corps, dominées par les collisions inélastiques assistées par la lumière. Dans [83], il a été montré que le premier terme du membre de droite pouvait être négligé devant le second. Si tel est le cas, on a aux temps courts, tant que la densité au centre du MOT n'a pas diminué significativement, $dn_0(t)/dt \approx -\Gamma_{light}n_0(t)$ où $\Gamma_{light} = \beta_{light}n_0(0)$. En fittant la courbe, aux temps courts, la courbe de décroissance de la fluorescence du MOT par une exponentielle, on obtient le temps de vie $1/\Gamma_{light}$ d'un atome dans le MOT, dont la densité au centre est $n_0(0)$. On mesure une constante de temps de 14 ms.

En présence du dépompeur la fluorescence, et donc la densité au centre du MOT, diminue d'un facteur 2. Le dépompeur étant allumé pendant le chargement du piège dipolaire, nous pouvons donc considérer que la constante de temps liée aux pertes inélastiques assistées par la lumière est deux fois plus grande que la valeur mesurée ci-dessus. Elle est alors de $T_{light} \approx 30$ ms.

Les conditions (2.1) et (2.2) montrent que pour maximiser le chargement du piège optique, il faut avoir :

$$T_{MOT} \ll T_{depump} \ll T_{light} \quad (2.4)$$

Ceci étant impossible, T_{MOT} et T_{light} étant du même ordre de grandeur (≈ 10 ms), seule une maximisation expérimentale du chargement du piège infrarouge en fonction du taux de dépompage peut nous permettre de déterminer la valeur optimale de T_{depump} .

2.1.3 Optimisation du chargement du piège dipolaire

Pour nous permettre de contrôler le taux d'accumulation dans les états métastables, on ne laisse se peupler, pendant le chargement du piège dipolaire, que l'état 5S_2 en laissant éteinte la diode à 633 nm durant le chargement du piège dipolaire et en allumant toutes les autres diodes pour repomper les autres états métastables. De cette façon, le taux d'accumulation dépend uniquement du taux de dépompage vers 5S_2 , qui varie avec la puissance du laser à 427 nm. Au terme du chargement, on repompe ensuite tous les atomes vers l'état fondamental 7S_3 où ils sont imagés. On obtient ainsi un

nombre d'atomes optimal pour un certain taux de dépompage. Nous verrons plus loin qu'à partir du moment où les atomes s'accumulent dans l'état 5S_2 , le nombre optimal d'atomes chargés dans le piège dipolaire est le même que l'on peuple ou non les autres états métastables.

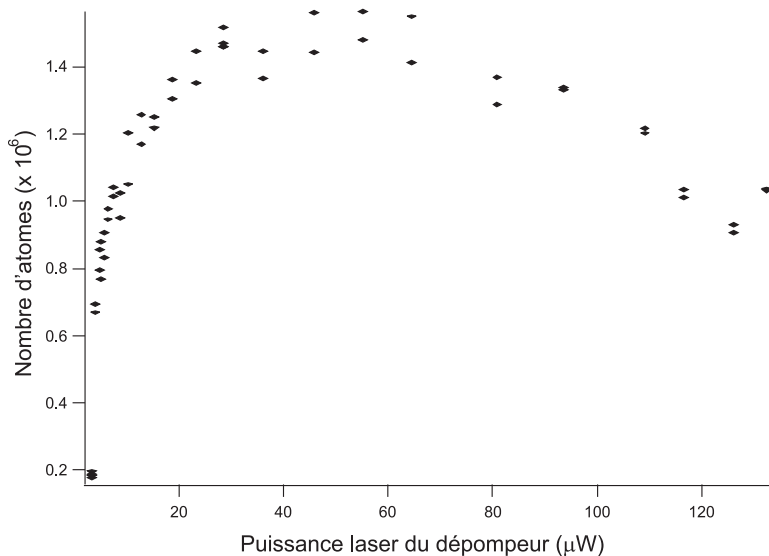


FIGURE 2.2 – Optimisation du nombre d'atomes chargés dans le piège dipolaire et accumulés dans l'état 5S_2 , en fonction de la puissance laser du dépompeur. Le nombre d'atomes est mesuré après transfert dans l'état fondamental 7S_3 . Le faible nombre maximal d'atomes est dû au fait que le flux du four était inhabituellement faible lorsque cette expérience a été faite.

Dans la figure 2.2, on constate que le nombre d'atomes obtenus en l'absence du dépompeur (point à $0 \mu\text{W}$) est non nul. En effet, malgré le fort taux de collision inélastiques assistées par la lumière, un nombre relativement faible d'atomes (≈ 200000) dans l'état fondamental peut tout de même se charger dans le piège infrarouge.

Le chargement optimal est obtenu pour une puissance laser du dépompeur allant de $35 \mu\text{W}$ à $70 \mu\text{W}$. On peut associer à une puissance du dépompeur un taux d'accumulation Γ_{depump} dans l'état 5S_2 par atome du MOT. Pour le mesurer, on crée un MOT en laissant éteint le dépompeur, puis on allume ce dernier. On observe alors la fluorescence du MOT qui décroît alors en un temps caractéristique T_{depump} vers une valeur stationnaire. Pour une puissance du dépompeur de $35 \mu\text{W}$, on mesure $T_{depump} = 5$ ms. Cette valeur est sensiblement inférieure à T_{light} tout en restant du même ordre de grandeur que T_{MOT} .

Interprétation Le taux de chargement du piège dipolaire semble être plus sensible à la limite imposée sur le taux de dépompage par les collisions inélastiques assistées la lumière dans le MOT (condition (2.2)) qu'à celle fixée par le temps de formation

du MOT (condition (2.1)). Cela renforce notre impression selon laquelle l'équation (2.1) est une condition trop forte qui n'a pas besoin d'être vérifiée pour optimiser le chargement du piège dipolaire (voir partie 2.1.1).

Pour confirmer cette impression, on pourrait également étudier en détail l'influence du "Dark Spot" (voir partie 1.3.4 et [82]), qui n'a pas été utilisé dans les expériences décrites dans ce chapitre, sur le chargement du piège dipolaire. Le but de ce "dark spot" est de compenser les effets négatifs du dépompeur sur le chargement du MOT et donc sur celui du piège dipolaire. Il serait intéressant d'étudier les effets du "Dark Spot" sur le chargement du piège dipolaire, en fonction de la puissance du dépompeur. Nous savons déjà que lorsque le dépompeur est à $35 \mu\text{W}$ (puissance optimale de chargement du piège dipolaire sans "Dark Spot") l'utilisation du "Dark Spot" provoque une augmentation de $\approx 50 \%$ du nombre d'atomes dans le MOT, et seulement de $\approx 20 \%$ sur le nombre d'atomes chargés dans le piège dipolaire ([82]). Cela semble dire qu'en l'absence de "Dark Spot", les $35 \mu\text{W}$ de dépompeur, équivalents à $T_{\text{depump}} = 5 \text{ ms}$, laissent malgré tout le temps aux faisceaux du MOT de comprimer suffisamment le nuage atomique. Ce résultat va dans le sens des mesures présentées dans la figure 2.2.

Nous avons mis en évidence expérimentalement plusieurs facteurs qui limitent le chargement du piège dipolaire. Il est nécessaire, pour maximiser ce chargement, que le dépompage soit assez fort pour dominer les collisions inélastiques assistées par la lumière dans le MOT. Le chargement optimal est obtenu lorsque le temps de transfert d'un atome du MOT vers les états métastable est du même ordre de grandeur que le temps de formation du MOT.

2.2 Pertes inélastiques dans les états métastables

Nous étudions maintenant les collisions inélastiques dans les états métastables. Nous allons montrer que les pertes engendrées par ces collisions sont bien moins importantes que les collisions assistées par la lumière dans le MOT. Nous verrons également que les collisions assistées par la lumière entre atomes dans les états métastables et atomes du MOT dans l'état excité 7P_4 sont négligeables dans notre expérience et ne limitent donc pas le chargement du piège dipolaire. Les pertes à deux corps, que nous allons caractériser, proviennent alors principalement des collisions entre atomes accumulés dans les états métastables.

2.2.1 Pertes inélastiques dans 5S_2 et 5D_4

Nous avons évoqué dans la partie 1.3.4 du chapitre 1 que la décision de dépomper les atomes vers l'état 5S_2 fut cruciale dans l'obtention d'un BEC de ${}^{52}\text{Cr}$. Nous allons donc dans un premier temps nous concentrer particulièrement sur cet état en ne laissant se peupler que cet état métastable. A partir d'un MOT, nous chargeons les atomes dans

le piège dipolaire dans l'état 5S_2 en allumant le dépompeur et toutes les diodes rouges sauf le repompeur à 633 nm. A $t = 0$, on éteint les faisceaux laser du MOT. A partir de cet instant, le piège dipolaire commence à se dépeupler sous l'effet des collisions inélastiques. Nous attendons un temps variable avant de mesurer le nombre d'atomes restant dans le piège dipolaire grâce à une imagerie par absorption après un temps de vol de 1,5 ms. La figure 2.3 présente l'évolution non exponentielle de ce nombre d'atomes.

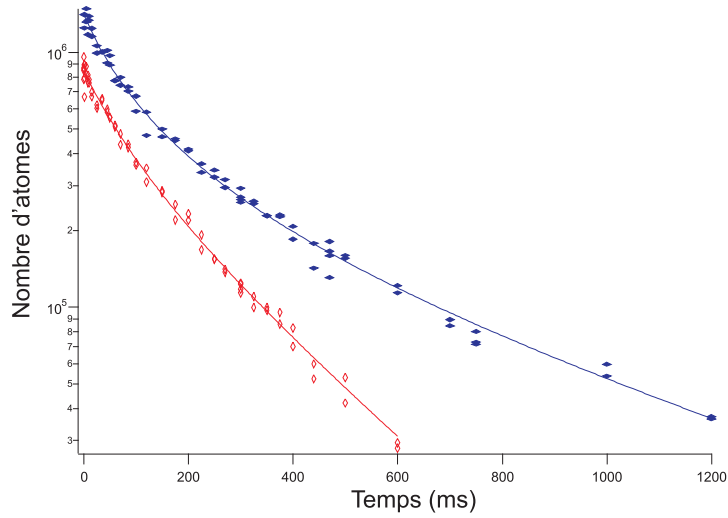


FIGURE 2.3 – *Durée de vie, après extinction des faisceaux du MOT, des atomes accumulés dans les états 5S_2 (losanges bleus) et 5D_4 (losanges de contour rouge) dans le piège dipolaire. Les atomes sont imagés après repompage vers l'état 7S_3 et un temps de vol de 0,8 ms. Les fits utilisant l'équation 2.8 (trait plein) nous permettent d'obtenir $\beta_{^5S_2} = 1,3 \cdot 10^{-11} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ et $\beta_{^5D_4} = 3,5 \cdot 10^{-11} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$*

Sous l'effet des collisions inélastiques, la densité $n(\mathbf{r}, t)$ du nuage d'atomes piégés évolue selon l'équation suivante :

$$\frac{dn(\mathbf{r}, t)}{dt} = -\Gamma_{res}n(\mathbf{r}, t) - \beta n(\mathbf{r}, t)^2 \quad (2.5)$$

Γ_{res} est, rappelons le, le taux de pertes à un corps. Il résulte principalement des collisions avec les atomes chauds venant du four. En effet, comme on le verra par la suite, le nombre d'atomes piégés dans l'état 7S_3 est très faible et les collisions avec ces atomes sont donc négligeables. β est le paramètre de collisions à deux corps que nous voulons mesurer ici.

On suppose que la densité atomique dans le piège dipolaire est gaussienne, ce qui est vérifié expérimentalement par imagerie in situ des atomes dans ce piège. On écrit donc :

$$n(\mathbf{r}, t) = \frac{N(t)}{V_0(t)} e^{-\left(\frac{x^2}{x_0^2(t)} + \frac{y^2}{y_0^2(t)} + \frac{z^2}{z_0^2(t)}\right)} \quad (2.6)$$

où $N(t)$ est le nombre d'atomes dans l'état métastable 5S_2 contenus dans le piège dipolaire et $V_0(t) = x_0(t)y_0(t)z_0(t)\pi^{3/2}$.

En intégrant cette équation sur tout l'espace, on obtient :

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\Gamma_{res}N(t) - \frac{\beta}{2^{3/2}V_0(t)}N(t)^2. \quad (2.7)$$

On a considéré que le volume caractéristique du nuage d'atomes dans le piège, V_0 , est indépendant du temps, ce que l'on vérifie expérimentalement.

La résolution de cette équation différentielle donne alors :

$$N(t) = \frac{N_0 e^{-\Gamma_{res}t}}{1 + \frac{\beta N_0}{2^{3/2}V_0\Gamma_{res}}(1 - e^{-\Gamma_{res}t})} \quad (2.8)$$

où $N_0 = N(0) \approx 1,2 \cdot 10^6$ atomes. Le profil en densité ne pouvant pas être mesuré par imagerie in situ en raison de la saturation de l'imagerie, V_0 ne peut être déduit que par la mesure de la température après temps de vol et par calcul des fréquences du piège.

On fait l'approximation que les atomes restent au fond du piège dipolaire, où le potentiel piégeant est parabolique. On considère également qu'à la température T , la densité atomique dans ce piège suit une distribution de Maxwell-Boltzmann. Le volume V_0 vérifie alors :

$$V_0 = \pi^{3/2}(2k_B T/m)^{3/2}\bar{\omega}^{-3} \quad (2.9)$$

où $\bar{\omega}$ est la moyenne géométrique des fréquences du piège, k_B est la constante de Boltzmann et m la masse d'un atome de chrome. Dans l'approximation parabolique énoncée ci-dessus, $\bar{\omega}$ vérifie :

$$\bar{\omega} = \left[\frac{(2U)^{3/2}}{w^2 z_R m^{3/2}} \right]^{1/3} \quad (2.10)$$

où U est la profondeur du piège, w est le waist du faisceau infrarouge au niveau du MOT égal à $42 \mu\text{m}$ et z_R est la longueur de Rayleigh correspondante, égale à $5,2 \text{ mm}$. Il nous faut maintenant, pour déterminer $\bar{\omega}$, connaître la profondeur U du piège dipolaire.

La puissance du faisceau laser au niveau du MOT, en tenant compte de la rétro-réflexion, est de $2 \times 30 \text{ W}$. Sachant que le waist de ce faisceau au niveau du MOT est de $42 \mu\text{m}$, le déplacement lumineux induit par ce dernier peut être calculé grâce à la méthode décrite dans [89] et [83]. On trouve un déplacement lumineux de $12,9 \text{ MHz}$.

La température du nuage de chrome dans le piège dipolaire, mesurée après temps de vol, est de $75 \mu\text{K}$.

Le calcul précédent nous permet donc d'obtenir un volume $V_0 \approx 1,2 \text{ mm}^3$.

En fittant la courbe de la figure 2.3 par la fonction 2.8, on trouve $\beta_{5S_2} = 1,3 \cdot 10^{-11} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Après avoir reproduit ces mesures, on obtient finalement $\beta_{5S_2} = 1,6 \cdot 10^{-11} \pm 0,4 \cdot 10^{-11} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

La même expérience est reproduite en n'accumulant cette fois les atomes uniquement dans l'état $5D_4$. Les résultats sont également présentés dans la figure 2.3 et on obtient $\beta_{5D_4} = 3,5 \cdot 10^{-11} \pm 1 \cdot 10^{-11} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, en accord raisonnable avec [44, 90]. La température du nuage piégé est la même que pour l'accumulation dans l'état $5S_2$.

On a $\frac{\beta_{5S_2}}{\beta_{5D_4}} \approx 0,5$. Nous pouvons en conclure que les propriétés collisionnelles dans l'état $5S_2$ sont légèrement plus favorables au chargement du piège dipolaire que celles dans $5D_4$. De plus, β_{5S_2} et β_{5D_4} sont très inférieurs au paramètre de collisions inélastiques assistées par la lumière dans le MOT, $\beta_{MOT} = 8 \cdot 10^{-10} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Cela explique pourquoi nous avons choisi de privilégier le chargement avec des atomes métastables.

2.2.2 Influence des atomes excités du MOT

Nous avons étudié l'influence des collisions inélastiques entre atomes métastables et atomes du MOT sur les pertes dans le piège dipolaire : nous avons effectué une nouvelle fois la mesure des pertes inélastiques dans l'état $5S_2$ sans cette fois-ci éteindre les faisceaux du MOT et en prenant comme origine du temps $t = 0$ l'instant où nous avons éteint le dépompeur. Nous avons obtenu le même taux de perte initial que dans l'expérience précédente où les faisceaux du MOT étaient éteints à $t = 0$ (voir figure 2.4). Nous pouvons en déduire que le taux de collisions inélastiques assistées par la lumière entre atomes excités du MOT, dans l'état $7P_4$ et les atomes dans l'état métastable $5S_2$ est négligeable devant le taux de pertes à deux corps causées par les collisions inélastiques entre atomes dans $5S_2$. En effet, en raison des fortes densités existant dans un piège optique (on a dans notre piège optique une densité maximale de $n_0 = 1,3 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ contre 10^{11} cm^{-3} dans le piège magnétique, voir [44]), ce sont les pertes à deux corps qui dominent. Dans un piège magnétique, en revanche, les pertes dues aux collisions assistées par la lumière entre des atomes dans les états métastables et des atomes du MOT dans l'état excité $7P_4$ sont dominantes. Elles ont été mises en évidence expérimentalement dans [90, 91].

En conclusion, les mesures que nous avons effectuées démontrent bien l'efficacité du chargement du piège dipolaire par le biais de l'accumulation dans les états métastables, les paramètres de collisions inélastiques obtenus dans ces états étant inférieurs d'un à deux ordres de grandeur à celui obtenu dans le MOT ([83, 92]). De même, nous avons montré que ce chargement est limité par des pertes à deux corps entre atomes dans les états métastables. Les informations récoltées nous permettent de formuler les approximations nécessaires à l'établissement d'un modèle simple pour rendre compte du chargement du piège dipolaire dans les états $5S_2$ et $5D_4$.

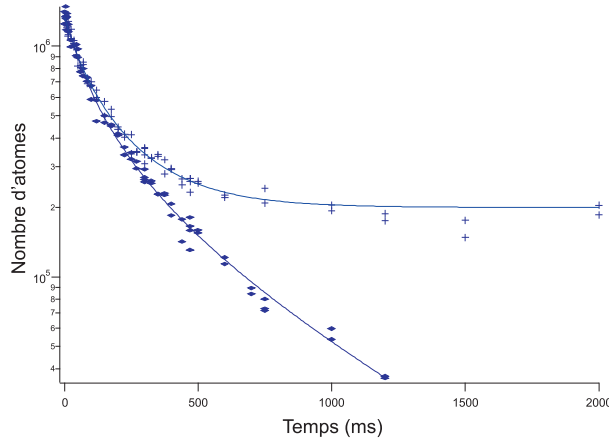


FIGURE 2.4 – Durée de vie des atomes accumulés dans le piège dipolaire dans l'état 5S_2 lorsque les faisceaux du MOT sont éteints (losanges bleus) et allumés (croix bleues). Les atomes sont imagés après repompage vers l'état 7S_3 et un temps de vol de 0,8 ms. On constate que le taux de perte initial est le même dans les deux cas. Cela nous montre que les pertes causées par les collisions inélastiques assistées par la lumière entre des atomes du MOT dans l'état 7P_4 et des atomes dans l'état 5S_2 sont négligeables devant les pertes à deux corps dans l'état 5S_2 . Le nombre d'atomes non nul (≈ 200000) à $t \rightarrow \infty$, pour les croix bleues, correspond aux atomes chargés dans le piège dipolaire à partir du MOT dans l'état 7S_3

2.3 Populations des états métastables

Les résultats établis dans les parties précédentes nous permettent d'affirmer que les seuls mécanismes de pertes limitant le chargement du piège dipolaire sont les collisions inélastiques entre états métastables. Cela nous permet de grandement simplifier le problème de l'optimisation de ce chargement et d'établir un modèle qui aboutira à une conclusion contre-intuitive : le piégeage par le laser infrarouge est aussi efficace que l'on accumule les atomes dans tous les états métastables ou seulement dans l'état 5S_2 . La confirmation expérimentale de cet état de fait nous permettra de comprendre comment les atomes se répartissent dans les différents états métastables.

2.3.1 Un cas simple

Traisons d'abord le cas simple où seuls deux états métastables sont peuplés. Nous allons montrer que si les collisions inélastiques existant dans ces états peuvent être décrites par un seul et même paramètre β , le nombre d'atomes chargés dans le piège reste le même, que l'on les accumule dans un ou deux états. Les équations d'évolution des populations d'atomes piégés dans ces états, N_1 et N_2 , et dans le MOT pendant la phase d'accumulation s'écrivent :

$$\frac{dN_1}{dt} = \alpha N_{MOT} \Gamma_1 - \beta \frac{N_1}{V_0} N_1 - \beta \frac{N_2}{V_0} N_1 \quad (2.11)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \alpha N_{MOT} \Gamma_2 - \beta \frac{N_2}{V_0} N_2 - \beta \frac{N_1}{V_0} N_2 \quad (2.12)$$

$$\frac{dN_{MOT}}{dt} = \Gamma - N_{MOT}(\Gamma_1 + \Gamma_2) \quad (2.13)$$

Γ_1 et Γ_2 sont les taux de transfert du MOT vers les états métastables 1 et 2. V_0 est donné dans la formule (2.9). Γ est le taux de chargement du MOT et α est un coefficient ($\alpha < 1$) caractérisant la qualité du couplage entre le MOT et le piège infrarouge. Ce dernier paramètre dépend de la profondeur du piège optique, de la température dans le MOT et du recouvrement spatial entre ces deux pièges. Si le faisceau dépompeur à 427 nm est trop puissant, le nuage d'atomes capturés par les faisceaux du MOT n'a pas le temps d'être totalement refroidi ou compressé par ces derniers, ce qui conduit à un mauvais couplage entre le MOT et le piège dipolaire et se traduit par une valeur faible du coefficient α . La valeur de ce dernier pour une puissance optimale du dépompeur, de 35 μW , est estimée à 0,25. L'équation (2.13) n'est valable que si les fuites vers les états métastables sont le seul facteur limitant le chargement du MOT. Nous avons vu, dans la partie 2.1.3, que dans notre cas les taux de fuites sont assez forts pour nous autoriser à négliger les pertes inélastiques dans le MOT. Les mesures de T_{depump} décrites dans la partie 2.1.3 nous permettent de dire qu'à l'optimum de chargement du piège optique, on a $\frac{1}{\Gamma_1 + \Gamma_2} \approx 5$ ms.

La résolution des équations (2.11), (2.12) et (2.13) donne, dans le régime stationnaire, à condition que $\Gamma_1 + \Gamma_2 \neq 0$: $N_{MOT} = \frac{\Gamma}{\Gamma_1 + \Gamma_2}$ et $N_1 + N_2 = \sqrt{\frac{\alpha V_0 \Gamma}{\beta}}$

Ces calculs nous montrent que le nombre total d'atomes accumulés dans les états métastables ne dépend pas des taux de transfert Γ_1 et Γ_2 . Ainsi, si l'un des deux est nul, c'est à dire si l'on accumule les atomes dans un seul de ces deux états métastables en fermant la fuite vers l'autre état grâce à son repompeur, le nombre d'atomes chargés dans le piège n'en sera pas diminué.

2.3.2 Accumulation dans les états 5S_2 et 5D_4

Afin d'illustrer le cas étudié précédemment, nous décidons de ne peupler que les états métastables 5S_2 et 5D_4 , pour lesquels les taux d'accumulation sont les plus forts, en repompant en permanence les états 5D_2 et 5D_3 grâce aux diodes lasers à 647 nm et 654 nm. Les populations des états métastables et celles du MOT évoluent selon les équations :

$$\frac{dN_{^5S_2}}{dt} = \alpha N_{MOT} \Gamma_{^5S_2} - \beta_{^5S_2} \frac{N_{^5S_2}}{V_0} N_{^5S_2} - \beta_{^5S_2, ^5D_4} \frac{N_{^5D_4}}{V_0} N_{^5S_2} \quad (2.14)$$

$$\frac{dN_{5D_4}}{dt} = \alpha N_{MOT} \Gamma_{5D_4} - \beta_{5D_4} \frac{N_{5D_4}}{V_0} N_{5D_4} - \beta_{5S_2, 5D_4} \frac{N_{5S_2}}{V_0} N_{5D_4} \quad (2.15)$$

$$\frac{dN_{MOT}}{dt} = \Gamma - N_{MOT} (\Gamma_{5S_2} + \Gamma_{5D_4}) \quad (2.16)$$

On a également $N_{5D_2} = N_{5D_3} = 0$.

Nous avons ici négligé les pertes à un corps dans les états $5S_2$ et $5D_4$.

Comme on l'a vu dans la partie 2.2.1 et contrairement au cas simplifié des équations (2.11) à (2.13), les paramètres de collisions β_{5S_2} et β_{5D_4} ne sont pas égaux. De plus, le paramètre de collisions inter-états $\beta_{5S_2, 5D_4}$ est pour l'instant inconnu.

Pourtant, à l'instar de ce que prévoit le modèle simple établi plus haut, nous avons fait expérimentalement la constatation suivante : à partir du moment où l'état $5S_2$, qui présente moins de collisions inélastiques que l'état $5D_4$, est peuplé, le nombre d'atomes piégés restera le même que la fuite vers l'état $5D_4$ soit bouchée ou non.

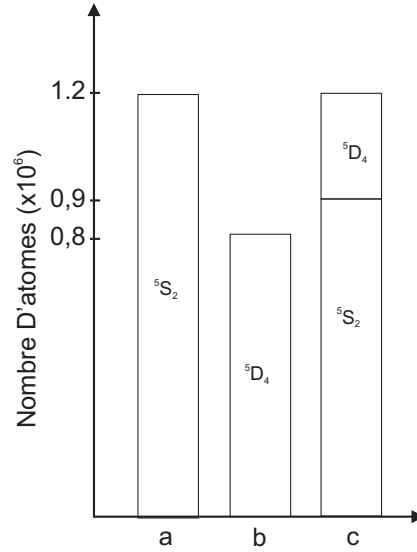


FIGURE 2.5 – Nombre d'atomes chargés dans le piège dipolaire, après repompage dans l'état $7S_3$, lorsqu'un ou deux états métastables sont peuplés pendant la phase d'accumulation. (a) et (b) : on ne peuple respectivement que l'état $5S_2$ et $5D_4$. (c) : les deux états sont peuplés et on mesure la population dans chaque état.

Ce résultat, présenté dans la figure 2.5, a été obtenu en réalisant les expériences suivantes :

Pendant la phase de chargement du piège dipolaire, on accumule les atomes uniquement dans $5S_2$ (colonne a) ou dans $5D_4$ (colonne b). Ces deux résultats correspondent aux valeurs obtenues dans l'expérience de la partie 2.2 (figure 2.3) à $t = 0$. En colonne c, on a représenté le résultat obtenu lorsque les deux états métastables sont peuplés. On obtient bien le même résultat qu'en colonne a. On peut, dans ce dernier cas, connaître

les populations de chaque état en les imageant séparément, c'est à dire en repompant vers l'état fondamental 7S_3 exclusivement les atomes se trouvant dans l'un ou l'autre état avant l'imagerie.

Détermination du paramètre de collisions inter-états $\beta_{5S_2,5D_4}$ et du rapport $\frac{\Gamma_{5D_4}}{\Gamma_{5S_2}}$: Dans les cas des colonnes **a** et **b**, les nombres d'atomes chargés dans le piège ont, dans le régime stationnaire, respectivement les valeurs $N_{\mathbf{a}} = \sqrt{\frac{\alpha V_0 \Gamma}{\beta_{5S_2}}} = 1,2 \cdot 10^6$ et $N_{\mathbf{b}} = \sqrt{\frac{\alpha V_0 \Gamma}{\beta_{5D_4}}} = 0,8 \cdot 10^6$.

Remarquons que l'on a $\frac{N_{\mathbf{a}}}{N_{\mathbf{b}}} = \sqrt{\frac{\beta_{5D_4}}{\beta_{5S_2}}} = 1,5$. Les valeurs de β_{5S_2} et β_{5D_4} mesurées en partie 2.2.1 donnent $\sqrt{\frac{\beta_{5D_4}}{\beta_{5S_2}}} = 1,5 \pm 0,4$. Cela nous convainc de la cohérence de notre modèle.

Dans le dernier cas (colonne **c**), on constate que $N_{5S_2} = 3N_{5D_4}$. On obtient alors, en faisant la somme des équations (2.14) et (2.15) dans le régime stationnaire :

$$\frac{\beta_{5S_2}}{\alpha V_0 \Gamma} N_{5D_4}^2 \left(9 + \frac{\beta_{5D_4}}{\beta_{5S_2}} + 6 \frac{\beta_{5S_2,5D_4}}{\beta_{5S_2}} \right) = 1 \quad (2.17)$$

De même, on trouve, en faisant la différence des équations (2.14) et (2.15) :

$$\frac{\beta_{5S_2}}{\alpha V_0 \Gamma} N_{5D_4}^2 \left(9 - \frac{\beta_{5D_4}}{\beta_{5S_2}} \right) = 1 - 2a \quad (2.18)$$

avec $a = \frac{\Gamma_{5D_4}}{\Gamma_{5D_4} + \Gamma_{5S_2}}$.

En utilisant les résultats expérimentaux $N_{5D_4} = 0,3 \cdot 10^6$, $N_{\mathbf{a}} = \sqrt{\frac{\alpha V_0 \Gamma}{\beta_{5S_2}}} = 1,2 \cdot 10^6$ et $\frac{\beta_{5D_4}}{\beta_{5S_2}} = 2,25$, on obtient finalement $a = 0,29$ et $\frac{\beta_{5S_2,5D_4}}{\beta_{5S_2}} = 0,79$

Le résultat $\beta_{5S_2} = 1,6 \cdot 10^{-11} \pm 0,4 \cdot 10^{-11} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ obtenu en partie 2.2.1 nous permet finalement d'obtenir le paramètre de collisions inter-états $\beta_{5S_2,5D_4} = 0,79 \beta_{5S_2} = 1,27 \cdot 10^{-11} \pm 0,3 \cdot 10^{-11} \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

De plus, on peut déduire de la valeur de a le rapport $\frac{\Gamma_{5D_4}}{\Gamma_{5S_2}}$, qui vaut 0,41. Ce rapport est supérieur au rapport de branchement entre les transitions ${}^7P_3 \rightarrow {}^5D_4$ et ${}^7P_3 \rightarrow {}^5S_2$, égal à 0,21 (voir tableau 2.1). En effet, la transition ${}^7P_4 \rightarrow {}^5D_4$ joue un rôle non négligeable dans l'accumulation des atomes dans l'état 5D_4 , bien que la force de cette transition soit bien inférieure à celle de ${}^7P_3 \rightarrow {}^5D_4$. On peut le comprendre en constatant que l'état 7P_4 est très fortement peuplé (environ la moitié des atomes du MOT), bien plus que ne l'est l'état 7P_3 , lorsque le MOT est allumé. La valeur de

$\Gamma_{^5D_4}$ tient donc compte, en plus de la transition $^7P_3 \rightarrow ^5D_4$, de la contribution que lui apporte la transition $^7P_4 \rightarrow ^5D_4$.

	7S_3	5S_2	5D_4	5D_3	5D_2
7P_4	$3.15 \cdot 10^7$	interdite	127	42	interdite
7P_3	$3.07 \cdot 10^7$	$2.9 \cdot 10^4$	$6 \cdot 10^3$	inconnue	inconnue

TABLE 2.1 – Probabilités de transition, en s^{-1} (tiré du NIST Atomic and Spectra Database [93], et de [90]).

2.3.3 Utilisation de tous les canaux de fuite

Les résultats du paragraphe précédent peuvent se généraliser lorsque sont utilisés tous les états métastables. Les résultats de cette expérience sont présentés dans la figure 2.6.

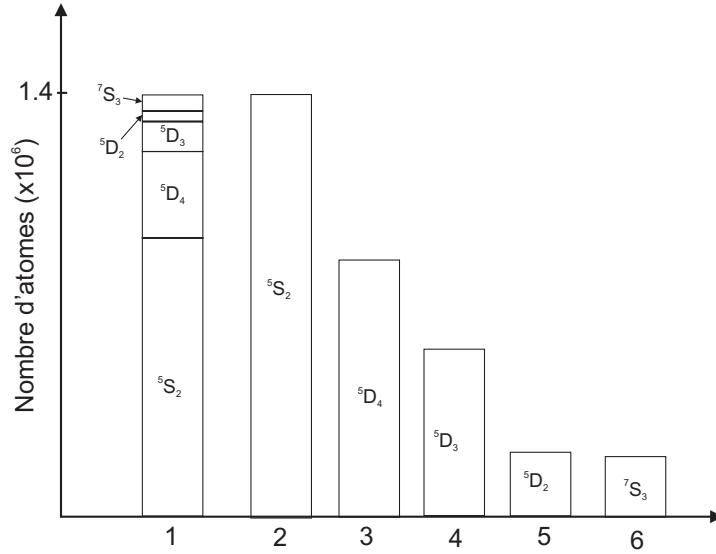


FIGURE 2.6 – Nombre d'atomes dans le piège dipolaire après accumulation et repompage vers l'état fondamental 7S_3 . (1) Accumulation simultanée dans tous les états métastables, et répartition des populations atomiques entre ces états. (2)-(5) : accumulation dans un seul réservoir, les autres réservoirs étant bouchés pendant la phase d'accumulation. (6) Accumulation dans 7S_3 quand tous les états métastables sont repompés.

En colonne 1, on représente les populations dans les différents états métastables lorsque tous les canaux d'accumulation vers ces états sont ouverts : pendant le chargement du piège dipolaire, le dépompeur est allumé et tous les repompeurs sont éteints. Pour connaître la population d'un état métastable au terme de ce chargement, on repompe uniquement cet état vers l'état fondamental 7S_3 avant l'imagerie. Le nombre

d'atomes accumulés dans l'état 7S_3 au cours du chargement est obtenu en ne repompant aucun état métastable à la fin de l'accumulation. Dans les colonnes **2** à **5** sont représentés les nombres d'atomes imagés après le chargement du piège dipolaire lorsqu'on ne laisse se peupler, pendant ce chargement, qu'un seul état métastable. On remarque, en comparant les colonnes **1** et **2** que l'on a chargé le même nombre d'atomes (avec une incertitude expérimentale de $\approx 10\%$). Cela confirme le résultat prédit par notre modèle idéal. En d'autres termes, on image le même nombre d'atomes si l'on repompe en permanence les niveaux 5D_4 , 5D_3 et 5D_2 ou si l'on ne les repompe qu'après le chargement du piège dipolaire. L'état 5S_2 joue donc un rôle de réservoir dont la seule utilisation garantit un chargement optimal du piège dipolaire. On peut montrer, en comparant les colonnes **2** à **5** à la colonne **1**, que le nombre d'atomes chargés dans un état métastable donné est maximal lorsque les autres états ne sont pas peuplés, car il n'y a alors pas de pertes causées par des collisions entre des atomes peuplant des états métastables différents. Enfin, on peut souligner le fait que très peu d'atomes sont accumulés dans l'état 5D_2 (colonne **5**). En effet, pendant le chargement du piège dipolaire, on accumule presque autant d'atomes, que tous les repompements soient allumés (colonne **6**) ou que seul le repompement à 647 nm, chargé de repomper l'état 5D_2 , soit éteint. On estime à 3.10^4 le nombre d'atomes accumulés dans l'état 5D_2 . Cela semble indiquer un très faible taux de couplage entre les états 7P_3 et 5D_2 , taux qui n'a d'ailleurs jamais été mesuré (voir tableau 2.1). Le taux de transfert de l'état 7S_3 vers l'état 5D_2 est donc faible devant le taux de collisions inélastiques assistées par la lumière dans le MOT. Le modèle appliqué au cas simple décrit plus haut, où ces collisions étaient négligées, n'est donc plus valable. La plupart des atomes du MOT subissent une collision inélastique avant d'être transférés vers l'état 5D_2 et sont donc éjectés du piège. Cela limite fortement la population dans cet état.

2.4 Conclusion

Nous avons détaillé dans ce chapitre notre stratégie d'optimisation du chargement du piège dipolaire en vue de la production d'un condensat de chrome. Ce piège est chargé directement à partir du MOT en dépompant les atomes de manière contrôlée vers des états métastables. Nous avons montré que, grâce à un fort dépompement, les collisions inélastiques assistées par la lumière ne limitent pas le chargement du piège dipolaire. Le dépompement optimal est obtenu lorsque le taux de dépompement est de l'ordre de $1/T_{MOT}$, où T_{MOT} est le temps de formation du MOT. Nous avons également mesuré les paramètres de collisions inélastiques dans les deux états métastables les plus importants, 5S_2 et 5D_4 . L'état 5S_2 est celui pour lequel ce paramètre est le plus bas, ce qui explique pourquoi c'est l'état le plus favorable au chargement du piège dipolaire. Nous avons également étudié l'importance relative de ces deux états et deux autres états métastables, 5D_3 et 5D_2 . Nous en avons déduit que seul l'état 5S_2 doit être peuplé pour optimiser le chargement du piège dipolaire, les trois autres états pouvant être repompés en permanence. Ces

résultats ont été publiés dans [94].

Chapitre 3

Réalisation et mise en oeuvre d'une cavité passive de référence

Nous décrivons dans ce chapitre la construction et l'asservissement en température d'une cavité Fabry-Pérot passive "ultra-stable". Malgré la simplicité de l'architecture de cette cavité, nous avons atteint d'excellentes performances en termes de stabilité sur le long terme. Les dérives en fréquence de ses pics de transmission n'ont pas dépassé 1 MHz, à des longueur d'onde de l'ordre de 600 nm, en un an d'expériences. Cette cavité a été d'abord utilisée pour asservir les fréquences de deux nouveaux repompeurs rouges, à 633 nm et 654 nm. Nous avons ensuite, au vu de ses bonnes performances, également asservi sur cette cavité un nouveau laser Titane-Saphir à 851 nm. Ce laser sera utilisé pour de futures expériences de refroidissement l'isotope fermionique du chrome, ^{53}Cr . La cavité doit être très bien asservie en température pour obtenir une bonne stabilité en fréquence. La réponse thermique de la cavité à un échelon de puissance de chauffage a fait l'objet d'une étude approfondie, détaillée dans ce chapitre. Cette étude nous a permis de déterminer les paramètres optimaux de l'asservissement en température.

3.1 Nécessité d'une cavité Fabry-Pérot passive ultra-stable

Inconvénients de l'ancienne cavité active : Avant la construction d'une cavité passive ultra-stable, l'ensemble des sources lumineuses consacrées au refroidissement du ^{52}Cr était référencé sur une cavité Fabry-Pérot active. Cette dernière est asservie sur une référence atomique sondée par un laser bleu à 425 nm, issu du doublement du faisceau à 850 nm produit par un laser Titane-Saphir asservi sur cette même cavité. Deux repompeurs à 633 nm et 663 nm sont également asservis sur cette cavité. Cette boucle d'asservissement, illustrée dans la figure 1.4 de la partie 1.1, présente un inconvénient majeur : si l'un de ces lasers devient instable, on doit stabiliser de nouveau un par un

tous les lasers. La longueur de la cavité Fabry-Pérot une fois asservie dépend de l'ordre du pic de transmission sur le flanc duquel le laser Titane-Saphir est stabilisé. Ainsi, si cet ordre varie d'une stabilisation des lasers à l'autre, les fréquences des pics sur lesquels sont asservis les repompeurs varient également ; il faut alors modifier les fréquences des AOM qui assurent l'accord des repompeurs avec les résonances atomiques. Ce processus de stabilisation des lasers, répété chaque jour, et souvent plusieurs fois par jour, est fastidieux et gourmand en temps.

Premières applications de la nouvelle cavité passive : Nous avons décidé de réaliser une référence basée sur une cavité Fabry-Pérot passive, stabilisée en température. Celle-ci sert de référence aux nouveaux lasers de notre expérience. Les premiers lasers asservis sur cette cavité ont été des diodes lasers à 654 nm et 647 nm utilisées pour le repompage d'atomes se trouvant dans les états métastables 5D_3 et 5D_2 . Le repompeur à 647 nm s'est par la suite avéré inutile dans l'optimisation du chargement du piège dipolaire, car très peu d'atomes s'accumulent dans l'état 5D_2 (voir résultats de la partie 2.3). Nous l'avons donc remplacé par une nouvelle diode laser à 633 nm, pour le repompage de l'état 5S_2 . Cela nous a permis de prévenir le vieillissement de l'ancien repompeur à 633 nm, asservi sur la cavité optique active, fondamental dans l'obtention d'un gaz dégénéré de chrome.

La largeur des raies atomiques correspondant aux transitions $^5S_2 \rightarrow ^7P_3$ et $^5D_{2,3,4} \rightarrow ^7P_3$ de repompage des états métastables est d'environ 5 MHz. Nous nous sommes donc imposés comme cahier des charges des dérives maximales de 1 MHz de la fréquence d'un pic de la cavité à une longueur d'onde de 600 nm environ, sur une journée d'expérience. Pour une cavité de longueur $L = 30$ cm, l'intervalle spectral libre en $c/4L$ est de 250 MHz. Ainsi une dérive de 1 MHz correspond à une dérive de la longueur de la cavité de $\Delta L = \frac{1}{250} \frac{\lambda}{4} = 0,6$ nm ($\frac{\Delta L}{L} = 2.10^{-9}$) pour $\lambda = 600$ nm. L'utilisation d'un matériau à très faible coefficient dilatation thermique est donc indispensable. Le support qui sépare les miroirs de notre cavité est un barreau en verre ULE (Ultra Low Expansion), fabriqué par "Corning" et fréquemment utilisé en métrologie. Ce dernier nous a été offert par l'équipe HOTES du Laboratoire de Physique des Lasers (LPL).

Comparaison de nos objectifs avec ceux de la métrologie : Les performances, décrites ci-dessus, exigées pour notre cavité, sont bien inférieures à celles des cavités ultra-stables conçues en métrologie.

Dans ce domaine, des cavités optiques sont utilisées, par exemple, pour stabiliser des diodes lasers destinées à sonder des transitions ultra-fines, dont les largeurs sont de l'ordre du mHz. On retrouve de telles applications dans la conception d'horloges atomiques ([95]). Ces cavités doivent être isolées mécaniquement, afin de filtrer au maximum les vibrations. Elles doivent également être stabilisées thermiquement afin que les fluctuations de leurs longueurs, dues à la dilatation thermique, soient réduites au

maximum. L'agitation thermique, qui entraîne des vibrations aux surfaces des miroirs d'une cavité optique, constitue une limite fondamentale à la stabilité de cette dernière ([96, 97]). Pour les cavités les plus stables, les fluctuations relatives $\frac{\Delta L}{L}$ de leur longueur L sont de l'ordre de 10^{-15} sur 1 s, ce qui correspond, dans le visible, à une stabilité en fréquence inférieure au Hz. Ces performances sont très proches de la limite imposée par l'agitation thermique ([98, 99]).

Référencer un laser sur l'une de ces cavités optique ultra-stables permet de réduire considérablement les fluctuations de fréquence ("jitter") et de phase de ce laser, responsables de l'élargissement de son pic d'émission, à condition que la finesse F de cette cavité soit suffisamment élevée ($F > 1000$). Toutefois, la stabilité du laser n'est pas fondamentalement limitée par cette dernière : pour les cavités de plus haute finesse ($F \approx 500000$), les pics de transmission ont une largeur de quelques kHz ; or, si le système d'asservissement est suffisamment réactif, il est possible de stabiliser sur une cavité optique, avec une précision inférieure au Hz, un laser ayant initialement une largeur de raie de quelques MHz ([100, 101]). En asservissant un laser sur une cavité ultra-stable, des largeurs de raie inférieures au Hz ont été atteintes dans le visible ([99, 98, 102]), le proche infrarouge ([100, 98]), et l'infrarouge lointain pour la spectroscopie moléculaire ([103, 104]).

Dans notre expérience, nous nous sommes intéressés exclusivement à la stabilité sur le moyen et long terme (>10 s) de notre cavité. La largeur des transitions atomiques excitées par nos lasers (≈ 5 MHz) est suffisamment grande pour que l'on n'ait pas eu à tenir compte des fluctuations rapides, mais de faible amplitude, de la taille de la cavité. Notons que la réduction des dérives lentes de la fréquence d'une cavité Fabry-Pérot représente en métrologie un défi complexe. Ces dérives ont pu être réduites, des années 1990 à 2010, de 200 Hz/s à moins d'1 Hz/s ([101, 99, 100]). Comme nous l'expliquons dans la suite, la précision sur la mesure des fréquences des lasers asservis sur notre cavité passive est limitée à 500 kHz. Nous pouvons cependant affirmer que les performances de cette dernière, en termes de stabilité sur le très long terme (dérives de moins d'1 MHz en un an), sont très bonnes compte tenu de la simplicité de sa conception.

3.2 Conception de la cavité Fabry-Pérot

3.2.1 Asservissement des repompeurs sur la cavité

La nouvelle cavité Fabry-Pérot est placée sur une petite table optique séparée du reste de l'expérience.

Le schéma de référencement des nouvelles diodes laser sur la cavité est représenté dans la figure 3.1.

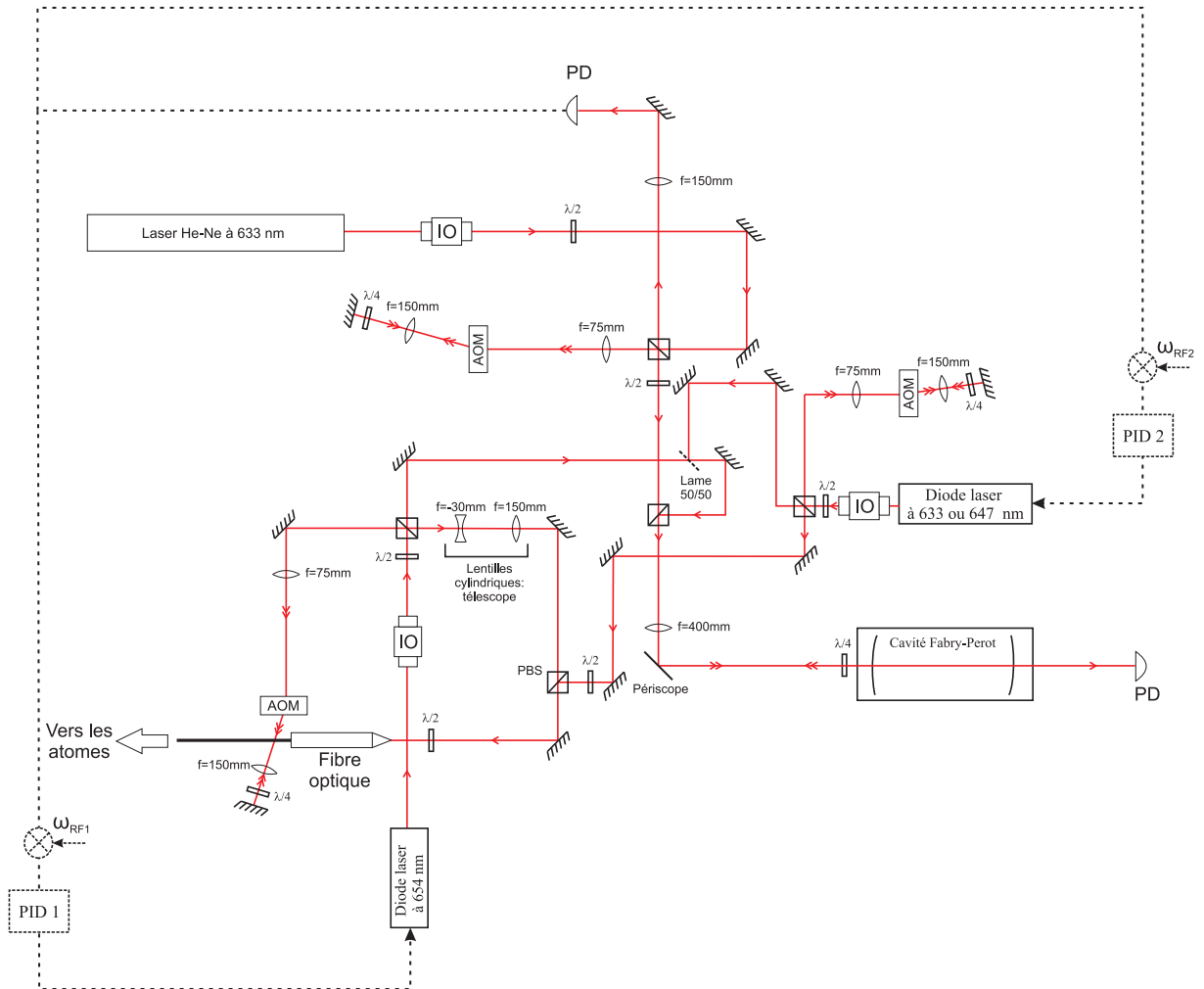


FIGURE 3.1 – Schéma du référencement de deux diodes laser rouges, à 654 nm et 633 ou 647 nm, sur la cavité optique ultra-stable. Sur ce schéma est également représentée l'injection dans cette cavité d'un laser Helium-Néon (He-Ne) à 633 nm utilisé pour mesurer les dérives en fréquence de cette dernière. PBS = cube polariseur ; PD = photodiode ; PID = correcteur proportionnel-intégrateur-dérivateur ; IO = isolateur optique.

Les diodes sont stabilisées en utilisant la méthode de Pound-Drever-Hall (PDH) ([105]). En sortie de chaque diode, dont la lumière émise est de polarisation rectiligne, un cube polariseur est utilisé pour prélever une petite partie de la puissance lumineuse. Cette dernière est injectée dans la cavité optique afin d'obtenir la stabilisation de la fréquence de la diode. Le courant de la diode est faiblement modulé à une fréquence RF choisie entre 5 et 20 MHz. Cette modulation est à l'origine de deux bandes latérales localisées de part et d'autre du pic d'émission du laser. La lumière réfléchie par la cavité Fabry-Pérot est détectée par une photodiode rapide. Une démodulation de ce signal permet, lorsque la phase de la référence utilisée à cet effet est bien choisie, d'obtenir un signal dispersif. ([106, 107]).

En utilisant ce signal d'erreur, un régulateur PID agit alors par rétroaction "rapide" sur le courant de la diode et "lente" sur le piézo de la cavité étendue.

L'avantage de cette technique est d'autoriser le référencement de plusieurs lasers sur une même cavité, en utilisant une fréquence de modulation différente pour chaque laser. Les courants des diodes à 654 nm et 647 nm sont respectivement modulés à 15 MHz et 6 MHz.

L'autre partie de la lumière émise par la diode, c'est à dire la quasi-totalité de sa puissance, traverse en double passage un modulateur acousto-optique. La lumière diffractée par les AOM est ensuite acheminée vers l'enceinte du MOT à l'aide d'une fibre optique, à maintien de polarisation, longue de 10 m. Le couplage du faisceau à 654 nm dans cette fibre est optimisé en corrigeant l'asymétrie de ce dernier à l'aide d'un télescope. Ce dernier est composé de deux lentilles cylindriques de focales -30 mm et 150 mm (voir figure 3.1). Il fait grossir le faisceau à 654 nm d'un facteur 5 le long de l'axe vertical. La transmission de la fibre optique après cette optimisation est d'environ 70%. Les AOM nous permettent, une fois les diodes laser asservies sur la cavité, de décaler leurs fréquences jusqu'à la résonance atomique. Si la cavité est suffisamment stable, les fréquences des AOM n'ont pas besoin d'être souvent modifiées.

3.2.2 Montage de la cavité Fabry-Pérot

La cavité Fabry-Pérot utilisée est une cavité confocale dégénérée de longueur $L = 30$ cm injectée en $c/4L$. L'intervalle spectral entre deux pics de la cavité est donc de 250 MHz. Il est alors nécessaire, pour d'accéder à n'importe quelle fréquence du spectre, de pouvoir décaler la fréquence du laser d'au moins 125 MHz. Les AOM utilisés ici ont une bande passante large de 200 MHz, ce qui est largement suffisant. Leur point de fonctionnement optimal est à 350 MHz.

La cavité optique est constituée de deux miroirs fixés de part et d'autre d'un cylindre (ou barreau) en verre ULE. Les deux miroirs sont convergents et leur rayon de courbure

est de 300 mm. La fixation des miroirs sur le barreau ULE est illustrée dans la figure 3.2. Un premier anneau en acier inoxydable est collé sur le barreau avec une colle époxyde de marque Varian (colle “Torr Seal”). Un autre anneau, vissé par dessus, plaque légèrement le miroir contre le barreau en ULE par l’intermédiaire d’un joint métallique “Helicoflex”. Le cylindre en verre ULE, de longueur 30 cm et de diamètre 10 cm, est creux, ce qui autorise le passage du faisceau lumineux. Le diamètre interne de ce cylindre est de 2 cm. Il est également percé latéralement (trou de 2 cm de diamètre), ce qui rend possible le pompage de l’intérieur du barreau. La cavité Fabry-Pérot est placée à l’intérieur d’une enceinte à ultra-vide. Une pompe ionique permet d’atteindre une pression de 10^{-8} mBar. Le barreau ULE repose horizontalement sur 4 vis en téflon de 2 mm de diamètre.

Nous avons mesuré pour notre cavité une finesse de 80.

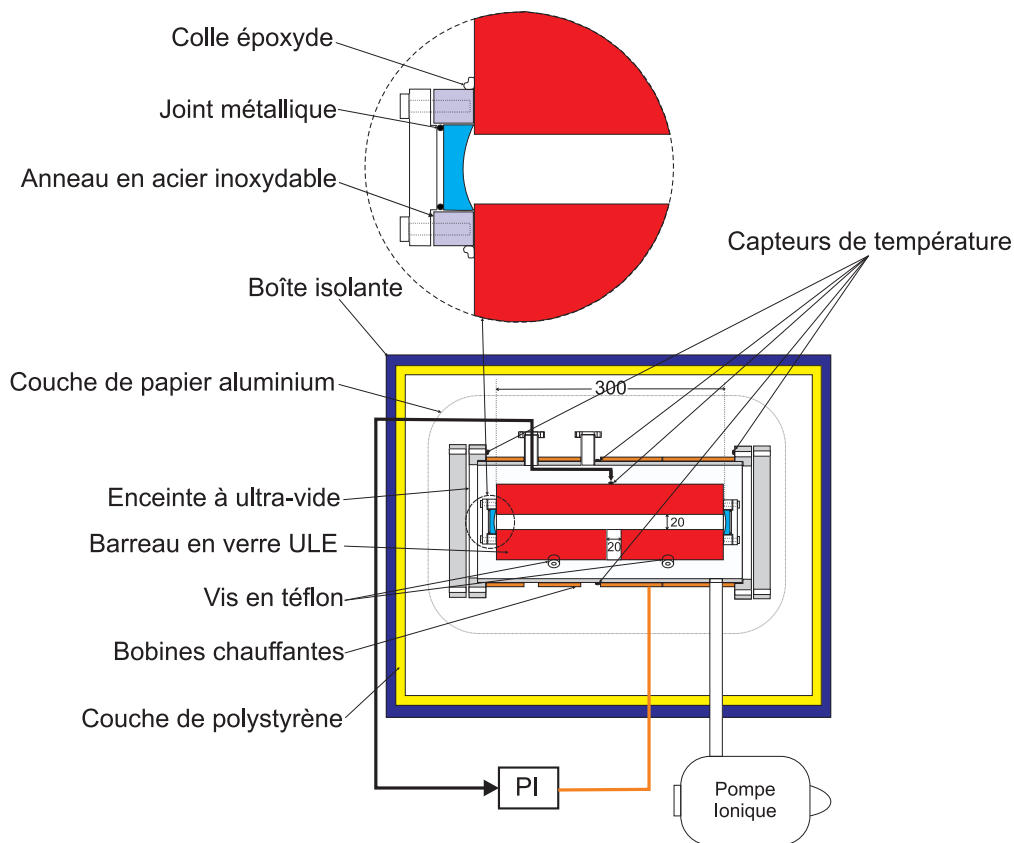


FIGURE 3.2 – Schéma de la cavité Fabry-Pérot passive ultra-stable. Insert : détails de la fixation des miroirs.

Afin de stabiliser la température du barreau, des bobines chauffantes sont réparties sur la surface externe de la chambre à vide contenant la cavité optique. Ces bobines sont

fabriquées en enroulant du fil de cuivre autour de plusieurs rubans en carton, larges de 6 cm, qui recouvrent à leur tour une grande partie de la surface de l'enceinte. De cette façon le fil de cuivre chauffant est réparti de manière relativement homogène sur la surface de l'enceinte (voir figures 3.2 et 3.3) . Cette méthode autorise un chauffage relativement uniforme de cette surface afin d'éviter l'apparition de gradients de température trop importants sur le barreau ULE. Le pas de l'enroulement du fil de cuivre autour des rubans en carton est d'environ 5 mm et la résistance totale de l'enroulement chauffant est de $5,8 \Omega$.

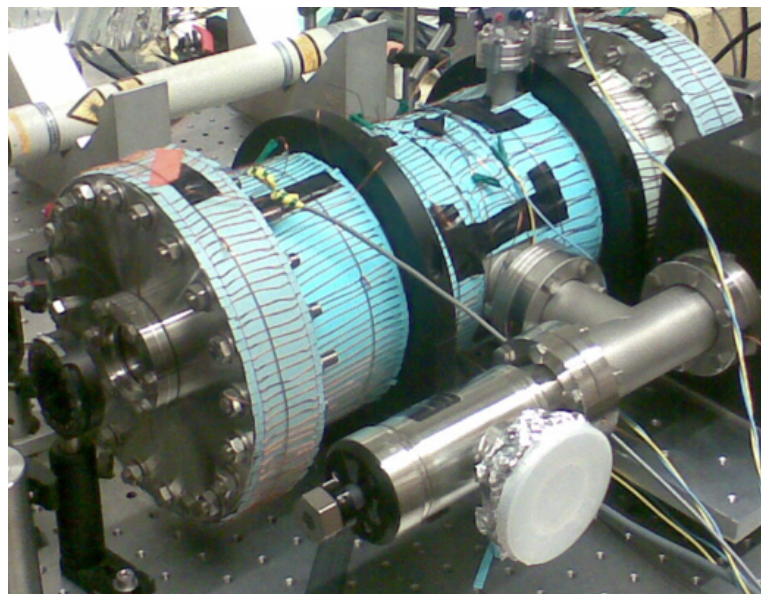


FIGURE 3.3 – *Photo des enroulements chauffants utilisés pour l'asservissement en température de la cavité optique. Le fil de cuivre est enroulé autour de six rubans en carton bleu placés sur la surface de l'enceinte à ultra-vide contenant la cavité optique. A droite sur la photo : la pompe ionique.*

Afin d'être bien isolé thermiquement, l'ensemble est recouvert d'une épaisse et uniforme couche de papier aluminium, et protégé par une boîte isolante. Cette dernière est en plexiglas et une couche de polystyrène, d'1 cm d'épaisseur, tapisse ses parois. L'ajout de cette boîte réduit les fluctuations de la température du barreau d'un facteur 3 lorsque l'asservissement en température n'est pas branché. Ayant pensé, à un certain moment, que le barreau en verre ULE était couplé à la température de la table optique par l'intermédiaire des supports en téflon, nous avons placé, entre les pieds de l'enceinte et la table optique, des cales en caoutchouc dur de 8 mm d'épaisseur. Cette dernière modification n'a apporté aucune amélioration notable des fluctuations en température.

Ces fluctuations ont été mesurées en plaçant des thermistances en plusieurs endroits sur la surface externe de la chambre à vide (une sur chaque bride et deux sur la surface de l'enceinte) et une thermistance sur la surface externe du barreau ULE, à l'intérieur

de la chambre à vide (voir figure 3.2). Ces capteurs sont très sensibles aux variations de températures (sensibilité inférieure à $500 \mu\text{K}$). Cependant, en raison de leur incertitude de 1 K, deux thermistances ne peuvent pas être utilisées pour mesurer un gradient de température.

Afin de comparer les fluctuations en température de la cavité Fabry-Pérot à celles de la température ambiante, une dernière thermistance mesurant cette dernière a été placée sur la table optique non loin de la cavité ultra-stable.

3.2.3 Asservissement en température de la cavité

Système d'asservissement Le schéma de la boucle de régulation de la température du barreau est représenté dans la figure 3.4.

Notre système d'asservissement utilise comme signal de retour la température mesurée par la thermistance collée sur le barreau ULE. Cela constitue une originalité de notre méthode de stabilisation de la température de la cavité optique. A notre connaissance, la plupart des systèmes utilisés en métrologie stabilisent une cavité optique en asservissant la température de l'enceinte qui la contient ([104, 100, 98, 99]).

Nous utilisons un correcteur proportionnel-intégrateur (PI) afin de stabiliser la température du barreau ULE à 26°C environ.

Le correcteur est composé d'abord d'un étage différentiel de mesure de température, qui fournit en sortie une tension proportionnelle à l'écart entre la température mesurée et la température de consigne. Puis viennent deux amplificateurs opérationnels (AO) montés, l'un en proportionnel, l'autre en intégrateur, dont les tensions de sortie sont additionnées. Un étage de puissance fournit aux bobines chauffantes un courant I proportionnel à la somme de ces deux tensions. La puissance maximale de chauffage est de 40 W. L'ensemble est alimenté à haute tension et un transformateur sert à alimenter les AO du montage en $\pm 15\text{V}$. Un commutateur permet, si on le souhaite, de court-circuiter la capacité de l'intégrateur afin de la décharger et de réinitialiser la correction.

La thermistance fournissant le signal de rétroaction au régulateur est collée sur le barreau ULE avec de l'époxy. Elle a une résistance de $10 \text{K}\Omega$ à 25°C et est reliée à un pont de Wheastone placé à l'entrée du régulateur.

Mesure de la fréquence d'un pic de transmission de la cavité Les dérives en fréquence de la cavité Fabry-Pérot sont mesurées en balayant, grâce à un AOM, la fréquence d'un laser Hélium-Néon (He-Ne) stabilisé en température, sur un intervalle spectral libre de la cavité. Ce laser émet un faisceau de 1,2 mW à 633 nm. Son injection dans la cavité est schématisée dans la figure 3.1. On mesure en permanence la fréquence de l'AOM et on repère, à chaque balayage, la position du pic de transmission de la

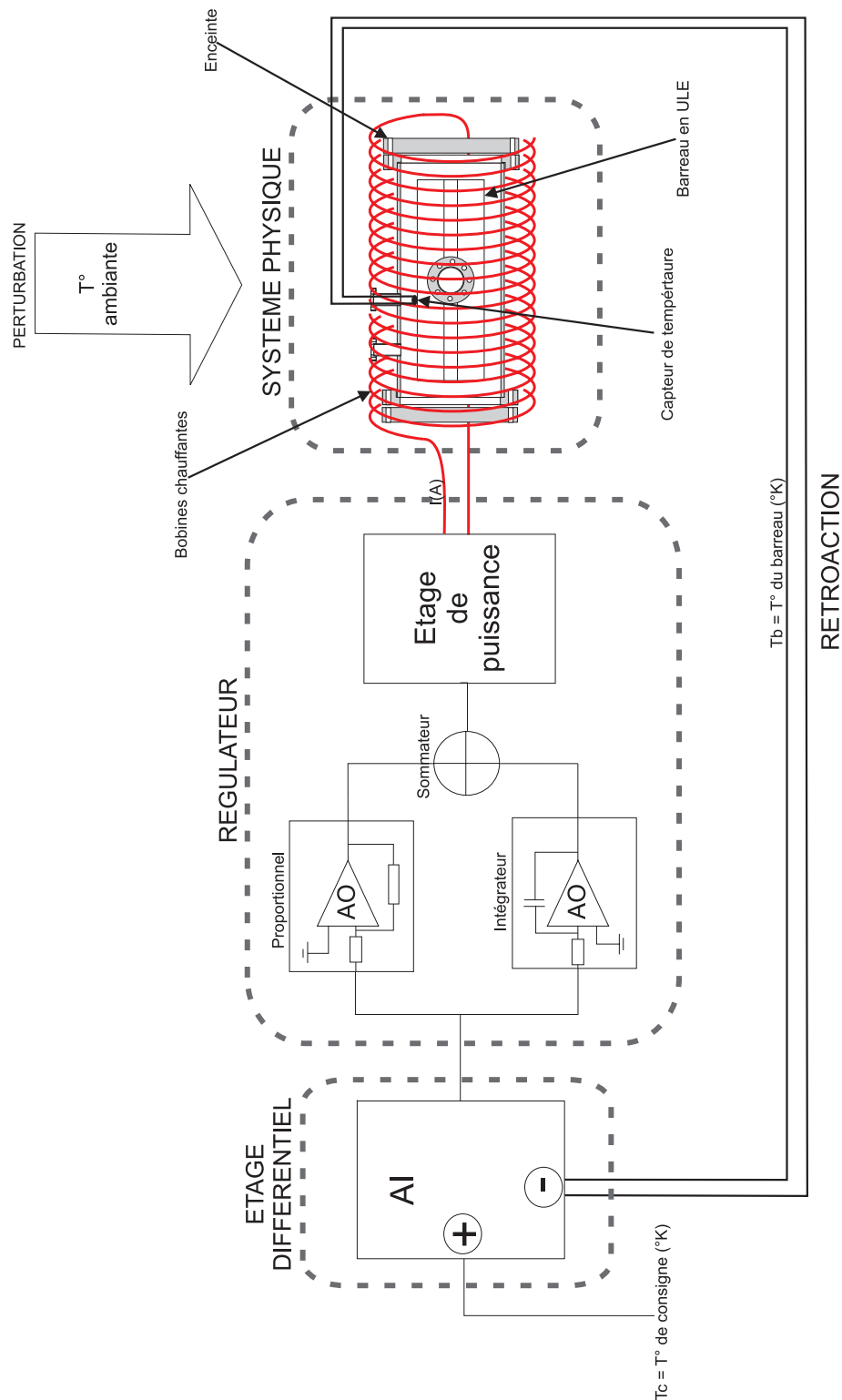


FIGURE 3.4 – Schéma de notre système d'asservissement en température de la cavité Fabry-Pérot. En entrée de la boîte d'asservissement, un étage différentiel mesure l'écart entre la température du barreau et la consigne. Un régulateur de type Proportionnel-Intégrateur (PI) traite cette erreur et envoie la correction à l'actionneur (ici un étage de puissance chargé de fournir un courant suffisant aux bobines chauffantes). Ce système est non linéaire car la puissance chauffante dépend quadratiquement de ce courant. AI = Amplificateur d'instrumentation. AO = Amplificateur opérationnel.

lumière du laser dans la cavité grâce à une photodiode. La précision sur cette mesure est limitée par les fluctuations de la fréquence du laser Hélium-Néon, qui ont une amplitude d'environ 1 MHz et une période caractéristique de l'ordre de la minute. La stabilité en fréquence de ce laser sur le long terme est par contre excellente, avec des dérives inférieures au MHz sur une durée indéterminée.

Il existe un autre moyen de connaître, de façon certaine et indépendante de la méthode expliquée ci-dessus, avec une précision de l'ordre du MHz, les dérives en fréquence de la cavité Fabry-Pérot. On peut en effet mesurer la fréquence d'un pic de transmission d'un faisceau repompeur à 633, 647 ou 654 nm, en déterminant l'écart fréquentiel de ce pic avec la résonance atomique. Il suffit pour cela de comparer la position de ce pic avec celle du pic de fluorescence du MOT lorsque le repompeur est en résonance avec la transition $^5S_2 \rightarrow ^7P_3$ (ou $^5D_3 \rightarrow ^7P_3$).

3.3 Étude de l'ULE

Le comportement du barreau en verre ULE est détaillé dans cette partie. Pour réduire les fluctuations de sa longueur, nous cherchons, d'une part, à minimiser son coefficient de dilatation thermique, d'autre part à optimiser sa stabilité en température. Nous étudions d'abord les propriétés thermomécaniques du barreau, à savoir son coefficient de dilatation thermique. Ensuite, nous caractérisons le couplage thermique du barreau avec les bobines chauffantes, l'enceinte à ultra vide et l'air ambiant.

3.3.1 Dilatation thermique

Coefficient de dilatation thermique (CTE) théorique : Le coefficient de dilatation thermique $\alpha = \frac{1}{L(T)} \frac{dL(T)}{dT}$ de la cavité optique dépend de sa température T . Une méthode précise de caractérisation de cette dépendance est proposée dans [108]. Pour les matériaux à très faible expansion comme le verre ULE, il existe une température T_s pour laquelle la longueur de la cavité est minimale. La longueur d'un barreau en verre ULE dépend quadratiquement de la température et vérifie typiquement ([100]) :

$$\frac{L(T) - L_0}{L_0} \approx 10^{-9}(T - T_s)^2 \quad (3.1)$$

où L_0 est la longueur minimale de la cavité.

$\alpha(T)$ s'écrit alors, au voisinage de T_s :

$$\alpha(T) \approx 2.10^{-9}(T - T_s). \quad (3.2)$$

$\alpha(T)$ diminue en valeur absolue lorsque la température s'approche de T_s , température à laquelle ce coefficient est nul. Pour un barreau en ULE, cette température est souvent inférieure à la température ambiante de la salle d'expériences ([100, 109]), avec $T_s \approx 10^\circ\text{C}$. Seul un système incorporant des refroidisseurs à effet Peltier permet d'atteindre le zéro de dilatation thermique.

D'après la formule (3.1), nous calculons un coefficient $\alpha(T)$ de l'ordre de 3.10^{-8} K^{-1} à la température de notre salle d'expériences ($\approx 23^\circ\text{C}$). Cette estimation est cohérente avec la valeur donnée par le groupe HOTES du LPL, dans un article décrivant une expérience utilisant le barreau ULE avant qu'il nous soit offert ([104]). Cette valeur de $\alpha(T)$ correspond à une sensibilité thermique de l'ordre de 10 MHz/K à une longueur d'onde de 633 nm.

Mesure du CTE : Nous avons mesuré le coefficient de dilatation thermique de notre cavité optique. Pour ce faire, nous avons fait varier la température du barreau grâce aux bobines chauffantes et nous avons relevé continûment la fréquence d'un pic de transmission de la cavité en utilisant un laser He-Ne (voir la méthode décrite dans la partie 3.2.3).

Le CTE mesuré s'est révélé bien supérieur à la valeur attendue de 3.10^{-8} K^{-1} . Une forte hystérésis dans la dépendance en température du CTE explique les performances décevantes, en terme de sensibilité thermique, de notre cavité : lorsque la température du barreau évolue dans un sens donné, la pente de la courbe fréquence/température est initialement plus élevée que la valeur de 10 MHz/K calculée plus haut. Cette pente s'amortit ensuite pour se rapprocher de cette valeur. Si la variation de la température du barreau change de sens, cette pente augmente brusquement et peut atteindre une valeur de 200 MHz/K environ. Le CTE maximal mesuré est donc de $4,4.10^{-7} \text{ K}^{-1}$. Il est supérieur d'un ordre de grandeur à sa valeur attendue.

Le comportement hystérétique est illustré dans la figure 3.5 : Le barreau a été chauffé en 10 h de $27,55^\circ\text{C}$ à $27,82^\circ\text{C}$ (nous rappelons que nos thermistances ont une incertitude de 1°C mais ont une sensibilité inférieure au $m\text{K}$). Puis, sous l'influence des dérives de la température ambiante, sa température est redescendue à $27,79^\circ\text{C}$. On voit dans la figure 3.5 que lorsque le sens de variation de la température a changé, à $27,82^\circ\text{C}$, la sensibilité thermique de la cavité optique est passée brusquement d'une valeur inférieure à 50 MHz/K à 200 MHz/K.

Ce phénomène a été observé à plusieurs températures de fonctionnement de la cavité, de 23°C à 28°C .

Explications possibles au phénomène hystérétique : Nous disposons de plusieurs pistes pour expliquer la valeur élevée du CTE maximal mesuré. Il peut s'agir

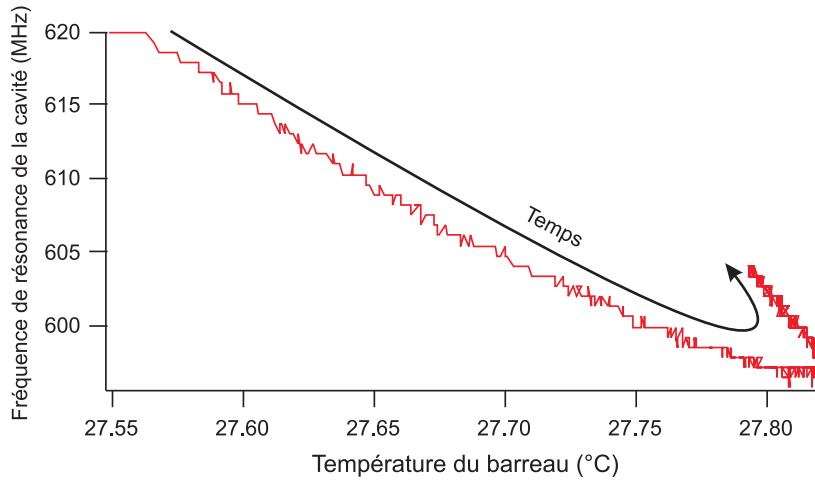


FIGURE 3.5 – Observation d’une hystérésis sur la dilatation thermique du barreau : on mesure la fréquence centrale d’un pic de transmission de la cavité en fonction de la température. Dans cette figure, le barreau est d’abord chauffé jusqu’à $27,82^{\circ}\text{C}$, puis il refroidit légèrement sous l’influence de la température ambiante. On observe une augmentation soudaine du coefficient de dilatation thermique lors du passage du chauffage au refroidissement. La pente de la courbe présentée sur cette figure passe alors de moins de 50 MHz/K à 200 MHz/K . La flèche indique le sens de déroulement du temps.

d’un effet lié aux propriétés thermiques du système de fixation des miroirs sur le barreau ULE : les deux anneaux en acier inoxydable soutenant les miroirs ont chacun une expansion thermique linéaire de $\approx 100\text{ nm/K}$, ce qui est à peu près égal à l’expansion thermique maximale observée pour notre cavité de 30 cm . Les miroirs eux-mêmes et leur revêtement ont une expansion thermique beaucoup plus faible. Il y a donc probablement des frottements-glissements, qui pourraient être à l’origine du phénomène hystérétique observé, au niveau des points de contact entre les miroirs et les anneaux en acier. Ce phénomène pourrait également résulter de l’expansion thermique de l’enceinte à ultra-vide en acier : cette expansion ($\approx 5\text{ }\mu\text{m/K}$), bien plus importante que celle du barreau en ULE, pourrait causer des frottements-glissements au niveau des points de contact entre les vis en téflon, solidaires de l’enceinte, et le barreau en ULE qu’elles soutiennent. Le pouvoir antiadhésif du téflon rend cependant peu probable ce scénario.

Stabilité thermique requise par notre cahier des charges : La stabilité de notre cavité optique est limitée par cette hystérésis. Nous souhaitons que la fréquence d’un pic de transmission de la cavité varie de moins qu’un MHz à $\approx 600\text{ nm}$ sur une journée d’expérience. La sensibilité maximale de 200 MHz/K nous impose de stabiliser la température de la cavité à mieux que 5 mK sur cette durée.

3.3.2 Couplage Thermique

Nous caractérisons maintenant le couplage thermique existant entre les bobines chauffantes et la cavité optique. Cette étude est indispensable au réglage des paramètres de notre asservissement, qui sera commenté par la suite.

Mesure des constantes de temps

Réponse de la cavité optique à un échelon de puissance chauffante : On applique aux bornes du fil chauffant une tension de 3,15 V (courant de 0,54 A, puissance de 1,7 W). Puis, quand la température du barreau s'est stabilisée, la thermistance posée sur ce dernier indiquant 25,4°C, on monte alors brusquement, à $t = 0$, la tension à 4,15 V (courant de 0,72 A, puissance de 3 W). La température du barreau augmente alors lentement de 1°C. L'évolution des températures mesurées par les thermistances collées sur le barreau ULE et sur la surface externe de l'enceinte est présentée dans la figure 3.6. Notons que ces deux thermistances nous indiquent à $t = 0$ deux températures clairement différentes. Cela est dû à des erreurs systématiques sur les températures mesurées par ces capteurs. Ces erreurs peuvent atteindre 1°C et sont différentes d'un capteur à l'autre.

Nous avons fitté la réponse en température T_b du barreau ULE par la fonction exponentielle suivante :

$$T_b(t) = 25,4 + (1 - e^{-t/\tau_b}) \quad (3.3)$$

pour $t \geq 0$ et $T_b(t) = 25,4^\circ\text{C}$ pour $t < 0$.

Ce fit nous donne une constante de temps $\tau_b = 10 \pm 2$ h.

La réponse en température T_e à la surface externe de l'enceinte ne peut, elle, être correctement fittée que par une somme de deux exponentielles :

$$T_e = 25 + (1 - a_1 e^{-t/\tau_{e1}} - a_2 e^{-t/\tau_{e2}}) \quad (3.4)$$

pour $t \geq 0$ et $T_b(t) = 25$ pour $t < 0$, avec $a_1 + a_2 = 1$.

On obtient les constantes de temps $\tau_{e1} = 5 \pm 1$ h et $\tau_{e2} = 20 \pm 5$ min. Si l'on ne tient compte, pour la réponse de l'enceinte, que de la première heure de mesures, le fit par une seule exponentielle fonctionne et donne une constante de temps $\tau_e = \tau_{e2} = 19$ min. Pendant ces mesures, la température ambiante n'a fluctué que de 0,2°C. Elle a donc relativement peu affecté l'allure des réponses du barreau ULE et de l'enceinte à l'augmentation de la puissance chauffante.

La réponse de notre système à une diminution brusque de la puissance chauffante a également été observée. Elle confirme les constantes de temps mesurées ci-dessus.

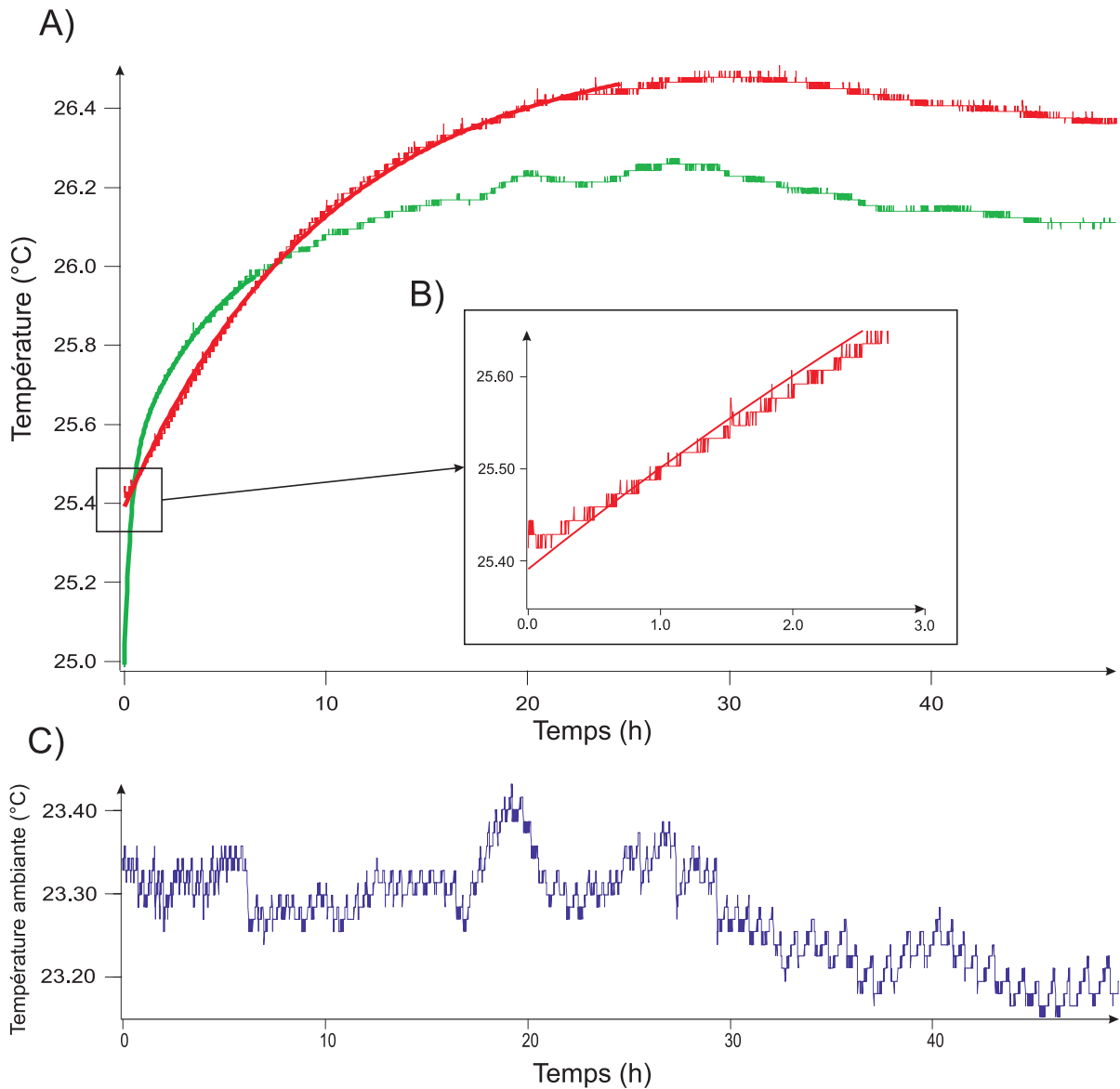


FIGURE 3.6 – A) Évolution de la température à la surface du barreau ULE (en rouge) et à la surface de l'enceinte (en vert), en réponse à une variation brusque de la puissance chauffante : cette dernière passe instantanément de 1,7 W à 3 W. La courbe en rouge est fittée, sur les 25 premières heures, par une exponentielle (formule (3.3)) et celle en vert par une somme d'exponentielles (formule (3.4)) sur les 8 premières heures. Insert B) : observation aux temps courts de l'évolution de la température à la surface du barreau. On remarque qu'aux instants proches de $t = 0$, le fit s'ajuste mal à la courbe expérimentale, en raison d'une inertie aux temps très courts qu'il est nécessaire de mesurer précisément (voir texte plus loin). C) Variations de la température ambiante. Ces variations n'ont pas dépassé 300 mK pendant les mesures présentées en A) mais elles peuvent parfois atteindre 1,5 K en quelques heures.

Réponse aux temps très courts : Les dérivées des fonctions (3.3) et (3.4), que nous avons utilisées pour modéliser le comportement du barreau en ULE et de l'enceinte, ne sont pas continues au temps $t = 0$. Aux temps très faibles devant les constantes de temps τ_b et τ_e , les réponses en température du barreau et de l'enceinte ont en réalité une certaine inertie qui garantit la continuité de leur dérivée, qui est nulle à $t = 0$. Comme on le verra dans la partie 3.4, cette inertie constitue une limite fondamentale à la rapidité de notre système d'asservissement. On définit les constantes de temps $\tau_b^{(in)}$ et $\tau_e^{(in)}$ caractérisant respectivement l'inertie de la réponse en température de l'enceinte et du barreau à une variation de la puissance chauffante. Elles vérifient $\tau_b^{(in)} \ll \tau_b$ et $\tau_e^{(in)} \ll \tau_{e2} \ll \tau_{e1}$.

Comme nous le verrons dans la partie 3.4, la mesure de $\tau_b^{(in)}$ est indispensable au réglage des paramètres de notre asservissement.

Nous pouvons réécrire la réponse du barreau à l'échelon de puissance chauffante comme :

$$T_b(t) = 25,4 + \left[1 - \left(e^{-t/\tau_b} - \frac{\tau_b^{(in)}}{\tau_b} e^{-t/\tau_b^{(in)}} \right) \right] \quad (3.5)$$

pour $t \geq 0$ et $T_b(t) = 25,4^\circ\text{C}$ pour $t < 0$. La dérivée de cette fonction est bien nulle à $t = 0$. Lorsque $t \gg \tau_b^{(in)}$, cette fonction tend vers la fonction (3.3).

L'allure de $\Delta T_b(t) = T_b(t) - T_b(0)$ est présentée dans la figure 3.7.

Nous pouvons également réécrire la réponse de l'enceinte, aux temps $t \ll \tau_{e1}$, en tenant compte de l'inertie :

$$T_e(t) = 25 + a_2 \left[1 - \left(e^{-t/\tau_{e2}} - \frac{\tau_e^{(in)}}{\tau_{e2}} e^{-t/\tau_e^{(in)}} \right) \right] \quad (3.6)$$

Notons que cette inertie est visible sur la réponse du barreau ULE, dans l'insert B) de la figure 3.6. Le pas de quantification choisi pour effectuer ces mesures n'est pas assez petit pour pouvoir mesurer $\tau_b^{(in)}$ et $\tau_e^{(in)}$ avec une précision suffisante.

Nous avons fait des mesures plus précises (voir figure 3.8) aux temps courts et avons obtenu $\tau_b^{(in)} = 60 \pm 30$ s et $\tau_e^{(in)} = 20 \pm 20$ s.

Modèle de couplage thermique

Pour comprendre les différentes constantes de temps de couplage thermique, mesurées ci-dessus, nous allons établir un modèle simple.

Nous faisons l'hypothèse que le couplage thermique de la cavité optique avec les bobines chauffantes se fait par rayonnement de l'enceinte à ultra-vide sur la cavité.

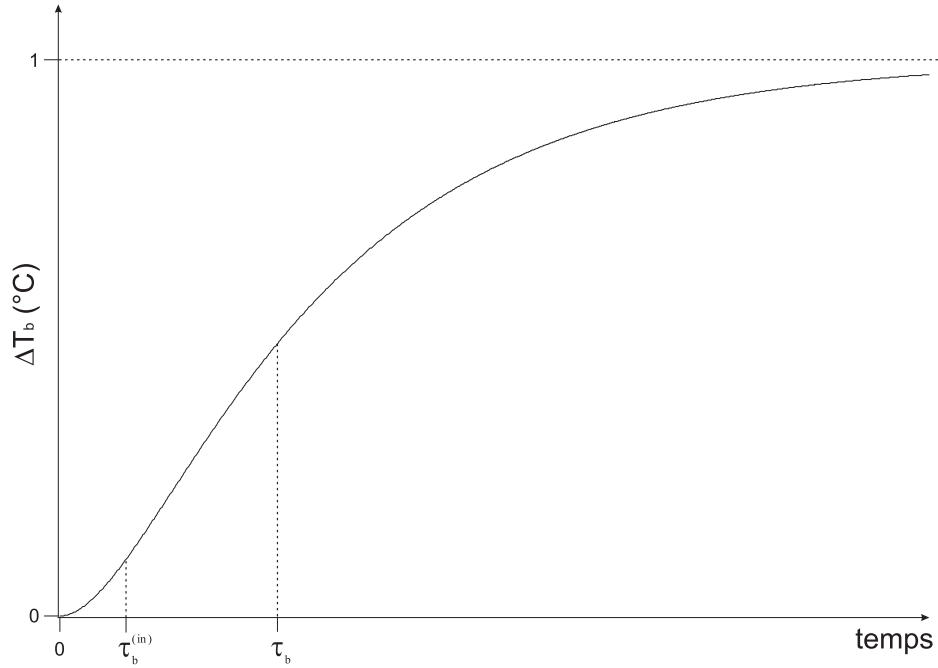


FIGURE 3.7 – Allure de $\Delta T_b(t) = T_b(t) - T_b(0)$, $T_b(t)$ étant donnée par la fonction (3.5). Sur cette figure, on a choisi $\tau_b = 10$ h et $\tau_b^{(in)} = 3$ h.

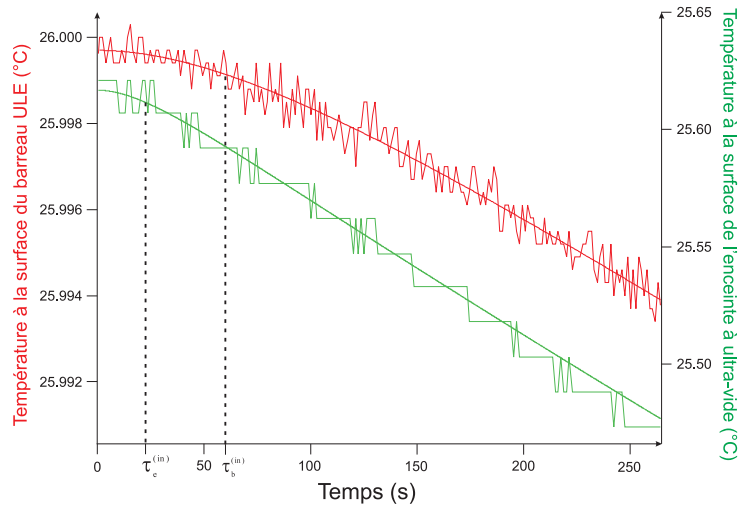


FIGURE 3.8 – Observation des inerties sur les variations de la température à la surface de barreau ULE et de l'enceinte à ultra-vide. Ces inerties sont caractérisées respectivement par les constantes de temps $\tau_b^{(in)}$ et $\tau_e^{(in)}$. En rouge : observation de la température à la surface du barreau ULE après l'extinction, à $t = 0$, du chauffage de l'enceinte, le barreau ayant été chauffé à $\approx 26^\circ\text{C}$ à $t < 0$. En vert : température à la surface de l'enceinte. En fittant ces deux courbes par des fonctions de la forme de (3.5), on obtient $\tau_b^{(in)} = 60 \pm 30$ s et $\tau_e^{(in)} = 20 \pm 20$ s.

Température du barreau ULE : Nous considérons le barreau en ULE comme un corps noir et l'enceinte à ultra-vide comme un réservoir rayonnant sur ce dernier et dont la température (à $T_e \approx 300$ K) est contrôlée par les bobines chauffantes.

La loi de Stefan-Boltzmann donne l'évolution temporelle de T_b :

$$MC_b \frac{dT_b(t)}{dt} = \sigma S (T_e^4(t) - T_b^4(t)) \quad (3.7)$$

où M est la masse du barreau, C_b sa capacité thermique massique, S sa surface externe et σ est la constante de Stefan-Boltzmann ($\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$).

On lit, sur la fiche technique du barreau : $C_b = 767 \text{ J}/(\text{kg.K})$.

$\rho = 2,21 \text{ g.cm}^{-3}$ est la masse volumique du verre ULE.

On a donc $M = \rho \pi L (r^2 - r_{int}^2)$ et $S = 2\pi r L$ où L , r et r_{int} sont respectivement la longueur, les rayons externe et interne du barreau donnés précédemment.

L'écart entre la température du barreau et celle de l'enceinte étant initialement petit par rapport aux valeurs respectives de ces températures, on peut linéariser l'équation (3.7) et obtenir :

$$T_b(t) + \tau_r \frac{dT_b(t)}{dt} = T_e(t) \quad (3.8)$$

où $\tau_r = MC_b / (4S\sigma T_e^3)$ est la constante de temps du couplage thermique par rayonnement entre l'enceinte et le barreau.

Le calcul donne $\tau_r = 1,88 \text{ h}$.

On trouve donc une constante de temps du même ordre de grandeur, mais sensiblement plus courte, que la durée $\tau_b \approx 10 \text{ h}$ mesurée expérimentalement. Cette différence peut s'expliquer par le fait que le barreau n'est pas un parfait absorbant thermique, ce qui tend à rallonger la durée de stabilisation de sa température.

Si l'on tient compte de la conduction de la chaleur à travers les vis soutenant le barreau, l'équation (3.8) devient :

$$T_b(t) + \tau_b \frac{dT_b(t)}{dt} = T_e(t) \quad (3.9)$$

où $\tau_b = \frac{\tau_r \tau_{cond}}{\tau_r + \tau_{cond}}$ et $\tau_{cond} = R_{vis} MC_b$. R_{vis} est la résistance thermique équivalente aux quatre vis soutenant le barreau. On calcule $\tau_{cond} \approx 30 \text{ h}$. τ_{cond} est sensiblement plus élevé que la constante τ_b mesurée expérimentalement. Cela semble indiquer que le

couplage thermique de l'enceinte au barreau se fait majoritairement par rayonnement, ce qui confirme notre hypothèse de départ. Nos estimations théoriques, obtenues avec des modèles simples, sont en accord qualitatif, mais pas quantitatif, avec la constante de temps τ_b dont la mesure a été décrite précédemment. On prendra pour la suite $\tau_b = 10$ h, conformément à notre mesure de cette constante de temps.

Température de l'enceinte à ultra-vide : Nous établissons maintenant l'équation caractérisant l'évolution temporelle de la température de l'enceinte.

Nous tenons compte de la puissance, venant des bobines chauffantes, transférée par effet Joule à l'enceinte, ainsi que du couplage thermique de l'enceinte avec le milieu ambiant, de température T_{amb} . Ce couplage se fait par flux convectif de chaleur de l'air entourant l'enceinte vers cette dernière, et également par conduction thermique entre la table optique et l'enceinte. On néglige le transfert de chaleur de l'enceinte vers la cavité optique, en partant du principe que celui-ci est négligeable devant le terme dû au flux convectif. On obtient alors :

$$M_e C_e \frac{dT_e(t)}{dt} = \alpha R I^2(t) + \left(h_{conv} A + \frac{1}{R_p} \right) (T_{amb} - T_e(t)) \quad (3.10)$$

où $M_e = 7,3$ kg est la masse de l'enceinte et C_e sa capacité thermique massique ($C_e \approx 500$ J/(kg.K) pour l'acier inoxydable). $R = 5,8 \Omega$ est la résistance des bobines chauffantes, I est le courant circulant dans les bobines et α une constante caractérisant le couplage thermique entre les bobines et l'enceinte ($\alpha < 1$). Enfin, A est la surface externe de l'enceinte, h_{conv} est un coefficient de transfert thermique par convection et R_p est la résistance thermique des pieds soutenant l'enceinte.

Cette équation peut se réécrire sous la forme :

$$T_e(t) + \tau_e \frac{dT_e(t)}{dt} = \frac{\tau_e \alpha R I^2(t)}{M_e C_e} + T_{amb} \quad (3.11)$$

où $\tau_e = \frac{M_e C_e}{h_{conv} A + \frac{1}{R_p}}$.

Le terme h_{conv} est très difficile à évaluer théoriquement. Il serait nécessaire pour le connaître de faire des mesures spécifiques à la convection thermique.

Nous prendrons dans la suite la constante de temps $\tau_e = 20$ min, dont la mesure a été décrite au paragraphe précédent.

Résolution des équations : En conjuguant (3.11) et (3.9), on obtient l'équation gouvernant l'évolution temporelle de $T_b(t)$:

$$\tau_b \tau_e \frac{d^2 T_b(t)}{dt^2} + (\tau_b + \tau_e) \frac{dT_b(t)}{dt} + T_b(t) = \frac{\tau_e \alpha R I^2(t)}{M_e C_e} + T_{amb} \quad (3.12)$$

La solution de cette équation pour une puissance chauffante passant brusquement, à $t = 0$, de RI_0^2 à $RI_0^2 + \Delta P$, s'écrit :

$$T_b(t) = T_b(0) + \frac{\tau_e \alpha \Delta P}{M_e C_e} \left[1 - \left(e^{-t/\tau_b} - \frac{\tau_e}{\tau_b} e^{-t/\tau_e} \right) \right] \quad (3.13)$$

pour $t \geq 0$ et $T_b(t) = T_b(0)$ pour $t < 0$.

Dans cette équation, qui a la même forme que (3.5), l'inertie de la réponse en température du barreau à la variation de puissance chauffante est donnée par la constante de temps τ_e . Cette constante de temps, de ≈ 20 min, est très supérieure à sa valeur expérimentale, $\tau_b^{(in)} \approx 60$ s.

Nous pensons que cet écart important est dû au fait que l'équation (3.13) ne donne l'évolution temporelle de la température du barreau qu'après thermalisation. Or, la thermistance collée sur le barreau en verre ULE mesure la température à la surface de ce dernier. Cette dernière température est bien plus réactive au rayonnement de l'enceinte que ne l'est la température moyenne du barreau et des miroirs, température dont dépend la longueur de la cavité. Pour nous en convaincre, nous avons observé l'évolution de la réponse en fréquence de la cavité Fabry-Pérot à une augmentation brusque de la puissance chauffante, ainsi que la réponse de la température mesurée par la thermistance collée sur le barreau ULE (voir figure 3.9). Alors que cette dernière présente une très courte inertie, invisible sur la figure 3.9, (plus haut, nous avons mesuré pour cette inertie une constante de temps de ≈ 60 s), la fréquence de la cavité, qui dépend directement de sa longueur et donc de sa température moyenne, a, elle, une inertie de ≈ 30 min. Cette inertie est cohérente avec la constante de temps de ≈ 20 min prévue par notre modèle de couplage thermique.

Pour conclure cette partie, nous pouvons affirmer avoir une bonne connaissance des constantes de temps caractérisant les couplages thermiques entre la salle d'expériences, les bobines chauffantes, l'enceinte à ultra-vide et la cavité optique. Cette connaissance nous sera très utile pour paramétrer notre système d'asservissement en température, comme le montre la partie suivante.

3.4 Convergence et stabilité de l'asservissement

Objectif : Le but de notre asservissement est de stabiliser la température de la cavité optique en compensant efficacement ses fluctuations, dues aux variations de la température ambiante.

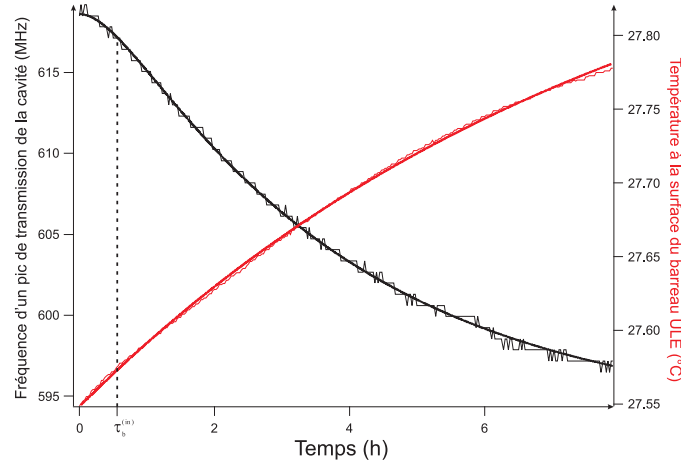


FIGURE 3.9 – Évolution de la fréquence d'un pic de transmission de la cavité Fabry-Pérot (en noir) et de la température à la surface du barreau ULE (en rouge) en réponse à une augmentation brusque de la puissance chauffante. La courbe en noir présente une inertie dont la constante de temps est de ≈ 30 min. L'inertie est invisible sur la courbe en rouge. La thermistance collée sur le barreau mesure la température à la surface de ce dernier avant thermalisation. Or, la fréquence de la cavité optique dépend de sa température "moyenne". Cette température réagit plus lentement que la température à la surface du barreau ULE au rayonnement de l'enceinte à ultra-vide.

Cette température peut varier de 1 ou 2 degrés en quelques heures. Ces variations sont considérablement filtrées par la boîte isolante, les feuilles d'aluminium et l'enceinte à ultra-vide, avant de se répercuter sur la cavité optique. Malgré ce filtrage, il persiste néanmoins, si l'on n'utilise pas d'asservissement en température, des fluctuations de typiquement 50 mK de la température du barreau.

Nous voulons, grâce à un correcteur PI, réduire à moins de 5 mK ces fluctuations en température.

3.4.1 Fonctions de transfert du système d'asservissement

le correcteur PI : Nous rappelons que le correcteur PI est composé d'un étage de mesure de la température à la surface du barreau, des montages AO proportionnel et intégrateur montés en parallèle et de l'étage de puissance (voir partie 3.2.3 et figure 3.4). L'entrée du correcteur est la différence $\epsilon(t) = T_c - T_b(t)$ entre la température de consigne T_c et la température mesurée à la surface du barreau ULE. La sortie du correcteur est le courant $I(t)$ circulant dans les bobines chauffantes. La température de consigne a été réglée à $T_c = 25,5 \pm 1^\circ\text{C}$, valeur minimale autorisée par notre système d'asservissement. Nous la maintenons toujours à cette valeur.

L'équation différentielle liant l'entrée $\epsilon(t)$ et la sortie $I(t)$ du correcteur s'écrit :

$$K_c \left(\epsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \epsilon(t') dt' \right) = I(t) \quad (3.14)$$

K_c est le gain global du correcteur, exprimé en $A.K^{-1}$, que nous pouvons faire varier. T_i est la constante de temps de l'intégrateur (I), autrement dit la durée au bout de laquelle l'action de ce dernier devient comparable à celle du proportionnel (P). Cette valeur peut être réglée en modifiant le gain de l'intégrateur relativement à celui du proportionnel.

On peut réécrire la relation (3.14) dans l'espace de Fourier pour trouver la fonction de transfert $C(p)$ du correcteur :

$$C(p) = \frac{I(p)}{\epsilon(p)} = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right) \quad (3.15)$$

$I(p)$ et $\epsilon(p)$ sont respectivement les transformées de Laplace de $I(t)$ et $\epsilon(t)$.

le système physique : Nous établissons maintenant la fonction de transfert caractérisant le couplage entre le courant I circulant dans les bobines chauffantes et la température T_b à la surface du barreau ULE. Nous avons mesuré dans la partie 3.3.2 la réponse de cette température à une variation brusque $\Delta P = R\Delta I^2$, au temps $t = 0$, de la puissance chauffante et obtenu la variation en température ΔT_b qui s'ajuste bien avec la fonction :

$$\Delta T_b(t) = T_b(t) - T_b(0) = G\Delta I^2 \left[1 - \left(e^{-t/\tau_b} - \frac{\tau_b^{(in)}}{\tau_b} e^{-t/\tau_b^{(in)}} \right) \right] \quad (3.16)$$

pour $t \geq 0$ et $\Delta T_b(t) = 0$ pour $t < 0$. G est le gain caractérisant le couplage bobines chauffantes/barreau ULE, exprimé en $K.A^{-2}$.

Cette fonction est la solution de l'équation :

$$\tau_b \tau_b^{(in)} \frac{d^2 \Delta T_b(t)}{dt^2} + (\tau_b + \tau_b^{(in)}) \frac{d \Delta T_b(t)}{dt} + \Delta T_b(t) = G\Delta I^2 \quad (3.17)$$

avec $\Delta T(0) = 0$ et $\frac{d \Delta T_b(t)}{dt} \Big|_{t=0} = 0$

Nous faisons l'hypothèse que notre système physique est linéaire, c'est à dire que la puissance chauffante et la température à la surface du barreau ULE sont liées par une équation différentielle linéaire. L'équation précédente, établie pour un échelon de puissance chauffante, peut se généraliser à tout type de variation $\Delta P(t) = R\Delta I^2(t)$ de cette puissance. La réponse en température $\Delta T_b(t)$ vérifie donc l'équation :

$$\tau_b \tau_b^{(in)} \frac{d^2 \Delta T_b(t)}{dt^2} + (\tau_b + \tau_b^{(in)}) \frac{d \Delta T_b(t)}{dt} + \Delta T_b(t) = G\Delta I^2(t) \quad (3.18)$$

avec $\Delta T_b(t) = T_b(t) - T_b(0)$ et $\Delta I^2(t) = I^2(t) - I^2(0)$.

En faisant la transformée de Laplace de cette équation on obtient la fonction de transfert $S(p)$ qui s'écrit :

$$S(p) = \frac{\Delta T_b(p)}{\Delta I^2(p)} = \frac{G}{(1 + \tau_b p)(1 + \tau_b^{(in)} p)} \quad (3.19)$$

où $\Delta T_b(p)$ et $\Delta I^2(p)$ sont respectivement les transformées de Laplace $\Delta T_b(t)$ et $\Delta I^2(t)$.

On linéarise cette fonction de transfert par rapport au courant I en considérant que ce courant varie peu autour d'une valeur I_0 ($\Delta I(t) \ll I_0$). I_0 est donc le courant circulant dans les bobines nécessaire pour chauffer le barreau ULE à la température de consigne T_c . En écrivant $\Delta I^2(p) \approx 2I_0 \Delta I(p)$, on obtient la fonction de transfert linéarisée :

$$S_{lin}(p) = \frac{\Delta T_b(p)}{\Delta I(p)} = \frac{2GI_0}{(1 + \tau_b p)(1 + \tau_b^{(in)} p)} \quad (3.20)$$

Schéma Bloc : Les équations (3.15) et (3.20) nous permettent de modéliser notre système d'asservissement en température par le schéma bloc de la figure 3.10. Ce schéma nous permet de mettre en relation, dans l'espace de Fourier, $\Delta T_b(p)$ avec $\Delta T_c(p)$ et $\Delta T_{amb}(p)$ qui sont respectivement les variations de la température de consigne et de la température ambiante. Ce modèle linéarisé n'est valable que pour des faibles variations des grandeurs physiques caractérisant notre système.

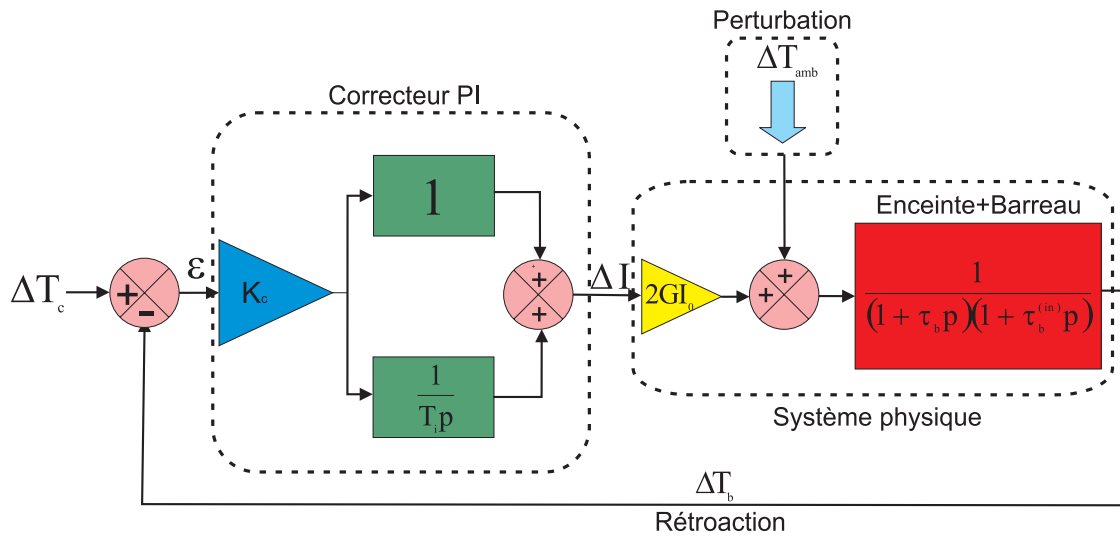


FIGURE 3.10 – Schéma bloc du système d'asservissement en température, illustré dans la figure 3.4, après linéarisation dans l'approximation des petits signaux.

Notons que tenir compte, comme nous le faisons dans ce schéma, des fluctuations de la température ambiante, revient simplement à rajouter le terme $\Delta T_{amb}(t)$ au membre de droite de l'équation (3.17).

On définit la fonction de transfert en boucle ouverte $H(p)$ du système d'asservissement modélisé par le schéma de la figure 3.10 :

$$H(p) = C(p)S_{lin}(p) \quad (3.21)$$

$C(p)$ et $S_{lin}(p)$ étant respectivement les fonctions de transfert du correcteur et du système physique, dont les expressions sont données dans les équations (3.15) et (3.20).

On peut alors écrire la relation liant $\Delta T_b(p)$ à $\Delta T_c(p)$ et $\Delta T_{amp}(p)$.

$$\Delta T_b(p) = F(p)\Delta T_c(p) + R(p)\Delta T_{amp}(p) \quad (3.22)$$

$F(p)$ est la fonction de transfert en boucle fermée de notre système d'asservissement, avec $F(p) = \frac{H(p)}{1+H(p)}$. $R(p)$ est la fonction de transfert correspondant à l'atténuation des fluctuations de la température ambiante, avec $R(p) = \frac{B(p)}{1+H(p)}$ où $B(p) = \frac{1}{(1+\tau_b p)(1+\tau_b^{(in)} p)}$.

Valeur des paramètres caractérisant le système physique : Dans la partie 3.3.2, nous avons mesuré $\tau_b = 10 \pm 2$ h et $\tau_b^{(in)} = 60 \pm 30$ s.

Les mesures effectuées dans cette partie nous permettent également de déterminer le gain G : nous avons observé que si le courant circulant dans les bobines passe de 0,54 A à 0,72 A ($\Delta I^2 = 0,23 \text{ A}^2$), la température du barreau augmente alors de $\Delta T_b = 1 \pm 0,2$ K. On a alors $G = \frac{\Delta T_b}{\Delta I^2} = 4,4 \pm 0,9 \text{ K.A}^{-2}$.

Nous avons également mesuré I_0 et obtenu typiquement 0,6 A.

Le courant I_0 dépend de l'écart entre la température de consigne T_c de l'asservissement et la température ambiante T_{amb} qui peut varier au cours du temps.

On a la relation $T_c - T_{amb} = GI_0^2$ qui nous donne $T_c - T_{amb} \approx 1,6$ K.

3.4.2 Convergence et efficacité de l'asservissement

Conditions de stabilité de l'asservissement en température

Nous souhaitons savoir à quelles conditions sur les paramètres K_c et T_i de notre correcteur le système d'asservissement est stable.

Pour ce faire, on définit la fréquence de coupure f_c telle que $|H(i2\pi f_c)| = 1$. Selon la théorie linéaire de la régulation, notre système d'asservissement est stable, convergent, à condition que la phase de $H(i2\pi f_c)$ soit strictement supérieure à $-\pi$. On peut définir la marge de phase

$$\Delta\phi = \arg H(i2\pi f_c) + \pi. \quad (3.23)$$

Plus $\Delta\phi$ est élevée, plus les oscillations propres du système bouclé, qui ont une fréquence proche de f_c , sont amorties. En pratique, il est préférable que $\Delta\phi$ soit non négligeable devant π .

On peut montrer que la phase de $H(i2\pi f)$ est toujours supérieure à $-\pi$ si la condition suivante est vérifiée :

$$T_i > \tau_b^{(in)} \quad (3.24)$$

Nous choisissons donc un temps d'intégration T_i qui vérifie cette condition (par exemple, $T_i = 90$ s). La mesure de $\tau_b^{(in)}$ était donc bien utile au paramétrage de notre asservissement.

Remarque : Pour que le système d'asservissement converge quelle que soit la valeur de T_b lors de son branchement, il est important que la puissance de chauffage soit limitée à une valeur suffisamment faible. Des instabilités, venant du fait que cette puissance dépend quadratiquement du courant traversant les bobines chauffantes, sont ainsi évitées. Dans notre cas, la puissance chauffante est limitée à ≈ 40 W, grâce à la saturation à ± 15 V de la tension de polarisation des AO constituant notre correcteur PI.

Précision dynamique de l'asservissement

Afin de compenser au mieux les fluctuations de la température ambiante, dont la période caractéristique τ_{amb} est de quelques heures, il est nécessaire d'avoir :

$$T_i \ll \tau_{amb} \quad (3.25)$$

Cette condition nous garantit que l'intégrateur joue un rôle significatif dans la correction des fluctuations en température.

Pour les résultats expérimentaux présentés dans la suite, nous avons choisi $T_i = 90 \pm 10$ s qui vérifie bien les conditions (3.24) et (3.25).

Nous avons fait varier le gain du correcteur entre $K_c = 11 \pm 2$ A.K⁻¹. et $K_c = 100 \pm 20$ A.K⁻¹.

Les incertitudes sur K_c et T_i viennent de l'incertitude sur les gains des divers AO constituant le correcteur PI.

La figure 3.11 présente le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte de notre système d'asservissement, $H(i2\pi f)$, pour ($K_c = 11$ A.K⁻¹, $T_i = 90$ s), ($K_c = 22$ A.K⁻¹, $T_i = 90$ s), ($K_c = 100$ A.K⁻¹, $T_i = 90$ s) et ($K_c = 100$ A.K⁻¹, $T_i = 1000$ s). Ce diagramme fait figurer le module, en A), et l'argument, en B), de $H(i2\pi f)$ pour ces paramètres. Nous pouvons lire sur ce diagramme les fréquences de coupure et les marges de phase associées à ces paramètres.

Sur la figure 3.11 sont également présentées, en C), pour ces mêmes paramètres, les courbes du module $|R(i2\pi f_{amb})|$ du facteur d'atténuation des fluctuations de la température ambiante, en fonction de leur fréquence caractéristique f_{amb} . Nous faisons également figurer, à titre comparatif, le module de ce facteur d'atténuation lorsque le correcteur n'a pas d'intégrateur ($T_i = \infty$) avec $K_c = 11 \text{ A.K}^{-1}$ (tirets) et lorsque l'asservissement en température n'est pas branché (pointillés), ce qui équivaut à $K_c = 0$.

Les courbes présentées en B) nous montrent que la marge de phase du système d'asservissement est de l'ordre de $\frac{\pi}{20}$ pour $T_i = 90 \text{ s}$ et K_c allant de 10 à 100 A.K^{-1} . Cette marge de phase est plus élevée ($\approx \frac{\pi}{4}$) pour $T_i = 1000 \text{ s}$ et $K_c = 100 \text{ A.K}^{-1}$. Les courbes en C) montrent que, pour tous ces paramètres, les variations de la température de la salle sont atténuées d'un facteur supérieur à 1000 si leur période caractéristique est de quelques heures. Remarquons que, dans le modèle de la figure 3.10, nous n'avons pas tenu compte du filtrage, par la boîte isolante et la couche de papier aluminium recouvrant l'enceinte à ultra-vide, des variations de températures ambiante. Ce filtrage peut contribuer à atténuer ces variations d'un facteur supplémentaire supérieur à 4. Ces dernières ayant une amplitude maximale de 1 ou 2 K, nous nous attendons donc à ce que les fluctuations mesurées par la thermistance collée sur la surface du barreau *ULE* ne dépassent pas 1 mK.

Résultats expérimentaux

Convergence de l'asservissement : Sur la figure 3.12, on observe la convergence de notre système d'asservissement en température, pour $K_c = 11 \pm 2 \text{ A.K}^{-1}$ et $T_i = 90 \pm 10 \text{ s}$. Nous avons représenté l'évolution temporelle du signal d'erreur $\epsilon(t) = T_c - T_b(t)$ (en rouge) et celle de $I(t)$ (en bleu).

Le signal d'erreur $\epsilon(t)$ oscille avant de se stabiliser à 0. Le temps d'amortissement de ces oscillations est de 2 h environ et leur fréquence est de 3 h^{-1} ce qui est proche de la fréquence de coupure $f_c = 2,5 \text{ h}^{-1}$ en boucle ouverte (telle que $|H(i2\pi f_c)| = 1$) calculée pour $K_c = 11 \text{ A.K}^{-1}$, $T_i = 90 \text{ s}$, $G = 4,4 \text{ K.A}^{-2}$ et $I_0 = 0,6 \text{ A}$. Dans la figure 3.12, nous avons superposé aux courbes expérimentales des courbes théoriques issues d'une simulation (trait plein noir). Cette dernière effectue une résolution numérique du système d'équations différentielles (3.14) et (3.18) pour prévoir l'évolution temporelle de $\epsilon(t)$ et $I(t)$. Afin d'obtenir un bon accord théorie-expérience, nous avons fait varier, dans notre simulation, les paramètres de notre système d'asservissement. La courbe théorique de la figure 3.12 a été obtenue avec les paramètres suivants :

$$G = 4,6 \text{ K.A}^{-2}, I_0 = 0,57 \text{ A}, K_c = 10,2 \text{ A.K}^{-1}, T_i = 90 \text{ s}, \tau_b = 10 \text{ h} \text{ et } \tau_b^{(in)} = 45 \text{ s}.$$

Ces paramètres sont à l'intérieur des barres d'erreur de leur mesure expérimentale, ce qui confirme la validité de notre modèle.

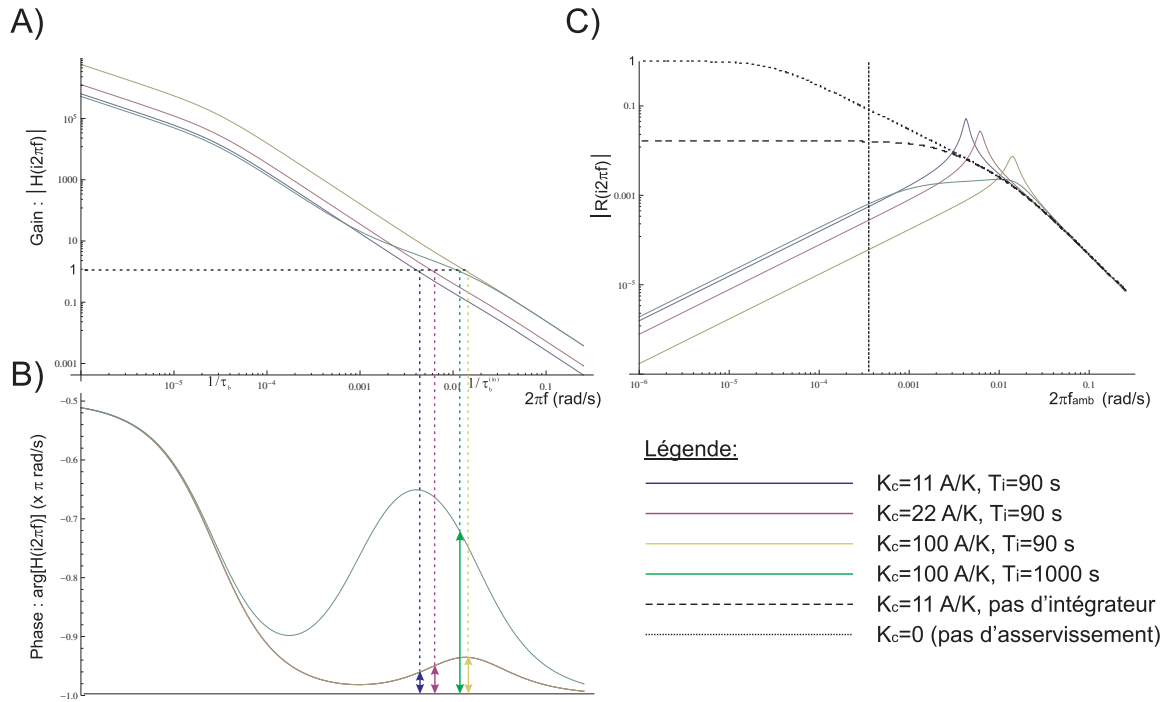


FIGURE 3.11 – A) et B) : Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $H(i2\pi f)$, pour ($K_c = 11 \text{ A.K}^{-1}$, $T_i = 90 \text{ s}$) (courbes bleues), ($K_c = 22 \text{ A.K}^{-1}$, $T_i = 90 \text{ s}$) (courbes mauves), ($K_c = 100 \text{ A.K}^{-1}$, $T_i = 90 \text{ s}$) (courbes jaunes) et ($K_c = 100 \text{ A.K}^{-1}$, $T_i = 1000 \text{ s}$) (courbes vertes). Sont tracés en A) le module et en B) l'argument de $H(i2\pi f)$. Les traits en pointillés verticaux indiquent, pour chaque courbe, la pulsation de coupure $2\pi f_c$, telle que $|H(i2\pi f_c)| = 1$. Les doubles flèches verticales indiquent, pour chaque courbe, la marge de phase $\Delta\phi$, définie dans la formule (3.23). C) : Module $|R(i2\pi f_{amb})|$ du facteur d'atténuation des fluctuations de la température ambiante, en fonction de leur fréquence caractéristique f_{amb} , pour les paramètres du correcteur PI, utilisés en A) et B). A titre comparatif, nous incluons dans cette figure les courbes de $|R(i2\pi f)|$ lorsque le correcteur n'a pas d'intégrateur (tirets) et lorsque l'asservissement en température n'est pas branché (pointillés). Le trait vertical en pointillés indique la pulsation correspondant à une période typique des variations de la température ambiante (5 h).

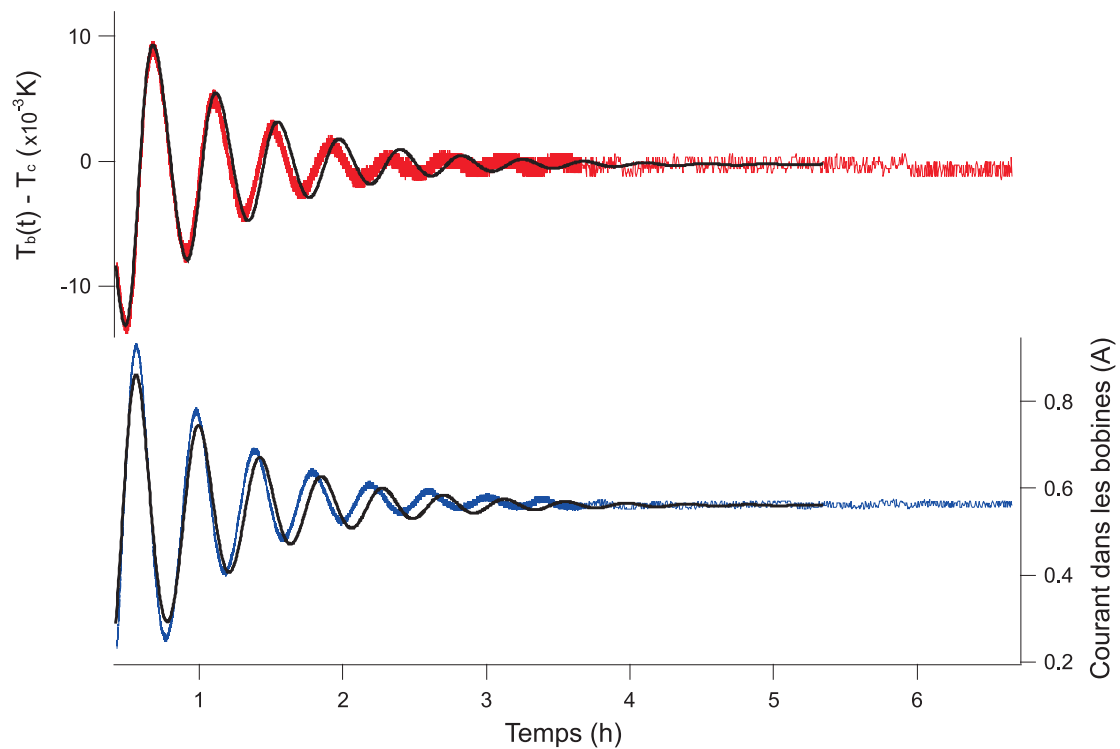


FIGURE 3.12 – Convergence de l’asservissement en température pour $K_c = 11 \pm 2 \text{ A.K}^{-1}$ et $T_i = 90 \pm 10 \text{ s}$. En rouge : évolution du signal d’erreur $-\epsilon(t) = T_b(t) - T_c$. En bleu : courant $I(t)$ circulant dans les bobines chauffantes, contrôlé par le correcteur PI. Les courbes en trait plein noir sont les résultats de simulations numériques (voir texte). Pour ces dernières, les paramètres G , K_c , I_0 , τ_b et $\tau_b^{(in)}$ de notre système ont été choisis à l’intérieur des barres d’erreurs de leurs mesures expérimentales. Cela nous a permis d’obtenir un bon accord entre les simulations et l’expérience.

stabilité de la cavité optique : Une fois l'équilibre atteint, les fluctuations ou dérives de température du barreau sont inférieures à la précision maximale ($500 \mu\text{K}$) de notre mesure du signal d'erreur, sur une durée indéterminée. Cette précision est limitée par le bruit lié aux composants électroniques qui constituent la boîte d'asservissement. Lorsque la cavité est stabilisée, la température de l'enceinte à ultra-vide peut varier, elle, de 50 mK .

Lors du branchement de l'asservissement en température, nous avons observé, en utilisant, comme l'explique la partie 3.2.3, un laser He-Ne à 633 nm , l'évolution de la fréquence d'un pic de transmission de la cavité optique. Lorsque, pour la première fois, nous avons asservi la cavité en température nous avons constaté, après la convergence de l'asservissement, une dérive d'environ 3 MHz de la fréquence de résonance de la cavité sur une durée de 20 h (voir fig. 3.13). Cette dérive n'était probablement pas due à une variation de la température du barreau, mais plutôt à un effet mécanique : il pourrait s'agir d'une contraction résiduelle de la cavité, suite à la brusque dilatation entraînée par le chauffage de la cavité à la température de consigne.

La dérive en fréquence de la cavité n'a pas dépassé 6 MHz pendant les deux semaines qui ont suivi le branchement de l'asservissement. Elle s'est estompée au bout de cette période. La fréquence de la cavité optique a ensuite varié de moins d'un MHz pendant une année d'expériences. Cela équivaut à une stabilité de $\frac{\Delta L}{L} = 10^{-9}$.

Nous avons fait varier le gain K_c du correcteur de 11 à 100 A.K^{-1} et avons toujours obtenu un bon accord avec nos simulations concernant la dynamique de l'asservissement en température. Les fluctuations en température au point d'asservissement sont toujours restées d'amplitude inférieure à $500 \mu\text{K}$ et la cavité optique est restée stable à moins d'un MHz près.

Commentaires sur nos résultats

Performances de la cavité optique : Nos mesures nous ont montré qu'en un point à la surface du barreau ULE, la température a varié de moins d'un $m\text{K}$ sur une durée indéterminée (supérieure à un an). Cette stabilité thermique est comparable à celle des cavités les plus stables utilisées en métrologie ([100, 104, 99]). Notre stabilité en température est cependant donnée par la thermistance également utilisée pour la boucle de retour de l'asservissement, ce qui biaise la mesure de cette stabilité. Nous pouvons donc regretter de ne pas avoir placé, sur le barreau ULE, une autre thermistance éloignée de la première. Cela pourra être fait lors d'une éventuelle prochaine ouverture de l'enceinte à ultra-vide contenant la cavité optique ultra-stable.

La stabilité à moins d'un MHz près sur un an constitue un excellent résultat et nous laisse penser, compte tenu du CTE mesuré pour notre cavité optique, que la température de cette dernière a varié de moins de 5 mK pendant une année. Plusieurs

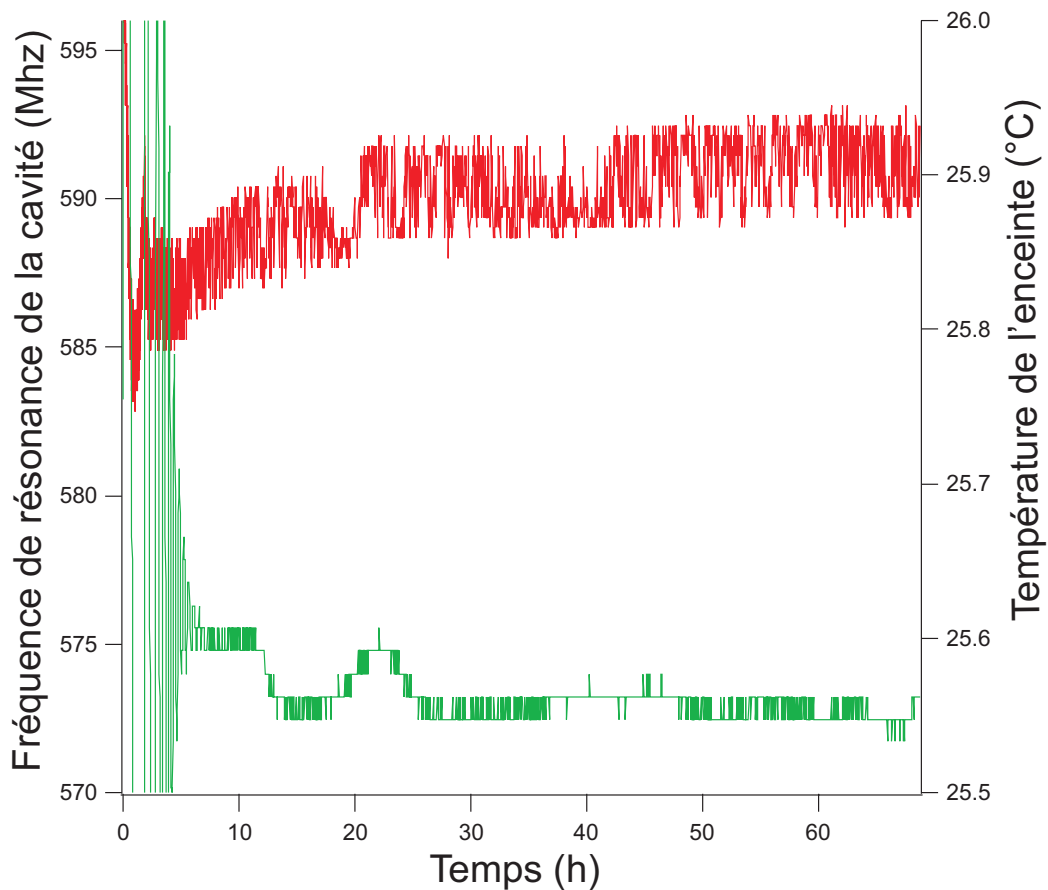


FIGURE 3.13 – *En rouge : fréquence d'un pic de résonance de la cavité pendant et après la convergence de l'asservissement en température. Cette convergence a lieu pendant les 5 premières heures présentées sur cette figure. Une fois la température de la cavité stabilisée, on observe une dérive de 3 MHz de la fréquence de cette dernière pendant environ 20 h. Nous expliquons cette dérive par des phénomènes mécaniques (voir texte). Les dérives s'estompent ensuite et deviennent trop faibles pour être mesurées. Nous pouvons affirmer que la fréquence de la cavité a alors varié de moins d'un MHz en un an. En vert : Température de l'enceinte pendant et après la convergence de l'asservissement. Une fois la cavité stabilisée, cette température peut fluctuer avec une amplitude de typiquement 50 mK. La température du barreau ULE reste, elle, beaucoup plus stable. L'amplitude maximale de ses fluctuations est incluse entre 500 μ K et 5 mK.*

coupures de courant ont eu lieu durant cette période. Elles ont rendu à chaque fois nécessaire une re-stabilisation en température de la cavité. Nous avons constaté qu'après re-convergence de l'asservissement en température, le pic de transmission de la cavité avait, chose curieuse, retrouvé exactement la fréquence qu'il avait avant la coupure de courant (à 1 MHz près). Ainsi, les diodes lasers asservies sur cette cavité sont restées à la résonance atomique pendant plus d'un an, sans que l'on ait eu une seule fois à modifier les fréquences des AOM correspondants.

Réactivité de la correction en température : La précision de nos mesures des fluctuations en fréquence de la cavité n'est pas bonne et ne nous permet pas de comparer les performances sur le court terme de cette dernière avec celles des cavités utilisées en métrologie. Nous pensons néanmoins que la très grande réactivité de notre système d'asservissement, qui nous permet de compenser en partie la relative pauvreté de notre isolation thermique, est inadaptée au domaine de la haute précision. Il est fort probable que cet asservissement engendre des oscillations résiduelles de la température du barreau, qui bien que non détectables à notre échelle de précision, seraient inacceptables en métrologie. Les cavités les plus stables sont asservies avec des correcteurs de faible gain et dont la durée d'intégration est de plusieurs heures ([110, 100]). Nous pourrions envisager d'augmenter à 1000 s la constante de temps T_i de notre intégrateur. Cela garantirait à notre asservissement une marge de phase plus élevée, comme le montre la figure B) de 3.11, conduisant à de plus faibles oscillations résiduelles, sans détériorer la correction des fluctuations en température (voir figure 3.11). Bien qu'inadapté à la métrologie, notre système d'asservissement en température pourrait être utilisé en spectroscopie de moyenne précision, dans le but de sonder des transitions larges de quelques kHz.

Spécificité de notre dispositif L'originalité de notre système d'asservissement réside, comme nous l'avons fait remarquer dans la partie 3.2.3, dans l'utilisation, comme signal de retour, de la température mesurée par la thermistance collée sur le barreau ULE. Ce choix s'est avéré crucial dans la stabilisation de la température de la cavité. Nous avons en effet constaté qu'asservir la température en un point de la surface extérieure était presque inutile : le faire faisait subsister des fluctuations de ≈ 30 mK de la température du barreau ULE, du même ordre de grandeur que ses fluctuations en l'absence d'asservissement en température, entraînant des variations de ≈ 6 MHz de la fréquence de résonance de la cavité en quelques heures. Cette méthode n'autorise donc pas un écrantage suffisant des fluctuations de la température ambiante.

Améliorations possibles : Plusieurs améliorations pourraient être envisagées pour stabiliser davantage notre cavité optique : les enroulements de fil de cuivre chauffant pourraient être répartis sur l'enceinte à ultra-vide de façon plus uniforme. Comme le montre la photo de la figure 3.3, certaines zones de l'enceinte à ultra-vide ainsi que la

pompe ionique (à droite de la photo), qui rayonne sur le barreau en ULE, ne sont pas chauffées. Notons que les inhomogénéités de la forme de notre enceinte rendent difficile un chauffage uniforme de cette dernière.

Nous pourrions également isoler thermiquement, ou asservir en température, la boîte contenant le correcteur PI. Cela nous permettrait de réduire les dérives thermiques de la résistance fixant la température de consigne du barreau ULE.

Une isolation mécanique de notre système ne fait pas partie des améliorations envisageables. Cela requerrait en effet une restructuration totale de l'architecture de notre enceinte à ultra vide. Cette restructuration aurait par exemple pour but de permettre à notre cavité optique de reposer en position verticale, ce qui devrait minimiser l'influence des vibrations mécaniques sur sa longueur ([104, 100, 98, 99]).

Dernières mises à jour : En plus des diodes lasers à 633 et 654 nm, nous avons asservi sur cette cavité un laser Titane-Saphir à 851 nm. Ce laser, une fois stabilisé, est doublé pour produire le faisceau bleu que nous utiliserons pour refroidir l'isotope fermionique du chrome, ^{53}Cr , en vue d'expériences futures. Il a donc été nécessaire de remplacer les miroirs utilisés pour les résultats présentés dans ce chapitre par de nouveaux miroirs fonctionnant aussi dans l'infrarouge.

Pendant plusieurs semaines après le changement des miroirs, nous avons observé de fortes dérives de la fréquence de la cavité optique, pouvant atteindre plusieurs MHz en une seule nuit. Ces dérives se sont ensuite atténuées et à l'heure actuelle, la cavité semble s'être de nouveau stabilisée à moins d'un MHz près. Nous n'avons cependant pas fait de mesures précises à ce sujet.

3.5 Conclusion

Nous avons mis au point une cavité Fabry-Pérot passive ultra-stable. Le but de cette dernière est de stabiliser des repompeurs utilisés dans le refroidissement du chrome bosonique et, également, l'ensemble des lasers qui seront consacrés au refroidissement du chrome fermionique. Cette cavité est constituée de deux miroirs séparés par un cylindre en verre ULE long de 30 cm. L'ensemble est placé dans une enceinte à ultra-vide stabilisée en température. L'originalité de notre système réside dans le choix d'un asservissement très réactif pour contrôler avec précision la température en un point à la surface du cylindre ULE. Les dérives en fréquence de la cavité ont été mesurées grâce à un laser He-Ne stabilisé en fréquence à 633 nm, ou en sondant, grâce à des diodes lasers référencées sur cette cavité, une résonance atomique de même longueur d'onde. Ces dérives n'ont pas dépassé un MHz en un an d'expériences. Cela correspond pour la cavité optique à une stabilité relative de moins de 2.10^{-9} . Cette stabilité constitue un résultat remarquable pour une durée aussi longue et une performance intéressante dans le domaine de la moyenne précision. Nous avons développé un modèle thermique

nous permettant de bien comprendre la dynamique de chauffage de notre cavité. Des simulations utilisant des paramètres mesurés expérimentalement nous ont permis de vérifier la validité de ce modèle. La mise au point de cette cavité optique fait l'objet d'une annexe dans [94].

Deuxième partie

Excitations collectives dans un condensat de Bose-Einstein dipolaire

Chapitre 4

Excitation des modes collectifs d'un BEC dipolaire

Introduction

Les excitations collectives constituent un outil extrêmement pratique pour étudier les interactions entre atomes dans un condensat de Bose-Einstein. Dans ce chapitre, nous étudions expérimentalement l'influence de l'interaction dipôle-dipôle (DDI) sur la fréquence d'un mode collectif d'un condensat de chrome. Nous montrons que cette fréquence dépend légèrement de la direction du champ magnétique de polarisation des dipôles. Ce résultat expérimental, qui avait été prévu dans plusieurs articles théoriques ([24, 25, 79]), est une démonstration nouvelle de l'anisotropie de la DDI et de son influence sur l'hydrodynamique d'un BEC. Il se rajoute à l'observation, faite par le groupe de T. Pfau à Stuttgart, de l'effet de la DDI sur l'expansion d'un condensat ([23]) et que nous avons également constaté dans nos expériences.

Structure de ce chapitre

En préambule de ce chapitre, nous présentons des propriétés de la DDI, liées à la géométrie du condensat, ainsi que le contexte expérimental dans lequel se situe notre étude.

Nous établissons ensuite les équations d'hydrodynamique régissant les mouvements collectifs dans un condensat dipolaire n'ayant pas d'axe de symétrie, en partant de l'équation de Gross-Pitaevskii. Dans notre cas les interactions sont dominées par les interactions de contact. Nous prenons donc préalablement soin d'établir les équations d'hydrodynamique en l'absence d'interaction dipôle-dipôle, pour la rajouter ensuite.

Après avoir démontré l'existence de modes collectifs, dits de surface, pour des excitations de faible amplitude, nous décrivons en détail l'observation expérimentale de la modification induite par l'interaction dipôle-dipôle sur la fréquence de l'un de ces modes.

Dans notre expérience, nous observons l'effet d'une rotation de 90° de la direction du champ magnétique de polarisation sur la fréquence d'un mode collectif de surface du BEC de chrome. La nôtre est donc une mesure différentielle de l'effet de la DDI sur cette fréquence.

Bien que le nombre d'atomes dans notre condensat de chrome soit relativement faible, le décalage fréquentiel observé est en bon accord avec nos prédictions théoriques dans l'approximation de Thomas-Fermi (TF). Nous montrons expérimentalement que ce décalage est très sensible à la géométrie du piège et nous en expliquons les raisons. Enfin, en travaillant avec des condensats encore moins peuplés, nous voyons le décalage mesuré diminuer avec le nombre d'atomes. L'écart des résultats expérimentaux avec les prédictions faites dans le régime de TF est alors plus rapide pour la fréquence d'un mode collectif que pour le rapport d'aspect du condensat, en bon accord avec nos simulations.

4.1 Contexte expérimental

Dans cette partie, nous récapitulons brièvement certains résultats expérimentaux importants sur la physique des condensats dipolaires, que nous pouvons mettre en lien avec la problématique des excitations collectives. Ces résultats sont le fruit d'études effectuées par le groupe de T. Pfau à Stuttgart, et ont fait date dans notre domaine.

4.1.1 Striction du BEC

Les propriétés de l'interaction dipôle-dipôle décrites dans l'introduction de cette thèse (partie 0.3.2), et en particulier son anisotropie, ont une incidence notable sur la géométrie du condensat. En effet, les atomes ont tendance à se positionner le long de l'axe de polarisation des dipôles. Ce phénomène, contre-intuitif au premier abord, peut s'expliquer en remarquant que, comme on l'a vu précédemment, les dipôles de deux atomes positionnés selon cet axe s'attirent. Ainsi, en s'allongeant le long de la direction du champ magnétique de polarisation et en se contractant perpendiculairement à ce dernier, le BEC minimise son énergie totale d'interaction. Pour le chrome, avec $\epsilon_{dd} = 0,16$ (ϵ_{dd} est défini en formule (0.4)), les interactions de contact sont dominantes. La striction du condensat par l'interaction dipôle-dipôle n'induit qu'une modification relativement faible (de l'ordre de 10 %) de son rapport d'aspect. Le même phénomène, qui est expliqué plus en détail dans la partie 4.2.3, se reproduit après temps de vol (TOF). Illustré dans le schéma de la figure 4.1, il a été observé pour la première fois après expansion du condensat dans [23] et nous l'avons retrouvé dans nos expériences (voir figures 4.2).

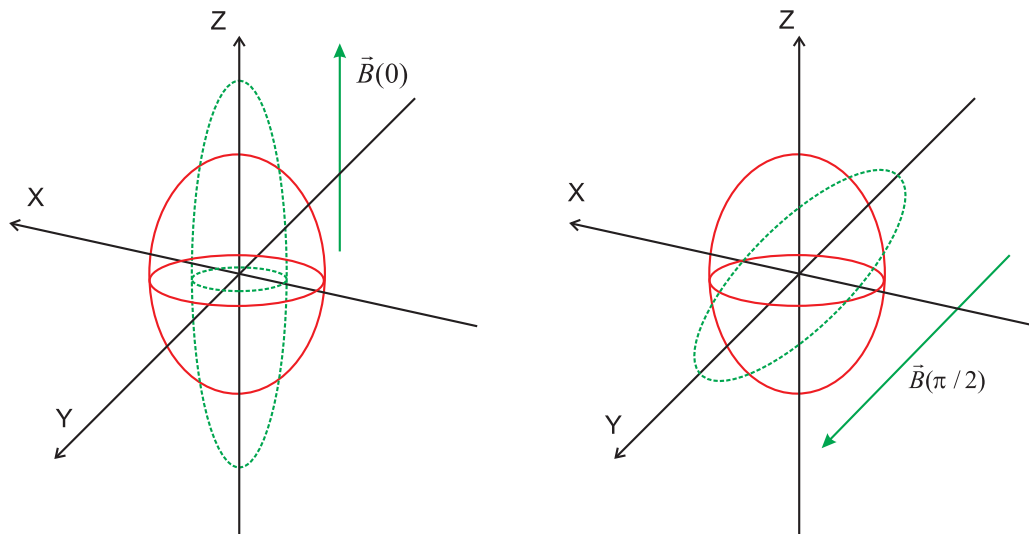


FIGURE 4.1 – Schéma de la striction du condensat due à l'interaction dipôle-dipôle (pointillés verts). On voit, pour un champ magnétique de polarisation \mathbf{B} parallèle à O_z (figure de gauche) et à O_y (figure de droite), le condensat s'étirer le long de la direction de ce champ (en pointillés). De plus, le BEC se contracte perpendiculairement à cette direction et son volume est maintenu à peu près constant. En trait plein rouge figurent les mêmes condensats sans interaction dipôle-dipôle.

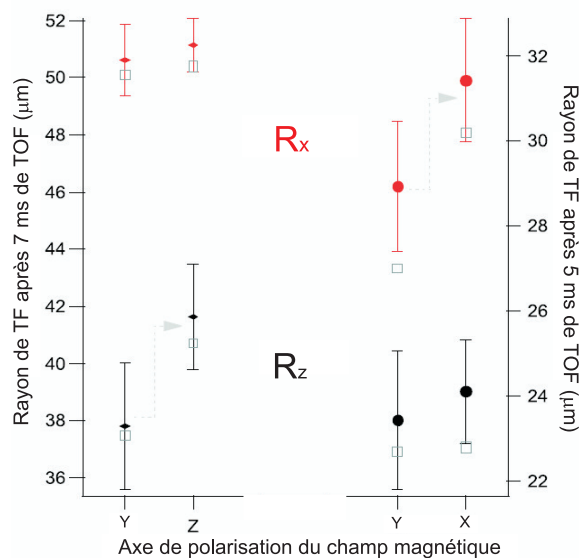


FIGURE 4.2 – Données expérimentales de la striction du condensat de chrome due à l'interaction dipôle-dipôle. Rayons de Thomas-Fermi R_x et R_z du condensat après un T.O.F de 7 ms (à gauche) et de 5 ms (à droite) en fonction de la direction du champ magnétique de polarisation. On voit bien dans les deux cas après expansion le condensat s'étirer le long de cette direction.

4.1.2 Stabilité/Instabilité d'un BEC dipolaire

L'effondrement d'un condensat, dont les interactions en onde s ont pu être rendues attractives à l'aide d'une résonance de Feshbach ([111]), a été observé pour la première fois dans [112]. Ce phénomène se produit lorsque l'énergie d'interaction attractive moyenne par atome est suffisamment négative pour contre-balancer l'énergie cinétique quantique qui est positive. Cela peut se démontrer grâce à une méthode variationnelle (que nous utilisons également dans la partie 4.3.6), en constatant que dans ce régime le minimum d'énergie du condensat est atteint (il est égal à $-\infty$) lorsque son volume est nul, conduisant à une implosion de ce dernier ([27]).

En présence d'interaction dipôle-dipôle, on peut aussi observer une telle instabilité. Il est nécessaire pour cela d'atteindre $\epsilon_{dd} > 1$ ([113, 114]) en diminuant la longueur de diffusion a grâce à une résonance de Feshbach ([115, 116, 117, 118]). En fonction de la géométrie du condensat l'énergie d'interaction dipôle-dipôle moyenne par atome peut être positive ou négative. L'effondrement du condensat a lieu lorsque cette énergie est suffisamment négative pour contre-balancer l'énergie d'interaction en onde s et la pression quantique ([29]). Cette implosion, dont la dynamique a été étudiée dans [31], a lieu si le potentiel de piégeage est tel que le condensat est allongé le long de l'axe du champ magnétique de polarisation ([29]). On a en effet vu dans la partie 0.3.2, que lorsque les atomes sont majoritairement répartis le long de l'axe de polarisation des dipôles, ces derniers ont tendance à s'attirer, résultant en une énergie d'interaction dipôle-dipôle négative. La dépendance de la stabilité du condensat à la géométrie du piège a , remarquablement, été observée dans [119].

Le phénomène inverse peut se produire ([119]) : en présence d'une interaction de contact attractive ($a < 0$), le condensat peut être stabilisé grâce à l'interaction dipôle-dipôle, rendue majoritairement répulsive si le BEC a une forme aplatie selon l'axe des dipôles.

Dans [25, 24], il est précisé que lorsque le condensat est instable, ce qui ne peut arriver que si $\epsilon_{dd} > 1$, les fréquences de ses modes collectifs, alors fortement modifiées par l'interaction dipôle-dipôle, sont complexes. Ces arguments renforcent notre intérêt pour les modes collectifs d'un BEC dipolaire, bien que dans notre cas ($\epsilon_{dd} \approx 0,16$), les effets de l'interaction dipôle-dipôle sur ces modes sont relativement faibles, comme nous le verrons par la suite.

Le caractère anisotrope de l'interaction entre dipôles magnétiques dans un condensat modifie profondément ses propriétés physiques. Ce dernier s'en trouve déformé et peut même, lorsque sont utilisées des résonances de Feshbach, être rendu instable ou, à l'inverse, stabilisé par l'interaction dipôle-dipôle. L'instabilité survient lorsque la fréquence des modes collectifs du BEC devient complexe, sous l'influence de l'interaction dipôle-dipôle. La géométrie du piège dans lequel le BEC se trouve confiné joue un rôle prépondérant dans ces phénomènes. Bien que de telles instabilités aient été observées en 2008 dans des expériences importantes, l'influence de l'interaction dipôle-dipôle sur

les excitations collectives d'un condensat n'avait pourtant jamais encore été mesurée avant l'expérience décrite dans ce chapitre. Nous rappelons la théorie nécessaire à la compréhension de cette influence, avant de décrire l'expérience elle-même.

4.2 Hydrodynamique d'un BEC dipolaire piégé

Dans cette partie est étudiée la dynamique d'un condensat dipolaire. Dans un premier temps, les équations d'hydrodynamique superfluide d'un BEC où seules existent des interactions de contact sont établies. Ces résultats sont ensuite utilisés pour établir les équations du mouvement régissant des modes collectifs particuliers vérifiant une loi d'échelle. Enfin, ces dernières sont généralisées au cas d'un BEC dipolaire afin de connaître l'influence de l'interaction dipôle-dipôle sur ces modes collectifs. L'observation de cette influence est le but principal de l'expérience décrite dans ce chapitre. Les solutions d'équilibre de ces équations sont également mentionnées dans cette partie.

4.2.1 Équations Hydrodynamiques

On considère un BEC de N atomes, piégé dans un potentiel quadratique $V_{ext}(\mathbf{r})$, où

$$V_{ext}(\mathbf{r}) = \frac{m}{2}(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2), \quad (4.1)$$

on écrit l'équation de Gross-Pitaevskii en présence d'interactions de contact :

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(\mathbf{r}, t) + (V_{ext}(\mathbf{r}) + gn(\mathbf{r}, t))\psi(\mathbf{r}, t). \quad (4.2)$$

$n(\mathbf{r}, t) = |\psi(\mathbf{r}, t)|^2$ est la densité atomique dans le condensat. On a $\int n(\mathbf{r}) d\mathbf{r} = N$. On a également $g = 4\pi\hbar^2 a/m$, a étant la longueur de diffusion en onde s du potentiel d'interaction de contact $V(\mathbf{r}) = g\delta(\mathbf{r})$. L'équation (4.2) n'est valable que pour un gaz dilué, qui vérifie la condition $n(\mathbf{r}, t)a^3 \ll 1$ ([74]).

La fonction d'onde $\psi(\mathbf{r}, t)$ peut s'écrire :

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \sqrt{n(\mathbf{r}, t)} e^{iS(\mathbf{r}, t)} \quad (4.3)$$

En écrivant le flux quantique $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = -\frac{i\hbar}{2m}(\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*)$, on trouve

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = n \frac{\hbar}{m} \nabla S \quad (4.4)$$

On définit la vitesse superfluide $\mathbf{v}_S(\mathbf{r}, t)$ par

$$\mathbf{v}_S(\mathbf{r}, t) = \frac{\hbar}{m} \nabla S(\mathbf{r}, t) \quad (4.5)$$

En insérant (4.3) dans (4.2) et en divisant par $e^{iS(\mathbf{r},t)}$, on obtient l'équation :

$$i\hbar\frac{\partial\sqrt{n}}{\partial t}-\hbar\sqrt{n}\frac{\partial S}{\partial t}=-i\frac{\hbar^2}{2m}(2\nabla S\cdot\nabla\sqrt{n}+\Delta S\sqrt{n})-\frac{\hbar^2}{2m}(\Delta\sqrt{n}-(\nabla S)^2\sqrt{n})+(V_{ext}+gn)\sqrt{n} \quad (4.6)$$

En multipliant la partie imaginaire de cette équation par \sqrt{n} et en y insérant la définition de la vitesse superfluide donnée dans la formule (4.5), on obtient :

$$\frac{\partial n}{\partial t}+\nabla(n\mathbf{v}_S)=0 \quad (4.7)$$

C'est l'équation dite de continuité, qui garantit la conservation de la masse dans le condensat.

En prenant le gradient de la partie réelle de l'équation (4.6), préalablement divisée par \sqrt{n} (pour $n \neq 0$), on obtient une autre équation importante :

$$m\frac{\partial\mathbf{v}_S}{\partial t}+\nabla\left(\frac{1}{2}mv_S^2+V_{ext}+gn-\frac{\hbar^2}{2m\sqrt{n}}\Delta\sqrt{n}\right)=0 \quad (4.8)$$

Cette égalité est appelée équation d'Euler en raison de sa similarité avec l'équation fondamentale régissant la dynamique d'un fluide classique non visqueux, qu'il soit compressible ou incompressible.

La différence entre l'équation d'Euler classique et l'équation (4.8) provient du terme $-\frac{\hbar^2}{2m\sqrt{n}}\Delta\sqrt{n}$, proportionnel au Laplacien du module de la fonction d'onde $\psi(\mathbf{r},t)$. Cette énergie correspond à la pression quantique dans le condensat piégé et découle du principe d'incertitude d'Heisenberg. Elle est négligeable dans le régime de Thomas-Fermi. Dans ce régime, l'équation (4.8) prend alors un sens physique classique, celui du principe fondamental de la dynamique dans un gaz non visqueux, $\mathbf{v}_S(\mathbf{r},t)$ étant alors la vitesse des atomes dans ce gaz.

Remarquons de plus qu'à l'équilibre ($\mathbf{v}_S = \mathbf{0}$), on retrouve grâce à cette équation la densité parabolique $n(\mathbf{r})$ caractérisant le régime de thomas Fermi :

$$n^0(\mathbf{r})=\frac{C-V_{ext}(\mathbf{r})}{g} \quad (4.9)$$

pour $V_{ext}(\mathbf{r}) \leq C$, C étant une constante que l'on sait égale au potentiel chimique du condensat.

Nous avons défini deux équations, équivalentes à l'équation de Gross-Pitaevskii, faisant le lien entre le comportement hydrodynamique d'un condensat de Bose-Einstein avec celui d'un fluide classique non visqueux. Elles nous permettront, dans la partie suivante, d'établir les équations du mouvement régissant la physique hors équilibre d'un BEC.

4.2.2 Excitations collectives : équations du mouvement

On fait l'hypothèse qu'hors équilibre, la densité $n(\mathbf{r}, t)$ dans le BEC reste parabolique ([120],[121]) et s'écrit donc :

$$n(\mathbf{r}, t) = n_0(t) \left[1 - \frac{x^2}{R_x^2(t)} - \frac{y^2}{R_y^2(t)} - \frac{z^2}{R_z^2(t)} \right] \quad (4.10)$$

pour $\frac{x^2}{R_x^2(t)} - \frac{y^2}{R_y^2(t)} - \frac{z^2}{R_z^2(t)} \leq 1$, x , y et z étant les coordonnées du vecteur \mathbf{r} .

La condition de normalisation $\int n(\mathbf{r}, t) d^3\mathbf{r} = N$ impose $n_0(t) = \frac{15N}{8\pi R_x(t)R_y(t)R_z(t)}$.

Une deuxième hypothèse consiste à supposer que le champ de vitesse $\mathbf{v}_S(\mathbf{r}, t)$ s'écrit :

$$\mathbf{v}_S(\mathbf{r}, t) = \begin{pmatrix} \alpha_x(t)x \\ \alpha_y(t)y \\ \alpha_z(t)z \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

En reportant les expressions de $n(\mathbf{r}, t)$ et de $\mathbf{v}_S(\mathbf{r}, t)$ dans (4.7) et dans (4.8) en négligeant la pression quantique, on constate que tous les termes de ces deux équations sont paraboliques, ce qui rend possible leur résolution. Les deux hypothèses que nous avons faites sont donc self-consistantes.

Il en découle, en injectant (4.10) et (4.11) dans (4.7), trois conditions de validité pour les deux hypothèses faites ci-dessus.

$$\alpha_j(t) = \frac{d}{dt} \ln[R_j(t)] \quad (4.12)$$

De même, trois autres conditions de validité sont obtenues en insérant (4.10), (4.11) et (4.12) dans (4.8) :

$$\frac{Nm}{7} \frac{d^2 R_j}{dt^2} = -\frac{\partial}{\partial R_j} H_{tot}(R_x, R_y, R_z) \quad (4.13)$$

où H_{tot}/N est la valeur moyenne de l'énergie totale par particule, avec

$$H_{tot} = H_{kin} + H_{ho} + H_s \quad (4.14)$$

$H_{kin} = \frac{Nm}{14} (\dot{R}_x^2 + \dot{R}_y^2 + \dot{R}_z^2)$ est la contribution classique à l'énergie cinétique des particules. Ce terme ne dépend pas explicitement des rayons de Thomas-Fermi R_j ($j = x, y, z$) du condensat mais plutôt de leur dérivée temporelle. La contribution de ce terme à l'équation (4.13) est donc nulle.

$H_{ho} = \frac{Nm}{14} (\omega_x^2 R_x^2 + \omega_y^2 R_y^2 + \omega_z^2 R_z^2)$ est l'énergie potentielle dans le piège harmonique.

$H_S = \frac{15}{7} \left(\frac{N^2 \hbar^2 a}{m} \frac{1}{R_x R_y R_z} \right)$ est l'énergie correspondant à la diffusion en onde s entre particules.

Les conditions (4.13), équivalentes aux équations de Castin & Dum ([88]), sont les équations du mouvement qui définissent l'évolution temporelle de la forme du condensat.

Loi d'échelle Remarquons, avant de poursuivre, que les solutions particulières (4.10) et (4.11) des équations d'hydrodynamique découlent en fait d'une loi d'échelle ([88]).

En effet, si l'on définit les facteurs d'échelle $b_j(t)$ tels que $R_j(t) = b_j(t)R_j(0)$ ($j = 1, 2, 3$), on constate que l'équation (4.10) est équivalente à

$$n(x, y, z, t) = \frac{1}{\prod_j b_j} n \left(\frac{x}{b_x(t)}, \frac{y}{b_y(t)}, \frac{z}{b_z(t)}, 0 \right). \quad (4.15)$$

On peut également utiliser cette loi d'échelle pour retrouver l'équation (4.12) donnant la vitesse $\mathbf{v}_S(\mathbf{r}, t)$ d'une particule fictive se trouvant à la position \mathbf{r} , de coordonnées (x, y, z) , à l'instant t . Une telle particule suit une trajectoire $\mathbf{r}_0(s)$ et on a :

$$\mathbf{r}_0(t) = \mathbf{r} \quad (4.16)$$

On peut donc écrire :

$$\mathbf{v}_S(\mathbf{r}, t) = \mathbf{v}_S(\mathbf{r}_0(t)) = \frac{d}{dt} \mathbf{r}_0(t) \quad (4.17)$$

Si l'on appelle $r_j(t)$ ($j = x, y, z$) les trois coordonnées de $\mathbf{r}_0(t)$, on peut écrire, d'après la loi d'échelle :

$$r_j(t) = b_j(t)r_j(0) \quad (4.18)$$

pour $j = x, y, z$.

On obtient donc, pour les trois composantes $v_j(\mathbf{r}_0(t))$ de $\mathbf{v}_S(\mathbf{r}_0(t))$:

$$v_j(\mathbf{r}_0(t)) = \frac{d}{dt} b_j(t)r_j(0) = \frac{db_j(t)/dt}{b_j(t)} r_j(t) = \frac{d}{dt} \ln[b(t)] r_j(t) \quad (4.19)$$

Enfin, on a, d'après (4.16) et (4.19) :

$$v_j(\mathbf{r}, t) = \frac{d}{dt} \ln[b(t)] r_j \quad (4.20)$$

pour $j = x, y, z$.

On retrouve bien l'équation (4.12) grâce à une loi d'échelle.

Modes collectifs du BEC On s'intéresse ici aux solutions perturbatives des équations (4.13). Elles présentent de faibles oscillations autour des valeurs à l'équilibre R_j^0 ($j = x, y, z$) des rayons de Thomas-Fermi du BEC.

Écrivons les équations, déduites de (4.13) :

$$\frac{d^2 R_j}{dt^2} + \omega_j^2 R_j = \frac{1}{R_j \prod_i R_i} \frac{15\hbar^2 a N}{m^2} \quad (4.21)$$

pour $j = x, y, z$.

Ces équations peuvent être linéarisées autour des valeurs d'équilibre $R_j^0 = \bar{a}_{ho} \left(\frac{15Na}{\bar{a}_{ho}} \right)^{1/5} \frac{\bar{\omega}}{\omega_j}$ dans le régime de Thomas-Fermi ([74]), où $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ et $a_{ho} = \sqrt{\frac{\hbar}{m\bar{\omega}}}$, en posant :

$$R_j(t) = R_j^0 (1 + \epsilon_j(t)) \quad (4.22)$$

avec $\epsilon_j(t) \ll 1$.

En injectant (4.22) dans (4.21), on obtient, en linéarisant au premier ordre en $\epsilon_j(t)$ ($j = x, y, z$), les équations :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \epsilon_x}{dt^2} + \omega_x^2 (3\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z) &= 0, \\ \frac{d^2 \epsilon_y}{dt^2} + \omega_y^2 (\epsilon_x + 3\epsilon_y + \epsilon_z) &= 0, \\ \frac{d^2 \epsilon_z}{dt^2} + \omega_z^2 (\epsilon_x + \epsilon_y + 3\epsilon_z) &= 0. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Ces équations différentielles, qui correspondent à des oscillateurs harmoniques couplés, peuvent être résolues analytiquement en posant

$$\begin{pmatrix} \epsilon_x(t) \\ \epsilon_y(t) \\ \epsilon_z(t) \end{pmatrix} = \Re \left[\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} e^{i\omega t} \right] \quad (4.24)$$

où $\Re(\mathbf{u}e^{i\omega t})$ est la partie réelle du vecteur $\mathbf{u}e^{i\omega t}$, de coordonnées $u_x e^{i\omega t}$, $u_y e^{i\omega t}$ et $u_z e^{i\omega t}$.

On obtient alors l'équation matricielle :

$$\begin{pmatrix} 3\omega_x^2 & \omega_x^2 & \omega_x^2 \\ \omega_y^2 & 3\omega_y^2 & \omega_y^2 \\ \omega_z^2 & \omega_z^2 & 3\omega_z^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \omega^2 \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

Dans le cas d'un piège à symétrie sphérique ($\omega_x = \omega_y = \omega_z = \omega_0$), cette équation se résout très simplement et on obtient pour ω les solutions $\sqrt{2}\omega_0$ et $\sqrt{5}\omega_0$.

La première solution correspond à deux modes collectifs dits quadrupolaires pour lesquels deux des rayons de Thomas-Fermi du condensat oscillent en opposition de phase ($u_x = -u_y$, $u_z = 0$ ou $u_x = u_z = -\frac{u_y}{2}$).

Pour la deuxième solution les rayons de Thomas-Fermi du BEC oscillent en phase ($u_x = u_y = u_z$) et ce mode est appelé monopôle ou “breathing mode” (voir fig. 4.3) ([122, 78]).

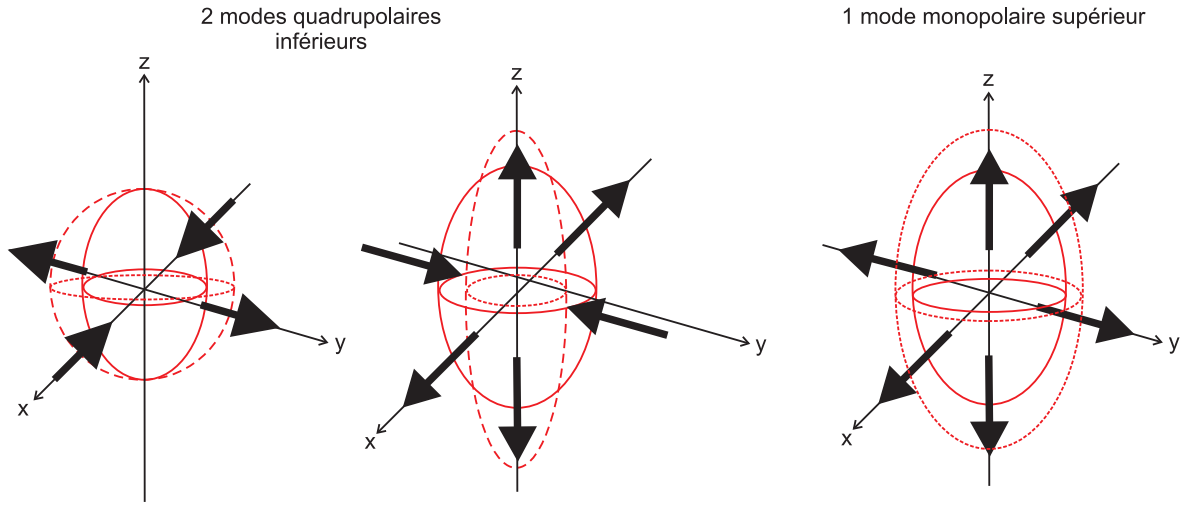


FIGURE 4.3 – Principaux modes collectifs d’un condensat sphérique. Les deux modes de plus basses fréquences (à gauche), dégénérés dans le cas sphérique, sont des quadrupôles. On observe pour ces modes des oscillations en opposition de phase des rayons de Thomas-Fermi du condensat. Le mode de plus haute fréquence (à droite) est un monopôle, également appelé “breathing mode” puisque tous les rayons de Thomas-Fermi oscillent en phase, donnant lieu à des gonflements et compressions successifs du BEC.

Les couplages entre les oscillations des rayons de Thomas-Fermi du condensat selon les trois axes du piège sont exclusivement dus aux interactions.

Dans notre expérience, le piège n’a pas d’axe de symétrie. Une solution ω de (4.25) vérifie donc ([74]) :

$$\omega^6 - 3\omega^4(\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2) + 8\omega^2(\omega_x^2\omega_y^2 + \omega_y^2\omega_x^2 + \omega_z^2\omega_x^2) - 20\omega_x^2\omega_y^2\omega_z^2 = 0 \quad (4.26)$$

On peut relier adiabatiquement les trois solutions de cette équation aux fréquences des quadrupôles et du monopôle du piège sphérique. Dans la figure 4.4, on fait varier les rapports d’anisotropie $\gamma_{xy} = \frac{\omega_y}{\omega_x}$ et $\gamma_{xz} = \frac{\omega_z}{\omega_x}$ en partant du cas sphérique ($\gamma_{xy} = \gamma_{xz} = 1$) pour observer les variations des fréquences des trois modes collectifs du condensat.

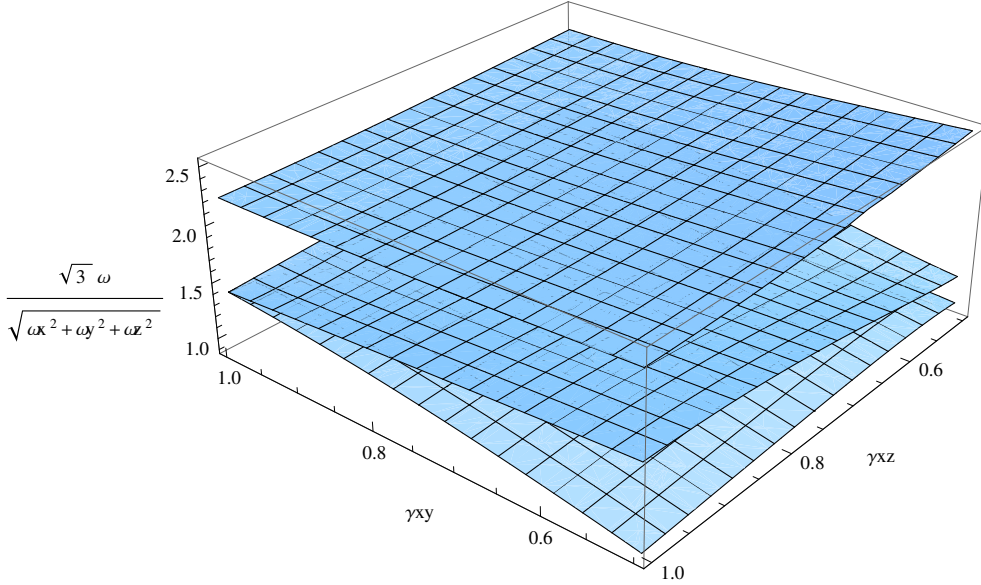


FIGURE 4.4 – Fréquences des trois modes collectifs de surface dans le régime de Thomas-Fermi, en fonction de la géométrie du piège. On fait varier les rapports d'anisotropie $\gamma_{xy} = \frac{\omega_y}{\omega_x}$ et $\gamma_{xz} = \frac{\omega_z}{\omega_x}$ en maintenant constant $\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2}$.

On constate que le mode de plus haute fréquence est adiabatiquement lié au monopôle tandis que les autres modes peuvent, de la même manière, être assimilés à des quadrupôles. Cependant, ceci n'a de sens que si notre piège est relativement peu anisotrope (γ_{xy} et γ_{xz} devant rester de l'ordre de 1).

Les trois modes collectifs, solutions des équations (4.25), sont appelés modes de surface. Ils vérifient la loi d'échelle (4.15). Il existe d'autres types d'excitations du condensat, comme les vortex ([7]), les modes "ciseaux" ([123]), les phonons ([12]), ou les oscillations du centre de masse du condensat, dits modes "dipolaires", qui ne vérifient pas cette loi. Dans [124] est étudiée théoriquement l'influence de la DDI sur la fréquence des modes ciseaux. Le chapitre 5 sera, en particulier, consacré à l'étude expérimentale de l'influence de la DDI sur l'énergie des phonons dans le BEC de chrome.

Il est intéressant de noter que dans un modèle de gaz sans interactions ($a = 0$) les fréquences des modes de surface du condensat deviennent égales à $2\omega_j$ ($j = x, y, z$) ([68, 74]). Les oscillations des rayons du condensat selon les trois axes du piège ne sont pas couplées entre elles. Chaque mode correspond donc à l'oscillation d'un seul de ces trois rayons.

On retrouve ce comportement dans un nuage thermique si la densité atomique de ce dernier est suffisamment faible pour que le libre parcours moyen des particules soit bien supérieur à la taille du nuage. Ce régime sans collisions ("collisionless") est atteint dans notre expérience pour un gaz thermique, où la densité atomique est de typiquement $n_T = 5.10^{11} \text{ cm}^{-3}$ pour 15000 atomes à 150 nK. En effet, le libre parcours moyen, l_{mfp} ,

calculé d'après $l_{mfp} = \frac{1}{n_T 8\pi a^2}$ ([125]) est alors de 3 mm environ, ce qui est évidemment bien supérieur à la taille du nuage atomique (quelques μm). Dans [126], les modes de surface de gaz non dégénérés, des faibles ($\approx 10^{11} \text{ cm}^{-3}$) aux fortes ($\approx 10^{14} \text{ cm}^{-3}$) densités atomiques, ont été étudiés afin d'observer la transition entre le régime "collisionless" et le régime hydrodynamique de collisions.

Si, pour un condensat de N atomes, l'on fait varier progressivement le paramètre Na/a_{ho} de 0 à l'infini, on peut, grâce à une méthode de calcul s'inspirant de [127], prévoir comment les fréquences des modes collectifs varient de $2\omega_j$, sans interactions ($Na/a_{ho} = 0$), à leurs valeurs asymptotiques dans le régime de Thomas-Fermi (voir figure 4.5). Dans ce régime, $Na/a_{ho} \gg 1$ d'après la condition (1.1). La méthode de calcul en question est une méthode variationnelle nous permettant de tenir compte de la pression quantique dans l'équation (4.8). Cette méthode sera utilisée et brièvement détaillée dans la partie 4.3.6.

On remarque sur la figure 4.5, pour laquelle les fréquences du piège ont des valeurs typiques de notre expérience ($\omega_x/2\pi = 570 \text{ Hz}$, $\omega_y/2\pi = 310 \text{ Hz}$, et $\omega_z/2\pi = 470 \text{ Hz}$), que les interactions de contact ont tendance à faire diminuer les fréquences des trois modes collectifs de surface.

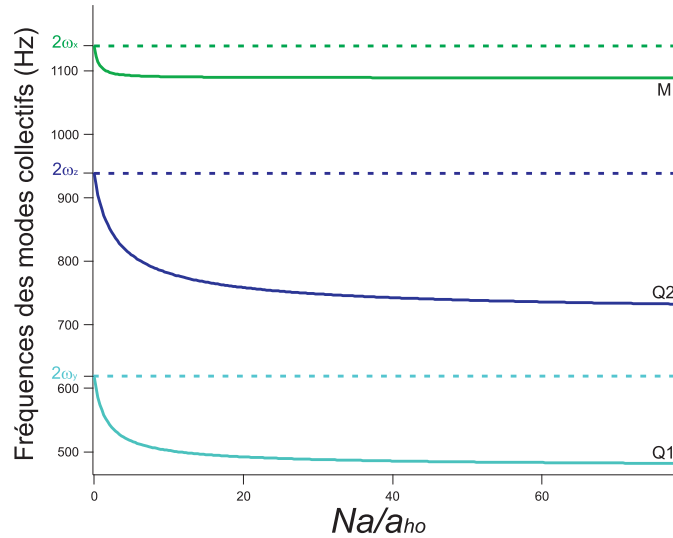


FIGURE 4.5 – Estimations théoriques des Fréquences des trois modes collectifs de surface, appelés Q1, Q2 et M, en fonction du paramètre Na/a_{ho} . Les fréquences du pièges valent ici $\omega_x/2\pi = 570 \text{ Hz}$, $\omega_y/2\pi = 310 \text{ Hz}$ et $\omega_z/2\pi = 470 \text{ Hz}$. Dans le régime de Thomas-Fermi ($Na/a_{ho} \gg 1$), le mode M est assimilé à un monopôle et les modes Q1 et Q2 sont assimilés à des quadrupôles. Les oscillations des rayons du BEC selon les trois axes du piège sont alors couplées entre elles. À l'inverse, dans un régime sans interactions ($Na/a_{ho} = 0$), les modes de surface correspondent à l'oscillation d'un seul rayon du condensat, selon O_x pour le mode M, O_y pour le mode Q1 et O_z pour le mode Q2.

Comme le montre la figure 4.5, il est possible de relier adiabatiquement les modes collectifs d'un BEC dans le régime de Thomas-Fermi à des oscillations selon un seul axe du piège. On remarque en effet que, lorsque Na/a_{ho} varie, les énergies des trois modes collectifs de surface, Q1, Q2 et M, ne se croisent pas. Il est donc naturel d'associer à chacun de ces modes une direction d'oscillation privilégiée. Le mode M1, de plus haute fréquence, est donc majoritairement couplé à l'axe O_x selon lequel le confinement du BEC, par le piège dipolaire, est le plus fort. De la même manière, les modes Q2 et Q1 sont, respectivement, majoritairement couplés aux axes O_z et O_y . Ces constatations s'avèrent utiles dans l'étude des effets systématiques sur les fréquences du piège (voir partie 4.3.3). Les effets systématiques sur une fréquence du piège selon un axe donné se répercutent en effet majoritairement sur le mode dont cet axe est la direction d'oscillation privilégiée.

4.2.3 Prise en compte de l'interaction dipôle-dipôle

Dans ce chapitre, le champ magnétique de polarisation est supposé parallèle à l'un des axes du piège harmonique.

Champ moyen non local L'interaction dipôle-dipôle donnée dans la formule (0.3) est à l'origine d'un potentiel non-local $\Phi_{dd}(\mathbf{r})$

$$\Phi_{dd}(\mathbf{r}, t) = \int d^3\mathbf{r}' V_{dd}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') n(\mathbf{r}', t) \quad (4.27)$$

Dans [24], il est montré que si la densité atomique $n(\mathbf{r}, t)$ est parabolique, ce qui est le cas dans le régime de Thomas-Fermi, le potentiel $\Phi_{dd}(\mathbf{r}, t)$, dépendant de la densité dans le condensat d'après (4.27), est également parabolique à l'intérieur du BEC. Une forme analytique de ce potentiel est calculée dans [25] pour un BEC à symétrie cylindrique et dans [128] pour le cas général d'un condensat dans le régime de Thomas-Fermi. Nous utilisons ces résultats dans nos calculs théoriques (voir partie 4.3.5).

Dans le cas d'un gaz dipolaire, l'équation de Gross-Pitaevskii (4.2) devient

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(\mathbf{r}, t) + (V_{ext}(\mathbf{r}) + gn(\mathbf{r}) + \Phi_{dd}(\mathbf{r}, t)) \psi(\mathbf{r}, t) \quad (4.28)$$

Équations d'hydrodynamique Le même raisonnement que dans la partie 4.2.1 aboutit aux équations de continuité et d'Euler, dans le régime de Thomas-Fermi :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}_S) = 0 \quad (4.29)$$

et

$$m \frac{\partial \mathbf{v}_S}{\partial t} + \nabla \left(\frac{1}{2} m v_S^2 + V_{ext} + gn + \Phi_{dd}(\mathbf{r}, t) \right) = 0 \quad (4.30)$$

La vitesse $\mathbf{v}_S(\mathbf{r}, t)$ est toujours définie d'après la formule (4.5).

Une conséquence fondamentale de l'aspect parabolique du champ moyen $\Phi_{dd}(\mathbf{r}, t)$ est qu'à l'équilibre ($\mathbf{v}_S = \mathbf{0}$), la solution $n(\mathbf{r})$ de l'équation (4.30) est alors bien parabolique. Cela se voit immédiatement en écrivant la relation sur la densité à l'équilibre :

$$n^0(\mathbf{r}) = \frac{C - V_{ext}(\mathbf{r}) - \Phi_{dd}^0(\mathbf{r})}{g} \quad (4.31)$$

où C est une constante (égale au potentiel chimique). Les termes du membre de droite étant paraboliques, il en est de même pour $n^0(\mathbf{r})$. On peut donc dire que l'hypothèse selon laquelle la densité à l'équilibre du condensat est parabolique en présence d'interactions dipôle-dipôle est self-consistante.

Notons que la relation (4.31) ne donne en aucun cas directement $n^0(\mathbf{r})$, mais est en réalité une équation ayant pour inconnue le champ $n(\mathbf{r})$. En effet le terme à l'équilibre $\Phi_{dd}^0(\mathbf{r})$ est dépendant de ce champ, comme le montre la relation (4.27). Notons que l'allure de $\Phi_{dd}^0(\mathbf{r})$ dépend fortement de la direction du champ magnétique relativement aux axes du piège (voir fig. 4.6). Il en est donc de même pour la densité $n^0(\mathbf{r})$ et l'on voit alors se manifester la striction du BEC par l'interaction dipôle-dipôle, introduite dans la partie 4.1.1 et détaillée dans la suite.

Les équations (4.10) et (4.11), qui comme on l'a vu, sont équivalentes à une loi d'échelle où la densité reste parabolique hors équilibre, sont valables en présence d'interaction dipôle-dipôle. Le potentiel $\Phi_{dd}(\mathbf{r}, t)$ est alors parabolique, comme tous les autres termes des équations (4.29) et (4.30), et ces dernières peuvent donc être résolues.

On obtient donc, en faisant le même raisonnement que dans la partie 4.2.2, les équations du mouvement (4.13) tenant compte cette fois-ci du potentiel d'interaction dipôle-dipôle. Le terme H_{tot} défini dans (4.14) devient donc, pour un champ magnétique de polarisation orienté selon l'axe Oy du piège :

$$H_{tot} = H_{kin} + H_{ho} + H_s + H_{dd}^y \quad (4.32)$$

où

$$H_{dd}^y = -\frac{15}{7} \left(\frac{N^2 \hbar^2 a}{m} \right) \frac{\epsilon_{dd} f(\kappa_{xy}, \kappa_{zy})}{R_x R_y R_z}, \quad (4.33)$$

$f(\kappa_{xy}, \kappa_{zy})$ étant une fonction symétrique à valeurs dans l'intervalle $[-2, 1]$ et définie dans [128]. $\kappa_{xy} = \frac{R_x}{R_y}$ et $\kappa_{zy} = \frac{R_z}{R_y}$ sont les rapports d'aspect du condensat par rapport à l'axe Oy . Le comportement de $f(x, y)$ est représenté dans la figure 4.7, tirée de [128]. On remarque, d'après [128], que l'on a $f(1, 1) = 0$. Ainsi, pour un BEC sphérique

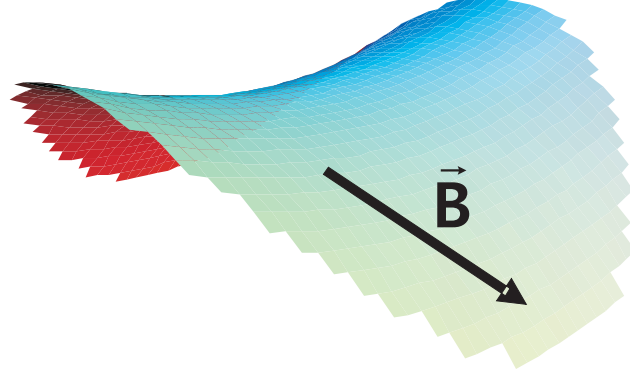


FIGURE 4.6 – Potentiel généré par les dipôles magnétiques des atomes d'un condensat dont la densité est parabolique dans un piège harmonique. Ce potentiel, est alors également parabolique mais a une forme en selle de cheval et son orientation dépend de la direction du champ magnétique $\vec{\mathbf{B}}$.

($\kappa_{xy} = \kappa_{zy} = 1$), H_{dd}^y , qui représente l'énergie d'interaction dipôle-dipôle totale du condensat, est nul. De plus, le signe de H_{dd}^y est opposé à celui de $f(\kappa_{xy}, \kappa_{zy})$. On peut donc déduire de la figure 4.7 que la DDI est globalement répulsive ($H_{dd} > 0$) si l'axe selon lequel le gaz dipolaire est le plus confiné est parallèle à l'axe de magnétisation des dipôles ($f(\kappa_{xy}, \kappa_{zy}) < 0$ lorsque $\kappa_{xy}, \kappa_{zy} > 1$). A l'inverse, la DDI est globalement attractive ($H_{dd} < 0$) si l'axe de plus fort confinement est perpendiculaire à l'axe des dipôles ($f(\kappa_{xy}, \kappa_{zy}) > 0$ lorsque κ_{xy} ou $\kappa_{zy} < 1$).

En utilisant (4.32), on obtient, après développement des équations du mouvement 4.2.2 :

$$\frac{d^2 R_j}{dt^2} + \omega_j^2 R_j = \frac{1}{R_j \prod_i R_i} \frac{15\hbar^2 a N}{m^2} (1 - \epsilon_{dd} f(\kappa_{xy}, \kappa_{zy})) \quad (4.34)$$

où $j = x, y, z$.

Striction du condensat La solution exacte à l'équilibre de ces équations ($\frac{d^2 R_j}{dt^2} = 0$) est donnée dans [24], où est déterminé le rapport d'aspect d'un condensat cylindrique. La solution dans le cas général d'un condensat asymétrique est proposée dans [128] pour ϵ_{dd} très petit. L'interaction dipôle-dipôle y est considérée comme une perturbation du Hamiltonien. Ainsi les rayons de Thomas-Fermi à l'équilibre résultent d'un développement limité autour de leurs valeurs R_j^0 ne tenant compte que des interactions

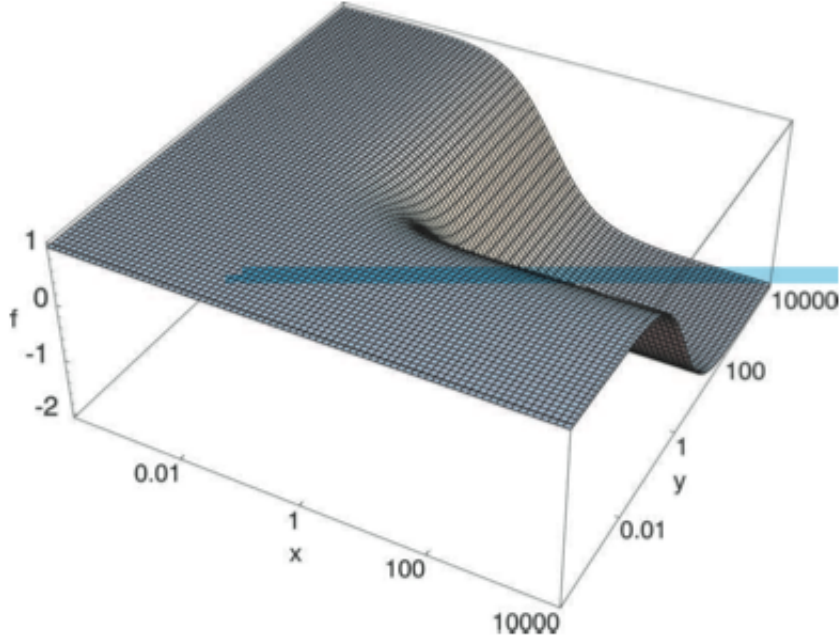


FIGURE 4.7 – Représentation de la fonction $f(x, y)$. Cette figure est tirée de [128].

de contact.

Dans ce développement, les petites variations relatives $\frac{\Delta R_j}{R_j^0}$ induites par l'interaction dipôle-dipôle sont donc proportionnelles à ϵ_{dd} .

On peut également définir les variations relatives $\frac{\Delta \kappa_{xy}}{\kappa_{xy}^0}$ et $\frac{\Delta \kappa_{zy}}{\kappa_{zy}^0}$ des rapports d'aspect du condensat. La linéarisation mentionnée ci-dessus montre que l'interaction dipôle-dipôle a pour effet d'étirer le condensat le long de l'axe de polarisation des dipôles magnétiques et de le contracter perpendiculairement à celui-ci (phénomène de striction du BEC). Les variations relatives $\frac{\Delta \kappa_{xy}}{\kappa_{xy}^0}$ et $\frac{\Delta \kappa_{zy}}{\kappa_{zy}^0}$ des rapports d'aspect du BEC sont donc négatives lorsque le champ magnétique est polarisé selon l'axe Oy .

Cela peut se comprendre en observant la forme du potentiel non local $\Phi_{dd}^0(\mathbf{r})$, représenté dans la figure 4.6. L'orientation de ce potentiel, en forme de selle de cheval, par rapport à la direction du champ magnétique $\vec{\mathbf{B}}$, est telle que les atomes ont tendance à fuir le centre du condensat le long de cette direction. Cela a pour effet de l'allonger selon cet axe.

Pour nos paramètres expérimentaux (condensat de 12000 atomes, les fréquences du piège étant typiquement $\omega_x/2\pi = 570Hz$, $\omega_y/2\pi = 310Hz$ et $\omega_z/2\pi = 470Hz$), les variations relatives des rapports d'aspect du condensat, calculées grâce à une résolution numérique des équations (4.34) à l'équilibre, sont de l'ordre de 5 % à 10 % (voir partie

4.3.5).

Notons qu'après expansion du condensat, la striction agit toujours dans le même sens. Ainsi, le condensat s'expand davantage selon l'axe du champ magnétique qu'en l'absence d'interactions dipôle-dipôle, et moins dans les directions perpendiculaires à ce dernier. Ce phénomène diffère radicalement du cas des interactions de contact, qui ont tendance à inverser le rapport d'aspect d'un BEC durant son expansion. Selon l'axe du champ magnétique, le gradient du potentiel $\Phi_{dd}^0(\mathbf{r})$ s'ajoute à celui du potentiel $gn^0(\mathbf{r})$ d'interactions de contact. Ainsi, lors de l'expansion du condensat, les atomes seront, selon cet axe, plus accélérés qu'en l'absence d'interaction dipôle-dipôle. Dans le plan perpendiculaire au champ magnétique, où le gradient de $\Phi_{dd}^0(\mathbf{r})$ s'oppose à celui de $gn^0(\mathbf{r})$, c'est l'inverse qui se produit. Cela explique l'effet de la striction après temps de vol. On appelle $\lambda_{xy}(t_e) = \frac{R_x(t_e)}{R_y(t_e)}$ et $\lambda_{zy}(t_e) = \frac{R_z(t_e)}{R_y(t_e)}$ les rapports d'aspect du condensat après une durée t_e d'expansion. Pour calculer les prévisions théoriques de $\lambda_{xy}(t_e)$ et $\lambda_{zy}(t_e)$ dans le cadre de nos expériences, nous avons eu recours à une résolution numérique des équations (4.34).

L'effet de la striction du condensat par l'interaction dipôle-dipôle après expansion a été observé pour la première fois dans [23, 22]. Nous retrouvons ce comportement dans nos expériences (voir fig. 4.2).

Fréquences des modes collectifs Nous nous intéressons toujours aux solutions de faible amplitude des équations (4.34). [24] propose une résolution de ces équations du mouvement en présence d'interactions dipôle-dipôle pour un condensat cylindrique. Les fréquences du mode monopolaire et d'un mode quadrupolaire y sont explicitées. Pour connaître les fréquences des modes collectifs dans le cas général d'un condensat dipolaire non symétrique, nous avons dû recourir à une résolution numérique de ces équations (un développement limité de ces équations par rapport à ϵ_{dd} est cependant proposé dans [79] et permet de les résoudre analytiquement lorsque $\epsilon_{dd} \ll 1$).

Nous appelons respectivement $\Omega_{Q_{1,2}}$ et Ω_M les fréquences des deux modes de plus basse énergie, assimilés à des quadrupôles, et du mode de plus haute énergie, assimilé à un monopôle, en présence d'interactions de contact et dipôle-dipôle. $\Omega_{Q_{1,2}}^0$ et Ω_M^0 sont les fréquences de ces modes en présence d'interaction de contact uniquement. On peut définir les décalages relatifs, dus à la DDI, des fréquences de ces modes, comme $\frac{\Delta\Omega_{Q_{1,2}}}{\Omega_{Q_{1,2}}^0}$ et $\frac{\Delta\Omega_M}{\Omega_M^0}$, avec $\Delta\Omega_{Q_1} = \Omega_{Q_1} - \Omega_{Q_1}^0$, $\Delta\Omega_{Q_2} = \Omega_{Q_2} - \Omega_{Q_2}^0$ et $\Delta\Omega_M = \Omega_M - \Omega_M^0$.

Dans le cas d'un condensat de chrome, pour lequel $\epsilon_{dd} \approx 0,16$, ces décalages relatifs peuvent aller jusqu'à 3 % environ pour les quadrupôles ([79]) alors que pour le monopôle, elles ne dépassent pas 1 % ([24]). Les quadrupôles sont donc les meilleurs candidats à une observation expérimentale de l'influence de l'interaction dipôle-dipôle sur la fréquence d'un mode collectif d'un condensat de Bose-Einstein. Cette observation fait l'objet de la partie suivante et est le principal résultat de ce chapitre.

Cette partie présente plusieurs résultats essentiels à l'étude de la dynamique d'un condensat dipolaire et de ses propriétés à l'équilibre. Dans le régime de Thomas-Fermi, la densité d'un BEC dipolaire à l'équilibre est parabolique. Elle le reste hors-équilibre. De plus, les modes d'excitations collectives de notre BEC de chrome, dont la forme est modérément aplatie et donc proche de la symétrie sphérique, peuvent être assimilés à deux quadrupôles de basse énergie et à un monopôle de plus haute énergie. Pour observer expérimentalement l'interaction dipôle-dipôle, les quadrupôles sont les plus intéressants. L'expérience décrite dans la partie suivante a pour but principal de mesurer le décalage induit par l'interaction dipôle-dipôle sur la fréquence de l'un de ces modes.

4.3 Excitations collectives d'un BEC dipolaire

Nous avons identifié les modes collectifs de plus basses fréquences comme les plus sensibles à l'influence de l'interaction dipôle-dipôle sur la dynamique d'oscillations collectives de notre condensat. Ces modes ressemblent fortement à des modes quadrupolaires, en raison de la relativement faible anisotropie de notre piège. Il nous est malheureusement difficile de distinguer expérimentalement les contributions intrinsèques des interactions de contact et dipôle-dipôle sur les fréquences de ces modes. Il nous faudrait pour cela comparer ces fréquences avec ou sans interaction dipôle-dipôle, ce qui implique de pouvoir annuler ϵ_{ad} (il existe à ce sujet une proposition théorique, [129]). Autrement dit, nous ne pouvons pas mesurer directement les quantités $\Delta\Omega_{Q_{1,2}}/\Omega_{Q_{1,2}}^0$ et $\Delta\Omega_M/\Omega_M^0$ définies dans la partie 4.2.3. En faisant varier la direction du champ magnétique de polarisation, on peut cependant modifier les interactions entre dipôles magnétiques, et donc la correction apportée par ces dernières aux modes collectifs et à leurs fréquences. Nous tirons ainsi partie du caractère anisotrope de l'interaction dipôle-dipôle pour effectuer une mesure différentielle de son influence sur la fréquence d'un mode collectif. Cette méthode, ainsi que les procédés d'excitation des modes d'oscillation du condensat, sont décrits en premier lieu dans cette partie. Sont détaillées les difficultés rencontrées dans cette expérience en termes de rapport signal à bruit (RSB), ainsi que la mesure des effets systématiques. Les deux dernières sous-parties s'intéressent à la variation des paramètres expérimentaux. Les effets mesurés dans les expériences de ce chapitre sont très sensibles à la géométrie du piège ainsi qu'au nombre d'atomes dans le condensat. On peut ainsi sonder la validité de l'approximation de Thomas-Fermi pour l'étude des modes collectifs d'un condensat dipolaire.

4.3.1 Principe de l'expérience

Dans un piège anisotrope, la fréquence des modes collectifs du condensat, modifiée par l'interaction dipôle-dipôle, dépend de l'orientation des dipôles par rapport aux axes du piège. Cette orientation est fixée par la direction du champ magnétique de

polarisation. Il est ainsi possible de mettre en évidence l'interaction dipôle-dipôle en mesurant la fréquence d'un mode collectif pour deux orientations différentes du champ magnétique.

Cette stratégie a été adoptée dans nos expériences. Dans ces dernières, le champ magnétique de polarisation reste toujours dans le plan formé par l'axe d'imagerie et l'axe vertical. Nous introduisons ici l'angle θ que fait le champ magnétique de polarisation avec l'axe d'imagerie.

Nota Bene : Dans cette partie, nous appelons par commodité “quadrupôles” les deux modes collectifs de plus basses fréquences de notre condensat et “monopôle” le mode collectif de plus haute fréquence, de par leur fortes similarités respectives avec des modes quadrupolaires et monopolaires (voir partie 4.2.2).

De plus, nous considérons que l'axe d'imagerie est parallèle à l'axe O_y du faisceau horizontal du piège dipolaire. L'angle de 7° existant entre ces deux faisceaux (voir partie 1.3.4) a une influence négligeable sur les résultats exposés dans ce chapitre.

Excitations paramétriques dans un piège harmonique

Nous expliquons dans ce paragraphe comment exciter les modes collectifs utilisés dans ce chapitre, à savoir les modes quadrupolaires et le monopôle décrits dans la partie précédente. Nous introduisons également le mode dipolaire et décrivons son excitation.

Excitation d'un mode collectif de surface du condensat Comme nous l'avons vu dans la partie 4.2.2, les modes de surface se caractérisent par la dilatation ou la contraction du condensat selon les trois axes du piège, celles-ci n'étant pas forcément en phase. On comprend donc que pour exciter efficacement ces modes, il suffit d'alternativement comprimer et décompresser le condensat à une fréquence proche de la fréquence de résonance d'un de ces modes. Le moyen le plus simple pour y arriver est de moduler la profondeur du piège dans lequel le BEC se trouve confiné, conduisant également à une modulation de ses raideurs selon ses axes (voir fig. 4.8).

Il est nécessaire que l'amplitude d'excitation soit suffisamment grande pour nous permettre de mesurer, avec une précision convenable, l'effet de la DDI sur les fréquences d'un mode collectif. Comme nous l'avons vu dans la partie 4.2.3, cet effet est inférieur 3 %. Nous nous efforçons néanmoins de nous rapprocher le plus possible du régime linéaire des faibles excitations. Les modes collectifs du condensat sont excités de façon à ce que les variations relatives de leurs rayons de Thomas fermi ne dépassent pas 30 %. De cette façon, la vitesse de variation des rayons de Thomas-Fermi du condensat, donnée par dR_j/dt (pour $j = x, y, z$), reste sensiblement inférieure à la vitesse du son, ce qui nous permet de rester dans le régime hydrodynamique superfluide.

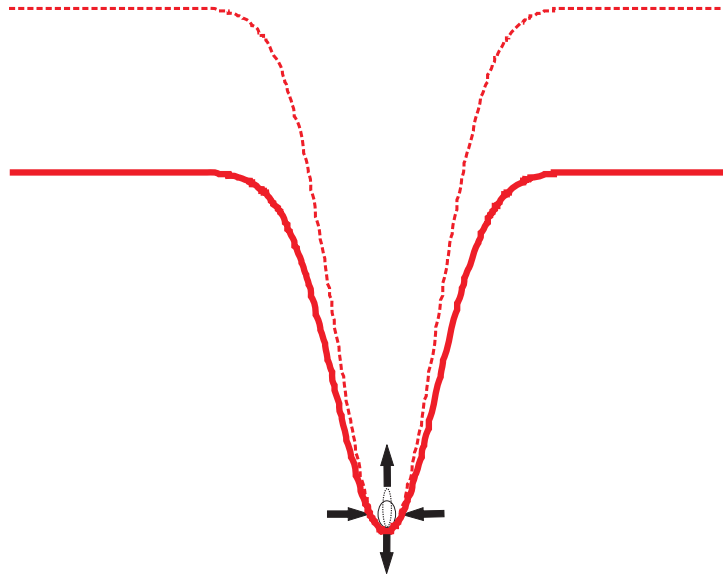


FIGURE 4.8 – *Excitation d'un mode collectif du condensat. La profondeur du piège est modulée ce qui modifie sa raideur. Lorsque l'on augmente la profondeur du piège en trait plein, on obtient le piège en pointillés, dont la raideur est également supérieure. Le condensat est alors excité (ici excitation d'un quadrupôle, caractérisé par des oscillations en opposition de phase des rayons de T.F du condensat).*

Dans [129], est proposée une autre méthode d'excitation d'un mode quadrupolaire. Cette méthode consiste en une modulation sinusoïdale des forces d'interaction dipôle-dipôle entre atomes, provoquée par la rotation du champ magnétique de polarisation. Si ce dernier tourne à la fréquence d'un mode quadrupolaire, la modulation des forces interatomiques entraîne alors une excitation de ce mode.

Excitation d'un mode dipolaire et mesure des fréquences du piège Les modes dipolaires sont les modes d'oscillations du centre de masse du nuage atomique excité. Dans un piège harmonique, la fréquence d'un de ces modes est égale à la fréquence vibrationnelle du piège le long de l'axe d'oscillation et est donc indépendante des interactions entre atomes. Ces modes sont donc utilisés pour mesurer précisément les fréquences du piège.

Pour exciter l'un de ces modes dipolaires, nous avons utilisé la procédure illustrée sur le schéma de la figure 4.9. La présence d'un gradient de champ magnétique dans la direction de l'axe O_j ($j = x, y, z$) du piège optique, déplace le centre de ce piège dans cette même direction. Ce déplacement est proportionnel à g_j/ω_j^2 , où g_j est le gradient de champ magnétique selon l'axe O_j et ω_j est la fréquence du piège selon ce même axe. On comprend facilement que plus ce piège est confinant, moins ce déplacement sera grand. En modulant la profondeur du piège, ce qui a pour effet de moduler les

fréquences ω_j , on provoque une oscillation de son centre le long de cet axe à la même fréquence que la modulation. Le centre de masse du condensat se met alors également à osciller. Si la fréquence d'excitation est proche de la fréquence du piège selon la direction du gradient, on rentre alors en résonance avec le mode dipolaire associé à cet axe.

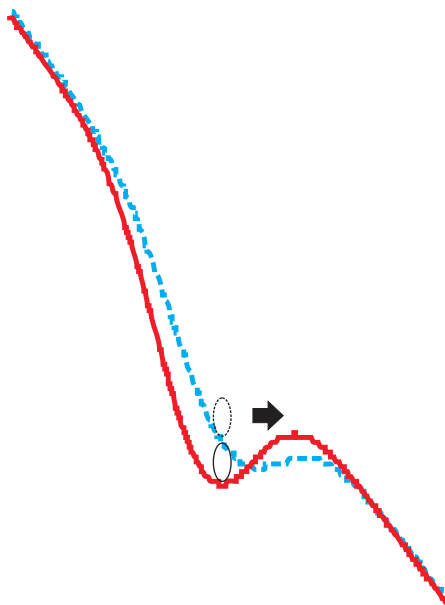


FIGURE 4.9 – *Excitation d'un mode dipolaire. La courbe en trait plein est un potentiel gaussien auquel s'ajoute le potentiel dû à un gradient de champ magnétique. L'action du gradient a ici pour effet de déplacer le minimum de potentiel vers la droite. Le condensat (en trait plein) est alors au repos au fond du piège. Lorsque on diminue la profondeur du piège (courbe en pointillés, exagérée), l'influence du gradient est encore plus importante et le fond du piège se déplace davantage vers la droite, attirant vers lui le condensat (en pointillés) qui rentre en mouvement. Une modulation de la profondeur du piège provoque ainsi des oscillations du centre de masse du BEC.*

L'excitation paramétrique des modes dipolaires est une méthode très précise de mesure des fréquences du piège. En excitant l'un de ces modes et en observant l'oscillation libre subséquente du centre de masse du BEC, on peut en effet mesurer la fréquence du piège correspondante avec une précision de 0,2 %.

Dans notre expérience, nous n'avons pas réussi à exciter le mode dipolaire de plus haute fréquence, oscillant selon l'axe 0_x . Cela peut être dû au fait que, la fréquence du piège selon cet axe étant la plus élevée, le gradient selon cet axe n'est pas assez fort pour entraîner un déplacement conséquent du centre du piège. Cela rend donc plus difficile l'excitation du mode dipolaire selon O_x .

Excitation de la partie thermique du BEC Une autre méthode de mesure des fréquences du piège, plus rapide mais moins précise que l'excitation des modes dipolaires, a également été utilisée. En modulant fortement la profondeur du piège (entre 20 et 40 %) et suffisamment longtemps (40 périodes d'oscillation) on peut, en excitant un mode collectif, provoquer un réchauffement du gaz de chrome qui détruit le condensat. Ce dernier étant, lors de l'excitation, rapidement transformé en un gaz thermique, dont les oscillations collectives sont très peu affectées par les interactions entre atomes en raison de sa faible densité, ce phénomène est résonant lorsque la fréquence d'excitation est égale à $2\omega_x$, $2\omega_y$ ou $2\omega_z$. De la même manière, une surexcitation des modes dipolaires peut provoquer un réchauffement du condensat. Nous pouvons donc également observer des résonances à ω_y et ω_z , mais pas à ω_x , le mode dipolaire correspondant à cette fréquence ne pouvant pas être excité, comme nous l'avons vu au paragraphe précédent. En raison de l'énergie fournie au gaz thermique, nous observons une forte perte d'atomes due à l'évaporation lorsque ces résonances sont atteintes. Cela nous permet de les pointer avec une précision de 5 % environ (voir fig. 4.10).

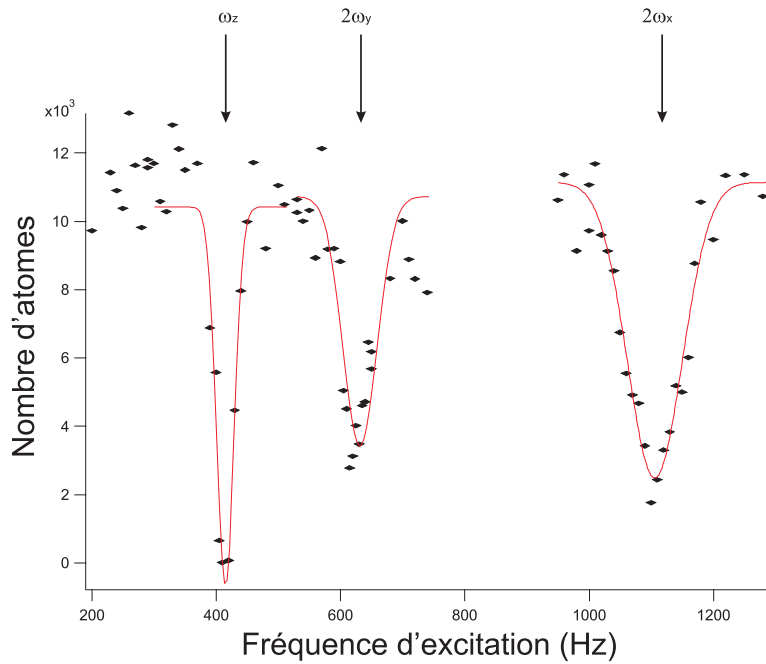


FIGURE 4.10 – *Mesure des fréquences du piège, à $\phi = 26^\circ$, grâce à la méthode d'excitation de la partie thermique du BEC. En modulant fortement la profondeur du piège, on observe un réchauffement significatif du gaz quantique et une perte d'atomes, consécutive à leur évaporation, lorsque la fréquence de modulation est égale à ω_y , ω_z ou $2\omega_x$. La profondeur du piège est modulée de 40 % pour les mesures de ω_z et $2\omega_y$ et de 20 % pour la mesure de $2\omega_x$, pendant 40 cycles de modulation. Nous avons également fait figurer en traits pleins des fits gaussiens des pics de résonance de réchauffement du BEC.*

Déroulement de l'expérience

La première étape de l'expérience est l'obtention d'un condensat de chrome. Le processus de création du BEC est décrit au chapitre 1 et plus largement dans [63, 82]. Rappelons simplement qu'après le chargement des atomes d'un MOT dans un piège optique infrarouge horizontal, une partie de la puissance laser infrarouge est transférée dans un bras vertical en tournant l'angle ϕ d'une lame $\lambda/2$. Un piège croisé ("dimple") est ainsi créé et c'est dans ce dernier qu'a lieu l'évaporation. L'angle ϕ nous permet également de contrôler la géométrie du piège, qui revêt dans nos expériences une importance particulière (voir partie 4.3.5). Au terme de l'évaporation, le condensat est légèrement recomprimé et la lame demi-onde est tournée une nouvelle fois, de quelques degrés, afin de donner au piège la géométrie voulue. Cette rotation se fait de façon adiabatique, en 1 s environ, pour éviter, à ce stade de l'expérience, d'exciter le condensat.

On excite ensuite l'un des deux modes de plus basse fréquence du condensat en modulant la profondeur du piège avec une amplitude de 20 % pendant environ 15 ms. La durée d'excitation correspond très exactement à 10 périodes d'oscillation de la profondeur du piège. Le générateur basses fréquences (GBF), modulant la tension envoyée dans l'AOM diffractant le faisceau laser infrarouge du piège optique, est synchronisé avec notre séquence expérimentale. De cette façon, la phase initiale de chaque oscillation de la profondeur du piège reste la même d'une mesure à l'autre. A la fin de l'excitation (voir figure 4.11 à $t = 0$ ms), l'amplitude des oscillations de R_x est de 15 %. Celle des oscillations de R_z est de 30 %. Nous estimons que les oscillations de R_y sont de l'ordre de 20 %.

Le condensat oscille ensuite librement pendant une durée variable. Enfin, le piège infrarouge est relâché et l'on mesure les rayons de Thomas-Fermi du BEC après un temps de vol de 5 ms. Ces rayons sont mesurés le long des deux axes O_x et O_z du plan d'imagerie. On les obtient grâce à la procédure de fit bidimensionnel, décrite dans la partie 1.4.5, de la densité optique du condensat après expansion.

La direction du champ magnétique est fixée dès la fin de l'évaporation. D'une mesure à l'autre, elle est alternativement parallèle au faisceau d'imagerie O_y ($\theta = 0$) et à l'axe vertical O_z ($\theta = \frac{\pi}{2}$).

Pendant la phase d'oscillation libre du condensat, ses rayons oscillent à la fréquence propre du mode excité, que nous voulons mesurer pour les deux orientations du champ magnétique. On obtient donc, au terme d'une série de mesures, des oscillations sinusoïdales, qui se révèlent amorties, des rayons de Thomas-Fermi du condensat dans le plan de l'imagerie, R_x et R_z . Les oscillations de ces deux rayons sont, comme le montre la figure 4.11, en opposition de phase, ce qui confirme la nature quadrupolaire du mode excité.

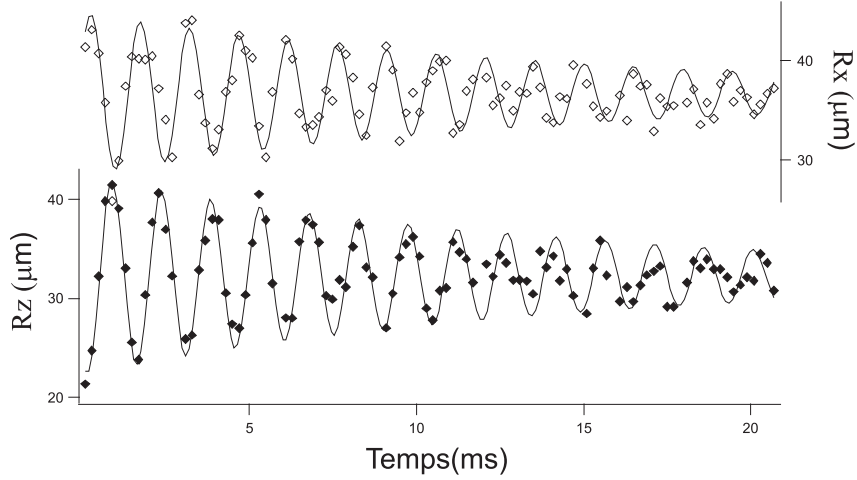


FIGURE 4.11 – Observation des oscillations libres des rayons de Thomas-Fermi R_x et R_z après excitation du mode quadrupolaire intermédiaire, à $\phi = 27^\circ$. Nous mesurons ces rayons après un TOF de 5 ms. Nous les voyons osciller en opposition de phase, caractéristique des modes quadrupolaires. Les oscillations sont sensiblement amorties au bout de 10 ms environ. Ici, la direction du champ magnétique de polarisation des dipôles est verticale (axe O_z). La fréquence des oscillations, fittées par des sinusoides amorties, est de 677 ± 1 Hz. Lorsque ce champ a la direction 0_y , la fréquence d’oscillation est 667 ± 1 Hz.

4.3.2 Limitations expérimentales

Ces expériences sont rendues particulièrement difficiles par la faible amplitude du décalage fréquentiel à mesurer ($\approx 3\%$) et par l’enchevêtrement des modes d’oscillations du BEC. Nous détaillons ici les différents facteurs réduisant la précision de nos mesures ainsi que les solutions adoptées pour améliorer notre RSB.

Amortissement des oscillations collectives

L’amortissement des oscillations collectives du condensat, que nous avons observé dans nos expériences, limite la précision de la mesure des fréquences de ces oscillations. La durée de vie de ces dernières est égale à $8,5 \text{ ms} \pm 10\%$ pour le mode quadrupolaire intermédiaire (voir les figures 4.11 et 4.17) et à $7 \text{ ms} \pm 10\%$ pour le monopôle (voir figure 4.14). Pour l’expliquer nous pouvons distinguer plusieurs sources d’amortissement.

Le “Landau damping” : Cet amortissement est dû à l’interaction du condensat avec les excitations de la partie thermique du nuage, dans un régime sans collisions (dans lequel les atomes thermiques collisionnent très peu entre eux). Le “Landau damping” a été étudié théoriquement pour des condensats homogènes dans [130] et pour

des condensats piégés dans [131, 132, 133], à des températures finies. Les taux d'amortissements théoriques déterminés dans ce modèle, qui dépendent de la température et donc de la fraction thermique, sont en bon accord avec les résultats expérimentaux de [134, 69].

L'amortissement des oscillations collectives d'un BEC, causé par l'interaction de ce dernier avec la partie thermique, a également été étudié expérimentalement à la limite du régime hydrodynamique de collisions ([125, 135]).

On peut définir un facteur de qualité Q des oscillations collectives du condensat. On pose $Q = \pi f \tau$ où f est la fréquence de ces oscillations et τ le temps d'amortissement de ces dernières. Dans notre expérience, la fraction thermique est inférieure à 10 % et nous sommes bien dans le régime sans collisions. On trouve $Q \approx 20$ pour le mode quadrupolaire intermédiaire et $Q \approx 25$ pour le monopôle. Ce paramètre est proche du facteur de qualité $Q \approx 25$, calculé pour une expérience très antérieure du groupe de W. Ketterle ([69]), effectuée sur des condensats également très purs. Pour cette dernière expérience, l'amortissement des oscillations collectives du BEC a été par la suite expliqué par le "Landau Damping" ([131, 130]). Bien que nous n'ayons pas fait de vérification quantitative à ce sujet, cela nous laisse donc penser que ce type d'amortissement joue également un rôle significatif dans notre expérience.

Amortissement lié à l'anharmonicité du piège : L'anharmonicité du piège, particulièrement forte dans un piège optique, pourrait également être une source d'amortissement des oscillations du condensat. Dans [126], il est mentionné que, dans le régime sans collisions, cette anharmonicité peut causer un amortissement des oscillations collectives d'un nuage thermique. Il serait donc possible que l'amortissement des oscillations de la partie thermique du BEC ait un impact sur les oscillations collectives du BEC lui-même. A notre connaissance, il n'existe pas, à l'heure actuelle, de modèle théorique permettant de quantifier ce phénomène.

Décalage induit par l'amortissement sur la fréquence d'un mode collectif :

L'amortissement d'un mode d'oscillation du BEC modifie légèrement sa fréquence. En présence d'un taux d'amortissement $\Gamma = \frac{1}{\tau}$, la fréquence de résonance d'un oscillateur harmonique classique de fréquence propre ω_0 devient $\omega'_0 = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4} \left(\frac{\Gamma}{\omega_0} \right)^2}$. L'amortissement peut donc modifier les fréquences de résonances des modes d'oscillations du BEC. Selon ce modèle classique, il ne modifie que de 0,4 % la fréquence du mode collectif étudié. Nous nous sommes de plus assurés expérimentalement que le taux d'amortissement ne dépendait pas de la direction du champ magnétique.

Nous avons également vérifié expérimentalement que le taux d'amortissement était indépendant de la géométrie du piège, contrôlée par l'angle ϕ .

Fluctuations de rayons de Thomas-Fermi du BEC

Lorsque nous mesurons les rayons de Thomas-Fermi d'un condensat non excité après expansion, nous observons, d'une mesure à l'autre, des fluctuations de ces derniers.

Elles sont, d'une part, liées aux variations du nombre d'atomes dans le condensat, de l'ordre de $\pm 10\%$. En effet, ces dernières peuvent entraîner des variations allant jusqu'à 2% des rayons de Thomas-Fermi du BEC, ce qui est non négligeable compte-tenu de la précision requise par notre expérience.

D'autre part, des fluctuations de la taille du BEC peuvent être provoquées par des fluctuations parasites de la profondeur du piège dipolaire. Nous pouvons penser que ces dernières sont d'autant plus faible que le nombre de faisceaux lasers infrarouge composant ce piège est faible. Il est précisé dans la partie 1.3.4 que dans les expériences présentées dans le chapitre 2 de cette thèse, nous avons utilisé, pour le bras horizontal de notre piège optique infrarouge, un faisceau laser rétro-réfléchi. En enlevant la rétro-réflexion de ce faisceau pour les expériences décrites dans le présent chapitre, nous avons réussi à réduire d'un facteur 2 les fluctuations des rayons de Thomas-Fermi du condensat. Ces dernières sont en effet passées de 6% à 3% . Le retrait de la rétro-réflexion a fait diminuer le nombre d'atomes dans le BEC de 16000 à 12000 environ.

Pour augmenter davantage le rapport signal à bruit lors de la détermination de la fréquence du mode collectif intermédiaire, on analyse non pas les oscillations des rayons de Thomas-Fermi du BEC (voir fig. 4.11) mais celles du rapport d'aspect $\lambda_{zx} = \frac{R_z}{R_x}$ après expansion (voir figure 4.17). L'amplitude relative de ces oscillations (environ 40%) est plus grande que celle des rayons R_x et R_z (respectivement 15% et 30% environ). De plus, on s'affranchit de cette manière de la dépendance des rayons de Thomas-Fermi, au nombre d'atomes N du condensat (Cette dépendance est en $N^{1/5}$, [74]). Cela supprime une source de fluctuations des mesures.

Présence de modes d'oscillations quasi-dégénérés

Dans notre piège, la topologie des modes d'oscillations du condensat est telle que certains de ces modes ne peuvent pas être excités sélectivement.

C'est le cas du mode quadrupolaire de plus basse fréquence. Les calculs théoriques prévoient que ce mode est celui dont la fréquence propre subit le plus l'influence de l'interaction dipôle-dipôle ([79]). L'excitation de ce mode est donc à priori la plus intéressante expérimentalement.

Malheureusement, comme le montre la figure 4.12, ce mode est presque dégénéré avec le mode dipolaire intermédiaire dont la fréquence est celle du piège selon l'axe vertical. Cette dégénérescence est problématique. Elle conduit à un brouillage des oscillations du mode quadrupolaire de plus basse fréquence. En effet, de manière inattendue, l'excitation du mouvement du centre de masse du condensat entraîne également des oscillations de ses rayons à la même fréquence. Ce phénomène a été mis en évidence

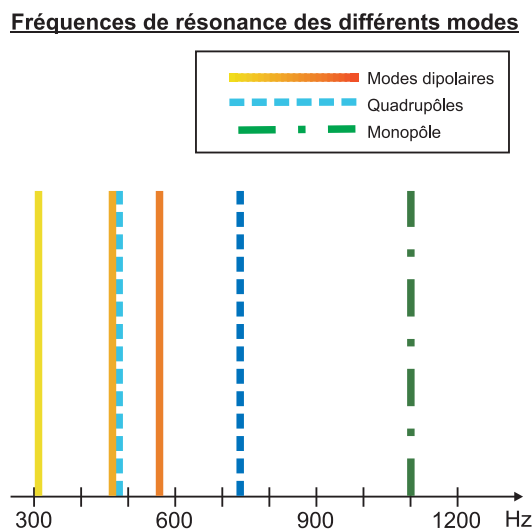


FIGURE 4.12 – Positions, mesurées expérimentalement, des principaux modes d'excitations collectives et des modes dipolaires d'un BEC de chrome produit typiquement dans nos expériences. Les fréquences du piège sont ici, pour $\phi = 25^\circ$, $\omega_x/2\pi = 570\text{Hz}$, $\omega_y/2\pi = 310\text{Hz}$ et $\omega_z/2\pi = 470\text{Hz}$. Le mode quadrupolaire de plus basse fréquence (480 Hz) est presque dégénéré avec le mode dipolaire intermédiaire ce qui rend expérimentalement impossible leur excitation sélective. Le nombre d'atomes dans notre condensat est ici $N = 12000$.

par l'excitation du mode dipolaire de plus basse fréquence, égale à ω_y (voir figure 4.13), qui, comme le montre la figure 4.12, n'est proche d'aucun autre mode et peut donc être excité sélectivement.

Nous attribuons ce phénomène à l'anharmonicité du piège, qui se manifeste par un couplage du mouvement du centre de masse du BEC avec le mouvement relatif entre particules. Cela a été étudié théoriquement dans [136], dans le cas d'un condensat très allongé.

L'excitation simultanée du mode quadrupolaire de plus basse fréquence et du mode dipolaire intermédiaire provoque alors un battement sur les oscillations des rayons du condensat causées par l'interférence de ces deux modes de fréquences très proches. Il est donc impossible de mesurer expérimentalement la fréquence du plus bas mode quadrupolaire.

Un autre phénomène peut nuire à l'observation des oscillations du mode collectif de plus basse fréquence : son excitation peut entraîner un mouvement chaotique dans le BEC si sa deuxième harmonique est de même fréquence que celle du monopôle ([74, 137, 138]), ce qui n'est pas loin d'être le cas dans nos expériences : à $\phi = 25^\circ$ par exemple (voir fig. 4.12), la deuxième harmonique du mode collectif de plus basse fréquence est à 960 Hz alors que la fréquence du monopôle est à 1110 Hz.

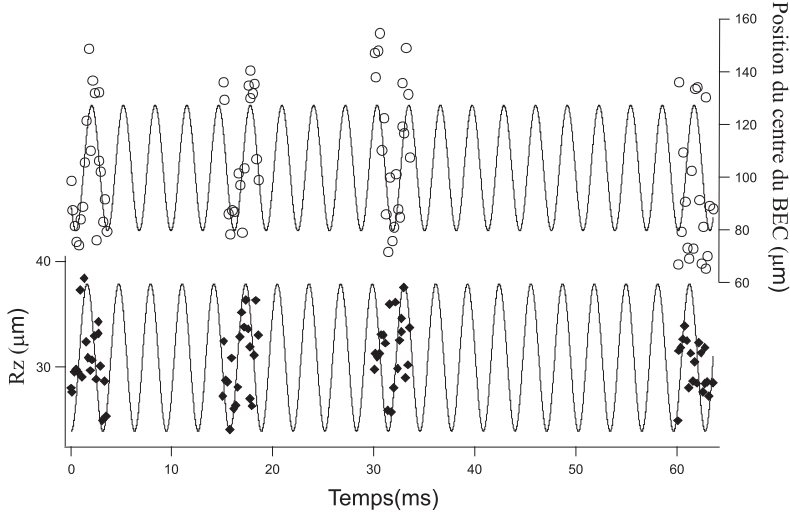


FIGURE 4.13 – *Observation des oscillations libres de la position du centre du condensat après l'excitation du mode dipolaire de plus basse fréquence, égale à ω_y , à $\phi = 28^\circ$. On remarque que les rayons de Thomas-Fermi oscillent également à la même fréquence (voir texte). Haut : position du condensat après un temps de vol de 5 ms. Bas : Rayon de Thomas-Fermi R_z du condensat. Les points expérimentaux sont fittés par des sinusoïdes. Les deux fits donnent la même fréquence, $319 \pm 0,5$ Hz. Le champ magnétique est ici orienté selon la direction verticale.*

Nous avons essayé de modifier la géométrie du piège pour rendre possible l'excitation sélective du mode collectif de plus basse fréquence mais ces efforts se sont avérés infructueux. Le mode collectif intermédiaire pouvant, lui, être excité sélectivement, nous en avons donc fait l'objet principal de notre étude.

4.3.3 Sources et mesures des effets systématiques

Pour déduire des mesures expérimentales le décalage causé par l'interaction dipôle-dipôle sur la fréquence d'un mode collectif, il est important de mesurer et de comprendre tous les autres effets systématiques que provoque un basculement de l'angle θ . Il est en théorie nécessaire pour cela de mesurer les effets systématiques sur les trois fréquences vibrationnelles du piège.

Néanmoins, la fréquence du mode collectif intermédiaire dépend surtout de la fréquence vibrationnelle intermédiaire ω_z du piège. En effet, comme le montre la figure 4.5, nous pouvons en théorie, en réduisant adiabatiquement la longueur de diffusion a , relier ce mode collectif à un mode dont la fréquence est $2\omega_z$ pour $a = 0$.

Concernant les autres fréquences du piège, nous avons calculé que seuls des décalages systématiques de 15 % sur ω_x ou de 40 % sur ω_y peuvent expliquer une variation de 3 % de la fréquence du mode collectif intermédiaire, ce que nous pouvons exclure, comme

expliqué ci-dessous.

L'excitation du mode dipolaire selon l'axe O_y a montré que le décalage systématique relatif sur la fréquence ω_y vaut $1 \pm 0,5 \%$, ce qui est très inférieur à 40% .

Nous trouvant dans l'impossibilité, comme il a été expliqué plus haut, d'exciter le mode dipolaire selon l'axe O_x , nous avons excité le monopôle (voir fig. 4.14), adiabatiquement lié à un mode, pour un gaz sans interactions, de fréquence $2\omega_x$. Nous avons ensuite observé qu'en basculant le champ magnétique, la fréquence de ce mode variait de $0,3 \%$. La fréquence du monopôle étant fortement liée à la valeur de ω_x , nous pouvons en déduire que l'effet systématique induit par un tel basculement sur cette valeur est très inférieur à 15% .

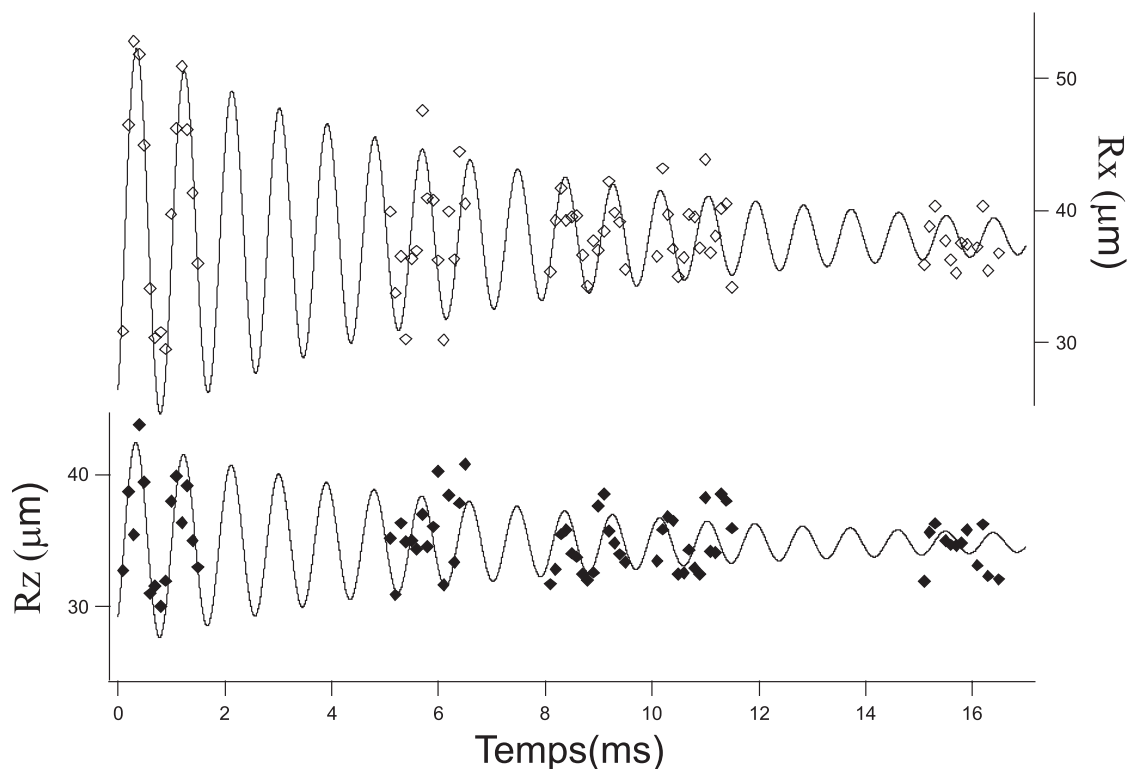


FIGURE 4.14 – Observation des oscillations libres des rayons de Thomas-Fermi R_x et R_z après excitation du mode monopolaire, à $\phi = 25^\circ$. Nous mesurons ces rayons après un TOF de 5 ms. Lors de l'excitation du monopôle, les rayons du condensat oscillent en phase, ce que nous observons. Les oscillations sont sensiblement amorties au bout de 10 ms environ. Ici, le champ magnétique de polarisation des dipôles est orienté selon la direction verticale (axe O_z). La fréquence des oscillations, fittées par des sinusoïdes amorties, est de 1121 ± 1 Hz. Lorsque ce champ a la direction O_y , la fréquence d'oscillation est 1119 ± 1 Hz.

Seule la mesure précise de l'effet systématique sur la fréquence ω_z associé à une rotation de $\frac{\pi}{2}$ de l'angle θ est donc indispensable. Le mode dipolaire vertical a donc

été excité et nous avons mesuré la fréquence $\omega_z(\theta)$ du mouvement du centre de masse du condensat. Pour ce faire, la profondeur du piège optique a été modulée pendant 20 périodes d'oscillation (environ 50 ms) à une fréquence proche de ω_z avec une amplitude de 10 %. Nous avons ensuite laissé le condensat osciller librement dans le piège pendant un temps variable avant d'éteindre le piège. Enfin nous avons repéré la position du BEC le long de l'axe vertical après un temps de vol de 5 ms. Les oscillations de cette position nous permettent de mesurer la fréquence $\omega_z(\theta)$ pour $\theta = 0$ et $\theta = \frac{\pi}{2}$ (voir fig. 4.15).

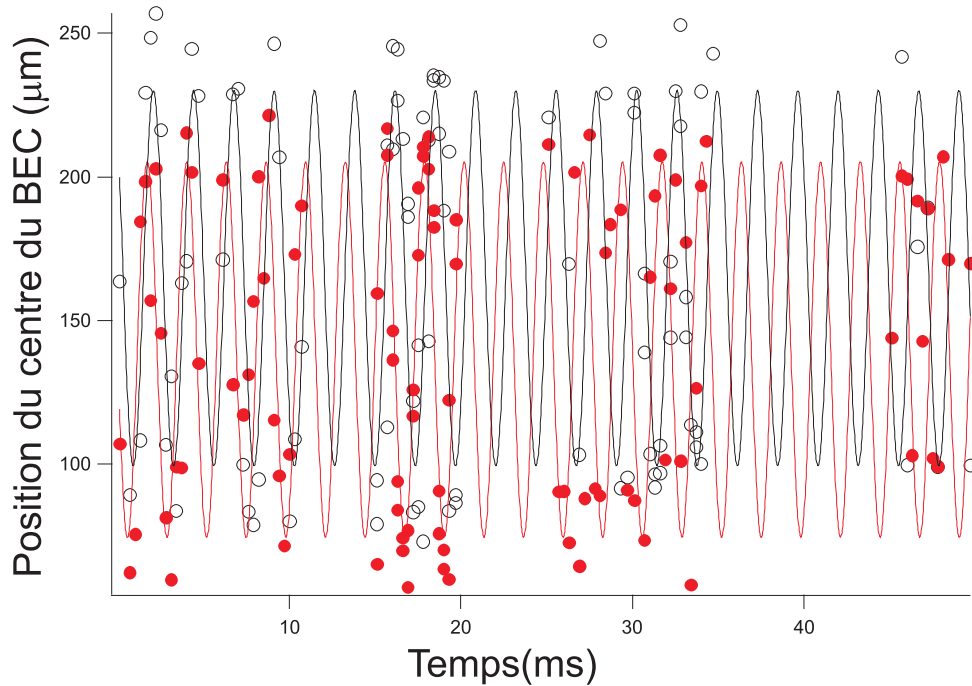


FIGURE 4.15 – *Mesure des effets systématiques sur la fréquence ω_z du piège selon l'axe O_z , provoqués par le basculement du champ magnétique de polarisation, à $\phi = 26^\circ$. On observe, après un TOF de 5 ms, les oscillations de la position du centre du BEC, provoquées par l'excitation du mode dipolaire intermédiaire. On excite ce mode en modulant de 10 % profondeur du piège pendant 20 périodes de modulation. Pour les points rouges, le champ magnétique est selon la direction O_y alors qu'il a la direction verticale (O_z) pour les cercles noirs. Les données sont fittées par des sinusôides qui donnent des fréquences de 426 ± 2 Hz lorsque le champ est vertical et de 433 ± 2 Hz lorsque le champ est selon O_y .*

On peut ainsi en déduire le décalage systématique relatif $\delta_D = 2(\omega_z(0) - \omega_z(\pi/2)) / (\omega_z(0) + \omega_z(\pi/2))$ représenté dans la figure 4.16 en fonction de la géométrie du piège.

Cette figure montre que les effets systématiques sur la fréquence dipolaire verticale dépendent fortement de la géométrie du piège. Nous avons identifié plusieurs sources

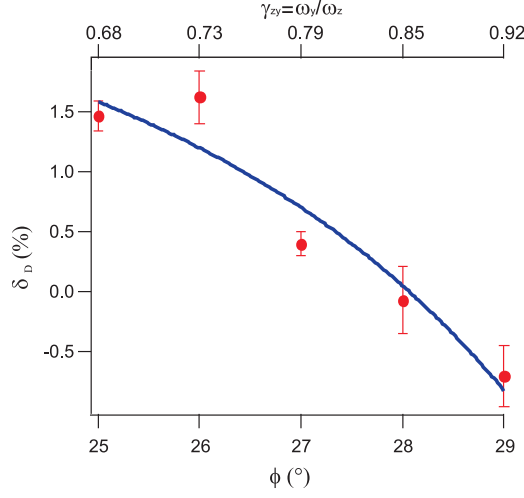


FIGURE 4.16 – Variation de la fréquence du mode dipolaire vertical lorsque l'on bascule le champ magnétique de polarisation, en fonction de la géométrie du piège. Les décalages relatifs expérimentaux δ_D sont représentés en fonction de l'angle ϕ et du rapport d'anisotropie du piège correspondant, $\gamma_{zy} = \omega_y/\omega_z$. En trait plein figure le fit des points expérimentaux par une courbe modélisant un décalage tensoriel constant et un décalage dû au gradient de champ magnétique. Ce dernier décalage dépend, lui, de la géométrie du piège.

de décalages systématiques. La première est la présence d'un gradient de champ magnétique dépendant des champs magnétiques appliqués. Ce gradient n'est pas le même selon l'orientation du champ magnétique de polarisation. Dans un piège parabolique, un gradient de potentiel décale simplement la position du centre du piège. Dans un piège gaussien, la fréquence d'oscillations dipolaires dans la direction du gradient est aussi modifiée. Nous pouvons montrer par calcul que le décalage fréquentiel relatif de ces oscillations s'écrit

$$\frac{\delta\omega}{\omega} = \frac{-g_M^2}{8w^2\omega^4} \quad (4.35)$$

où g_M est l'accélération due au gradient de potentiel, m la masse des atomes, w le waist à $1/e^2$ du potentiel gaussien et ω la fréquence du piège au fond de ce dernier le long de la direction du gradient. Comme ω dépend de la géométrie du piège contrôlée par l'angle ϕ , ce premier décalage systématique relatif dépend également de ϕ .

La deuxième source de décalages fréquencielles systématiques, Δ , est liée au déplacement lumineux tensoriel du chrome : bien que le laser infrarouge soit très fortement désaccordé par rapport au premier état excité de la structure fine électronique, le décalage Stark dynamique des atomes de chrome dépend de l'orientation de la polarisation du laser et de l'état Zeeman interne m_S ([89]). Ce deuxième décalage systématique est indépendant de ϕ . Sur la figure 4.16, nous avons fitté nos données expérimentales par

une fonction de la forme $\Delta - \alpha/\omega^4$.

Nous en avons ainsi déduit le déplacement lumineux tensoriel relatif du chrome pour nos paramètres expérimentaux, $\Delta = 3 \pm 1$ %, valeur à comparer avec nos calculs théoriques donnant $\Delta = 1,2$ % ([89]). Ce résultat est à notre connaissance la première mesure du déplacement lumineux tensoriel du chrome.

4.3.4 Mesure de l'influence de la DDI sur la fréquence d'un mode collectif

Exploitation des données expérimentales

Les oscillations du rapport d'aspect λ_{zx} du condensat après excitation du mode collectif intermédiaire pour $\theta = 0$ et $\theta = \pi/2$ sont présentées dans la figure 4.17. Sur ces courbes figurent également les fits de ces oscillations par des sinusoïdes amorties. On s'aperçoit que ces deux sinusoïdes, initialement en phase, sont sensiblement déphasées après 20 ms. Elles n'ont donc pas exactement la même fréquence. On déduit des fits les fréquences $\omega_Q(\theta)$ de ce mode assimilé à un quadrupôle, pour les deux orientations du champ magnétique de polarisation.

Nous montrons également les résidus de ces fits, c'est à dire l'écart entre le fit et les valeurs expérimentales de λ_{zx} . Le bruit sur λ_{zx} a un écart type de 3 %. Il est de même amplitude que le bruit sur les rayons de Thomas-Fermi expérimentaux. Le bruit sur λ_{zx} étant également de 3 % pour un BEC non excité, nous savons ainsi que le bruit sur l'amplitude d'excitation joue un rôle négligeable. λ_{zx} étant indépendant du nombre d'atomes dans le BEC et donc insensible à ses fluctuations, le bruit sur λ_{zx} vient probablement des fluctuations de la profondeur du piège mentionnées dans la partie 4.3.2. Ce bruit peut également être causé par des excitations parasites intervenant durant la recompression du condensat. La figure 4.17 montre que les résidus des fits n'augmentent pas avec le temps d'oscillation t , ce qui reflète une très bonne stabilité à court terme (20 ms : le temps typique d'oscillation) et à long terme (20 s : la durée s'écoulant d'une mesure à l'autre) de notre expérience.

Comme mentionné précédemment, les fits montrent que les taux d'amortissement de ces sinusoïdes ne diffèrent pas d'une orientation à l'autre du champ magnétique.

Compensation des effets systématiques

On peut définir le décalage relatif expérimental de la fréquence du mode collectif excité par $\delta_{exp} = 2(\omega_Q(0) - \omega_Q(\pi/2))/(\omega_Q(0) + \omega_Q(\pi/2))$. Pour en déduire le décalage relatif, que nous appelons δ_Q , dû uniquement à l'interaction dipôle-dipôle, il faut soustraire à δ_{exp} le décalage systématique induit par les variations des fréquences du piège lors du basculement du champ magnétique.

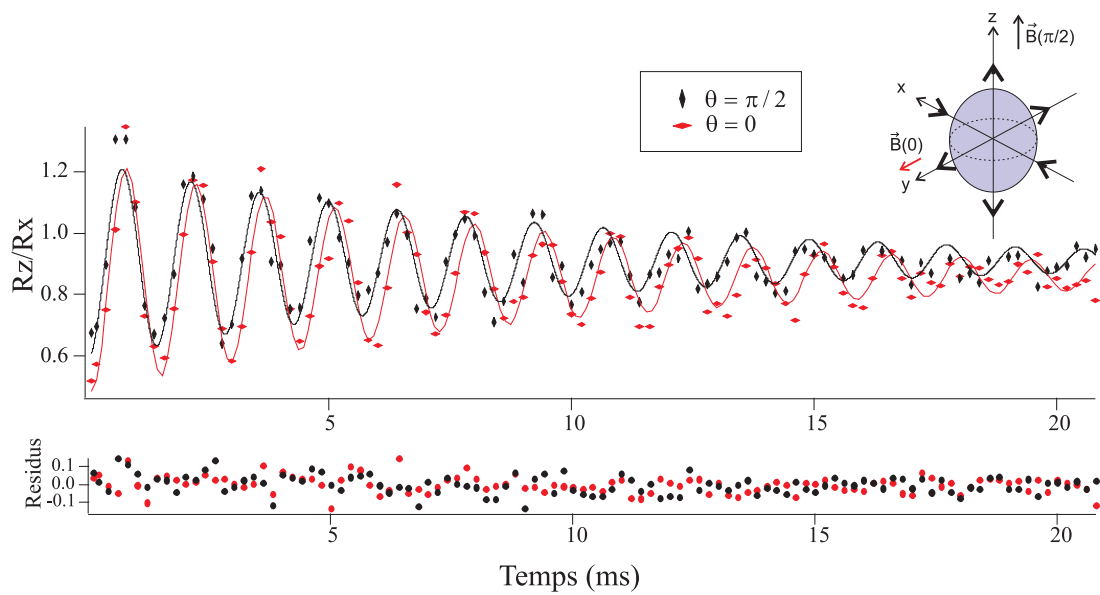


FIGURE 4.17 – Influence de l'interaction dipôle-dipôle sur la fréquence du mode collectif intermédiaire. Les oscillations libres de ce mode après son excitation dans le piège optique pour $\phi = 27^\circ$ sont présentées ici en observant le rapport d'aspect $\lambda_{zx} = R_z/R_x$ après un T.O.F de 5 ms. Le champ magnétique est soit vertical ($\theta = \pi/2$), soit parallèle à l'axe d'imagerie ($\theta = 0$). En traits pleins figurent également les fits de ces oscillations par des sinusoides amorties. Au dessous de cette courbe sont présentés les résidus des fits.

Dans un modèle sans interaction dipôle-dipôle, on peut déterminer ce décalage en calculant la solution intermédiaire de l'équation (4.26) en remplaçant ω_x , ω_y et ω_z par leurs valeurs mesurées pour $\theta = 0$ et $\theta + \pi/2$. On fait ensuite la différence des deux résultats obtenus et on obtient ainsi le décalage systématique δ_Q^0 sur la fréquence du mode collectif intermédiaire où l'interaction dipôle-dipôle n'est pour l'instant pas considérée. Comme on l'a vu au paragraphe précédent, il suffit de mesurer ω_z avec une grande précision, pour les deux orientations du champ magnétique, pour déterminer le décalage systématique δ_Q^0 .

L'interaction dipôle-dipôle jouant dans notre cas un rôle perturbatif sur la fréquence des modes collectifs, son effet étant au maximum de l'ordre de 3 %, on peut considérer qu'en sa présence, le décalage systématique sur la fréquence du mode collectif intermédiaire sera aussi égal à δ_Q^0 . On peut ainsi calculer le décalage δ_Q induit uniquement par l'interaction dipôle sur la fréquence du mode collectif intermédiaire en écrivant simplement :

$$\delta_Q = \delta_{exp} - \delta_Q^0 \quad (4.36)$$

Ce décalage est représenté dans la figure 4.18 pour différentes géométries du piège.

Influence de l'amplitude d'excitation : Lors de ces expériences, l'amplitude à $t = 0$ des oscillations des rayons de Thomas-Fermi du condensat est de l'ordre de 30 %, comme on peut le constater sur les figures 4.11 et 4.14. Cette amplitude n'étant pas très inférieure à 1, l'approximation linéaire des faibles excitations (voir formules (4.22) et (4.23)) n'est pas totalement justifiée. L'influence de l'amplitude d'excitation sur la fréquence des modes collectifs, au delà du régime linéaire, est étudiée dans [137, 74]. Cette influence se révèle être fortement dépendante de la géométrie du piège.

Nous avons étudié, à partir des données de la figure 4.17, l'influence de l'amplitude des oscillations des rayons de TF du condensat sur la fréquence de ces oscillations. Nous avons pour cela divisé ces données en plusieurs intervalles temporels. En raison de l'amortissement des oscillations, l'amplitude de ces dernières diffère significativement d'un intervalle temporel à l'autre. Nous avons fitté séparément ces données sur chacun de ces intervalles et avons alors constaté que la fréquence des oscillations dépendait très peu de leur amplitude. Les différents résultats de ces fits nous ont permis d'établir les barres d'erreurs sur les fréquences des modes collectifs étudiés. Ces dernières sont inférieures à 1 %. Nous sommes ainsi certains que, bien que les amplitudes des excitations aient pu différer légèrement selon la direction du champ magnétique, ce qui peut se remarquer près de $t = 0$ dans la figure 4.17, cela n'a pas pu induire d'effet systématique significatif sur la fréquence des modes collectifs excités.

Mesure différentielle de la striction du BEC par la DDI

On calcule la valeur du rapport d'aspect $\lambda_{xz}(\theta)$ en utilisant les valeurs moyenne des rayons de Thomas-Fermi après expansion, R_x et R_z , mesurés au cours des oscillations du condensat (voir fig. 4.11). La variation relative de ce rapport d'aspect, due à la striction, est :

$$\delta_{\lambda_{xz}} = 2 \frac{\lambda_{xz}(0) - \lambda_{xz}(\frac{\pi}{2})}{\lambda_{xz}(0) + \lambda_{xz}(\frac{\pi}{2})} \quad (4.37)$$

Ce décalage a été déterminé pour plusieurs géométries du piège (voir fig. 4.18). Dans $\delta_{\lambda_{xz}}$, nous n'avons pas tenu compte des effets systématiques sur les fréquences du piège. Ces effets étant au maximum de 1,5 %, nous estimons que leur répercussion sur $\delta_{\lambda_{xz}}$ ne dépasse pas 1 %.

4.3.5 Influence de la géométrie du piège

Résultats

Les mesures du décalage relatif $\delta_Q(\phi)$ de la fréquence du mode collectif intermédiaire, dû à l'interaction dipôle-dipôle par le biais du basculement du champ magnétique de polarisation, ont été répétées pour plusieurs géométries du piège.

Il en est de même pour la striction du condensat après temps de vol, dont le comportement est donné par le paramètre $\delta_{\lambda_{xz}}$ défini dans la formule (4.37).

Le rapport d'anisotropie $\gamma_{zy} = \omega_y/\omega_z$ du piège est contrôlé par l'angle ϕ . Notons que lorsque nous faisons varier cet angle, la fréquence ω_x , qui vérifie en théorie la relation $\omega_x^2 = \omega_y^2 + \omega_z^2$, varie relativement peu, de 10 % environ, et reste toujours la fréquence la plus élevée. Dans ce paragraphe, nous ne tiendrons donc pas compte des variations de ω_x avec l'angle ϕ .

Comme le montre la figure 4.18, l'accord théorie expérience pour $\delta_Q(\phi)$ et $\delta_{\lambda_{xz}}(\phi)$ est bon. Le modèle théorique utilisé ici est une généralisation des résultats de [24] au cas d'un piège non cylindrique. Les équations du mouvement (4.34) sont dans notre cas résolues numériquement. On remarque que $\delta_{\lambda_{xz}}(\phi)$ est presque constant alors que le décalage relatif du mode quadrupolaire excité, $\delta_Q(\phi)$, dépend fortement de la géométrie du piège.

Interprétations

Autour de $\gamma_{zy} = 1$, la courbe de δ_Q passe par 0 et est dispersive. Cela illustre la forte sensibilité de δ_Q à la géométrie du piège dans cette région. A l'inverse le signe de $\delta_{\lambda_{xz}}$ est constant, ce qui explique sa sensibilité moindre à la géométrie du piège, le

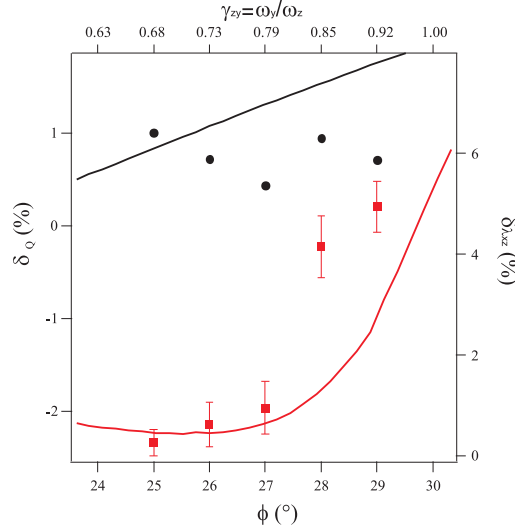


FIGURE 4.18 – Influence de l'interaction dipôle-dipôle sur les décalages expérimentaux induits par une rotation de 90° du champ magnétique de polarisation, en fonction de la géométrie du piège : δ_Q (carrés rouges) est le décalage relatif du mode collectif intermédiaire et $\delta_{\lambda_{xz}}$ (points noirs) est le décalage relatif du rapport d'aspect du BEC après expansion. En traits pleins figurent également les résultats de calculs numériques dans l'approximation de Thomas-Fermi sans paramètres ajustables.

condensat ayant toujours tendance à s'allonger dans la direction du champ magnétique de polarisation. Ces comportements de $\delta_Q(\phi)$ et $\delta_{\lambda_{xz}}(\phi)$ se retrouvent dans les courbes théoriques et les points expérimentaux de la figure 4.18, avec un assez bon accord entre les deux.

Le fait que lorsque $\gamma_{zy} \rightarrow 1$, $\delta_Q \rightarrow 0$, s'explique simplement. En effet, lorsque $\gamma_{zy} = 1$, le piège est symétrique par rotation autour de O_x . Il est donc évident que la fréquence du mode collectif étudié sera la même quelle que soit l'orientation du champ magnétique dans le plan yOz , ce qui entraîne $\delta_Q = 0$.

Nous essayons maintenant d'interpréter l'aspect dispersif autour de $\gamma_{zy} = 1$ des courbes expérimentales et théoriques de δ_Q

Pour cela, nous remarquons que lorsque $\gamma_{zy} < 1$, on a $H_{dd}^y/N < H_{dd}^z/N$, où H_{dd}^y/N et N_{dd}^z/H sont les énergies d'interaction dipôle-dipôle moyennes par atome lorsque le champ magnétique est respectivement parallèle à O_y et à O_z (H_{dd}^y figure dans l'équation (4.32)). Cela signifie que lorsque $\gamma_{zy} < 1$, l'interaction dipôle-dipôle est plus attractive (ou moins répulsive) en moyenne lorsque le champ magnétique est polarisé selon O_y ($\theta = 0$) que lorsqu'elle est polarisée selon O_z ($\theta = \pi/2$). Cela se comprend intuitivement en observant que lorsque $\gamma_{zy} < 1$, le condensat étant plus allongé selon O_y que selon O_z , les atomes vont davantage s'attirer si le champ magnétique est dirigé selon O_y .

En faisant un raisonnement similaire, on comprend également pourquoi $H_{dd}^y/N >$

H_{dd}^z/N lorsque $\gamma_{zy} > 1$.

D'après la figure 4.18, on a $\delta_Q < 0$ lorsque $\gamma_{zy} < 1$ et $\delta_Q > 0$ lorsque $\gamma_{zy} > 1$. Nous pouvons donc dire que le signe de δ_Q est le même que celui de $H_{dd}^y/N - H_{dd}^z/N$. La fréquence du mode quadrupolaire intermédiaire, ω_Q , sera donc la plus faible lorsque l'orientation des dipôles est telle que l'interaction dipôle-dipôle est la plus attractive.

Pour le mode collectif de plus basse fréquence, que nous n'avons pas pu étudier expérimentalement (voir partie 4.3.2), la théorie prédit le phénomène inverse ([79]). Pour ce mode, le signe de δ_Q est celui de $H_{dd}^z/N - H_{dd}^y/N$. La dépendance de δ_Q à la géométrie du piège est également dispersive autour $\gamma_{zy} = 1$ pour ce mode.

Nos résultats sont similaires aux courbes théoriques de [24]. Ces dernières montrent que, pour un condensat cylindrique, le décalage induit par l'interaction dipôle-dipôle sur la fréquence d'un mode collectif, en fonction du rapport d'aspect du BEC, est dispersif et passe par 0 au voisinage de la géométrie sphérique.

Remarques sur la DDI Dans la discussion précédente, nous avons utilisé une tendance de l'interaction dipôle-dipôle à être plus ou moins attractive (ou répulsive). Notons que nous ne pouvons pas qualifier cette interaction d'absolument attractive ou répulsive car, comme le montre la partie 0.3.2 celle-ci est attractive parallèlement aux dipôles et répulsive perpendiculairement à ces derniers. Conférer à l'interaction dipôle-dipôle une tendance à être plutôt attractive ou répulsive est cependant justifié. Cette tendance est donnée par la valeur, et en particulier le signe, de l'énergie moyenne par atome d'interaction dipôle-dipôle, H_{dd}^j/N ($j = x, y$ ou z selon la polarisation du champ magnétique). On remarque, en se reportant à la formule (4.32), que cette énergie est inversement proportionnelle au volume du BEC pour un nombre d'atomes donné. Ainsi, si $H_{dd}^y/N < 0$, l'interaction dipôle-dipôle a tendance, si l'on supprime brusquement les autres forces d'interaction, à faire diminuer le volume du BEC pour minimiser son énergie, ce qui nous permet de la caractériser comme plutôt attractive. Ce caractère attractif est d'ailleurs responsable de l'implosion du condensat, mentionnée dans la partie 4.1.2, lorsque $\epsilon_{dd} > 1$. Cette implosion n'a en effet lieu que si $H_{dd}^y/N < 0$. À l'inverse, si $H_{dd}^y/N > 0$, la DDI a tendance à faire augmenter le volume du BEC, d'où un caractère plutôt répulsif.

4.3.6 Influence du nombre d'atomes dans le BEC

Résultats expérimentaux

Bien que le nombre maximal d'atomes dans nos expériences (12000) soit relativement faible, nos résultats pour δ_Q coïncident avec les prédictions théoriques dans l'approximation de Thomas-Fermi des décalages fréquentiels dus à l'interaction dipôle-dipôle des excitations collectives. Cependant, le champ moyen typique dû à cette interaction n'est, pour les condensats de chrome produits dans notre expérience, que de l'ordre de

l'énergie cinétique quantique $\hbar^2/mR_{TF}^2 \approx 25Hz$, R_{TF} étant le rayon de Thomas-Fermi typique de nos condensats. En rappelant que cette pression quantique est justement négligée dans le régime de Thomas-Fermi, on souligne le fait que cet accord théorie-expérience n'a rien d'évident.

Afin d'améliorer notre compréhension du problème, nous avons renouvelé nos mesures de δ_Q et $\delta_{\lambda_{xz}}$ pour des condensats encore moins peuplés. Ces faibles nombres d'atomes sont obtenus en ne repompant pas les états métastables 5D_4 et/ou 5D_3 après le chargement du piège optique (voir partie 1.3.4) et, pour les condensats les moins peuplés, en supprimant l'annulation des forces magnétiques par la RF durant le chargement de ce piège (voir partie 1.3.5).

Comme le montre la figure 4.19, nous observons une décroissance rapide de δ_Q lorsque le nombre d'atomes N diminue, δ_Q s'éloignant des valeurs prédites dans le régime de Thomas-Fermi. A l'inverse, la figure 4.20 nous montre que le décalage $\delta_{\lambda_{xz}}$ dû à la striction du BEC par l'interaction dipôle-dipôle est assez peu sensible à la population du BEC de chrome.

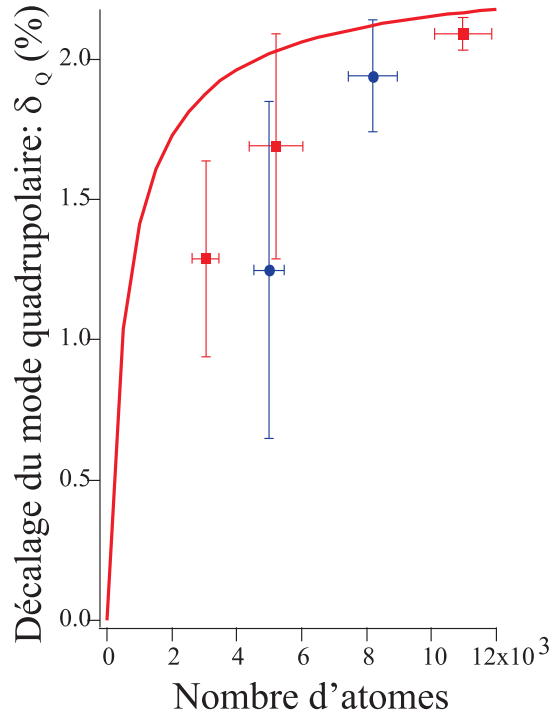


FIGURE 4.19 – Influence du nombre d'atomes du BEC sur le décalage relatif δ_Q du mode collectif intermédiaire dû à l'interaction dipôle-dipôle, pour deux géométries du piège. Résultats expérimentaux pour $\phi = 27^\circ$ (points bleus) et $\phi = 26^\circ$ (carrés rouges). Comparaisons avec des simulations numériques utilisant un ansatz gaussien (trait plein rouge), pour $\phi = 26^\circ$. Lorsque $N = 12000$ atomes, δ_Q est très proche de sa valeur asymptotique dans le régime de Thomas-Fermi.

Simulations à l'aide d'un ansatz gaussien

Nos résultats montrent que l'excitation d'un mode collectif de surface est un indicateur plus sensible des effets de l'interaction dipôle-dipôle, que ne l'est la striction du condensat le long de l'axe de polarisation du champ magnétique. Nous avons effectué des simulations numériques, au delà du régime de Thomas-Fermi, utilisant un ansatz gaussien, à la façon de [127, 139]. Cet ansatz consiste à supposer qu'en tenant compte de l'énergie cinétique quantique, la fonction d'onde du condensat peut être approximée par une gaussienne dont les demi-largeurs, à $1/\sqrt{e}$, selon les axes O_x , O_y et O_z , sont respectivement les paramètres variationnels $w_x(t)$, $w_y(t)$ et $w_z(t)$.

Les équations du mouvement s'écrivent alors :

$$\frac{d^2}{dt^2}w_j + \omega_j^2 w_j = \frac{\hbar^2}{m^2 w_j^3} + \frac{1}{w_j \prod_i w_i} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{a\hbar^2 N}{m^2} \left[1 - \epsilon_{dd} f\left(\frac{w_x}{w_y}, \frac{w_z}{w_y}\right) \right], \quad (4.38)$$

pour $j = x, y, z$. $f(x, y)$ est une fonction introduite dans la partie 4.2.3.

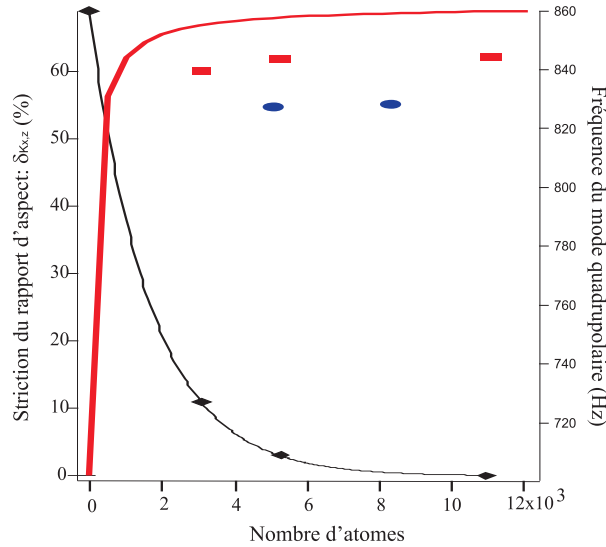


FIGURE 4.20 – Variation de $\delta_{\lambda_{xz}}$ avec le nombre d'atomes dans le condensat pour $\phi = 27^\circ$ (points bleus) et $\phi = 26^\circ$ (carrés rouges). En trait plein rouge figure aussi le résultat des simulations utilisant un ansatz gaussien pour $\phi = 26^\circ$. On remarque, en comparant cette figure à la figure 4.19, que les valeurs expérimentales et simulées de $\delta_{\lambda_{xz}}$ sont moins sensibles au nombre d'atomes que celles de δ_Q . diminue (voir fig. Lorsque ce nombre diminue, $\delta_{\lambda_{xz}}$ s'éloigne plus lentement que δ_Q de sa valeur asymptotique dans le régime de Thomas-Fermi, quasiment atteinte pour $N = 12000$ atomes. La fréquence du mode collectif intermédiaire est également représentée (losanges noirs).

La résolution numérique des équations (4.38) confirme que δ_Q est plus sensible que

$\delta_{\lambda_{xz}}$ à une réduction du nombre d'atomes (voir figures 4.19 et 4.20). Ces simulations montrent qu'il faut environ trois fois plus d'atomes pour atteindre les résultats prédits selon l'approximation de Thomas-Fermi, lorsque l'on mesure les décalages fréquentiels des excitations collectives, que lorsque l'on mesure la striction du BEC. Le léger désaccord entre la théorie et l'expérience est peut-être indicateur des limites d'un simple ansatz gaussien.

Conclusion

Nous avons excité dans nos expériences plusieurs modes d'oscillations de notre BEC de chrome. Nous avons excité le mode de surface intermédiaire, assimilé à un quadrupôle, ce qui nous a permis de caractériser les effets de l'interaction dipôle-dipôle sur ce dernier. Pour un nombre d'atomes assez élevé, nos résultats s'accordent bien avec les prédictions théoriques faites dans le régime de Thomas-Fermi. En particulier, nos mesures montrent bien que le décalage fréquentiel du mode collectif de surface intermédiaire est très sensible à la géométrie du piège, conséquence du caractère anisotrope de l'interaction dipôle-dipôle. En outre, nos résultats diffèrent significativement des calculs faits dans le régime de TF pour des condensats moins peuplés, même dans des régimes où la striction du condensat, due à l'interaction dipôle-dipôle, est conforme à ces calculs. Ce phénomène surprenant est un exemple parmi d'autres de l'intérêt que présentent les excitations collectives dans la caractérisation des gaz quantiques. Enfin, nous avons mesuré pour la première fois le décalage optique tensoriel des atomes de chrome. Ces résultats ont été publiés dans [140, 70].

Chapitre 5

Spectroscopie de Bragg d'un BEC dipolaire

Introduction

La diffusion de Bragg permet de sonder localement les interactions dans un condensat. A des longueurs d'onde d'excitation courtes devant la taille de ce dernier, une impulsion de Bragg provoque la création de quasi-particules qui se déplacent dans le condensat, et dont la nature dépend fortement des interactions. Pour des interactions de contact, l'énergie $\epsilon_{\mathbf{p}}$ d'une quasi-particule dépend de son moment \mathbf{p} et localement de la densité dans le BEC. En présence d'interactions dipôle-dipôle (DDI), cette énergie dépend également de la direction, relativement à \mathbf{p} , du champ magnétique de polarisation des dipôles, ce qui reflète l'anisotropie de la DDI. En mesurant cette énergie pour deux orientations orthogonales du champ magnétique, on peut observer l'influence de l'interaction dipôle-dipôle sur l'énergie des quasi-particules de Bogoliubov ([11]). Cette mesure constitue le résultat principal de ce chapitre. Aux grandes longueurs d'onde, le rapport $\frac{\epsilon_{\mathbf{p}}}{p}$ tend vers la vitesse du son, qui caractérise, à ces longueurs d'onde, la propagation des ondes de densité dans le condensat. Cette vitesse peut donc également être mesurée par diffusion de Bragg. Dans nos expériences, nous mettons en évidence le caractère anisotrope, dû à la DDI, de la vitesse du son. Cette dernière est, pour un condensat 3D, égale à la vitesse critique superfluide, au-dessus de laquelle, d'après le critère de Landau sur la superfluidité, un défaut se déplaçant dans un fluide engendre une excitation collective ([10]). L'observation de l'anisotropie de cette vitesse constitue donc un résultat expérimental important.

Structure de ce chapitre

Les quasi-particules de Bogoliubov ([74]), que nous créons par diffusion de Bragg, sont, aux longueurs d'onde courtes devant les dimensions du condensat, des excitations locales dont l'énergie est indépendante de la géométrie de piégeage. En ce sens, la physique de ces excitations, que nous détaillons dans le présent chapitre, est différente de celle des modes de surface, décrits au chapitre précédent, et dont l'énergie dépend des fréquences du piège.

Dans une première partie, nous rappelons des éléments importants de la théorie de Bogoliubov pour un BEC homogène dilué. Nous expliquons qu'à basse énergie, les quasi-particules de Bogoliubov s'apparentent à des phonons pour devenir des particules lorsque cette énergie augmente. Au terme de cette discussion dans laquelle seule l'interaction de contact est prise en compte, cette théorie est adaptée au cas d'un BEC dipolaire. Nous voyons alors se modifier significativement l'énergie des quasi-particules et, en particulier, la vitesse du son, bien que les interactions soient dominées par la diffusion en onde s .

La partie suivante est consacrée à la description du dispositif expérimental utilisé pour la diffusion de Bragg. En faisant varier la longueur d'onde d'excitation, nous sommes capables de mesurer l'énergie des excitations à plusieurs moments \mathbf{p} , dans le régime phononique et dans le régime des particules.

Nous abordons ensuite le problème de l'inhomogénéité en densité dans le condensat grâce à une approximation de densité locale (LDA). Cette approximation est valable lorsque la longueur d'onde de l'excitation est petite devant la taille du BEC. Nous montrons que, malgré la longue portée de la DDI, cette approximation peut s'appliquer au cas d'un BEC dipolaire, résultat également démontré dans un article paru très récemment ([141]). Nous incluons ensuite les effets liés à la longueur de cohérence finie du BEC (due à sa taille finie) à la durée finie de l'excitation.

Ces effets nous permettent de comprendre l'élargissement des spectres expérimentaux, présentés dans la quatrième partie. L'accord des résultats expérimentaux avec la LDA est bon lorsque la longueur d'onde d'excitation est sensiblement inférieure à la taille du condensat. Cet accord semble se détériorer au fur et à mesure que cette longueur d'onde augmente, comme attendu.

5.1 Spectre d'excitation d'un condensat homogène

Les interactions entre les atomes du condensat modifient profondément son spectre d'excitation. Nous traitons dans cette partie le cas d'un BEC homogène afin de pouvoir facilement développer le champ quantique dans la base des ondes planes qui, en l'absence d'interactions, sont les modes propres du Hamiltonien. Nous introduisons d'abord la théorie perturbative de Bogoliubov dans le cas d'un gaz quantique en présence d'inter-

actions de contact. S'ensuit le traitement d'un condensat dipolaire homogène. Enfin, ce même problème est étudié dans une approximation de champ moyen montrant que les excitations de faible amplitude se propagent sous la forme des ondes de densité. L'énergie de ces excitations dépend, pour un BEC dipolaire, de la direction de propagation de ces ondes relativement à l'axe de polarisation des dipôles.

5.1.1 Approximation de Bogoliubov

On aborde ici le traitement d'un gaz homogène dilué en présence d'interactions de contact. Nous ne proposons ici que les grandes lignes, nécessaires à la compréhension de ce chapitre, de la théorie de Bogoliubov. Cette dernière est développée plus profondément dans [74].

Hamiltonien d'un gaz de bosons dilué en interactions faibles

Nous traitons ici le cas d'un gaz de N atomes contenus dans une boîte de volume V , à la température $T = 0$.

Le champ quantique décrivant un tel gaz d'atomes s'écrit, dans la base des ondes planes $e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}/\hbar}$:

$$\hat{\psi}(r) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{p}} \hat{a}_{\mathbf{p}} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}/\hbar} \quad (5.1)$$

$\hat{a}_{\mathbf{p}}^{\dagger}$ et $\hat{a}_{\mathbf{p}}$ sont respectivement les opérateurs de création et d'annihilation d'une particule de moment \mathbf{p} , satisfaisant les règles de commutation usuelles pour des bosons. Les moments \mathbf{p} sont discrets et satisfont la condition cyclique de Born-Von Karman ([142]).

Le Hamiltonien du gaz d'atomes interagissant uniquement en onde s , sans potentiel de piégeage, s'écrit :

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{p}} \frac{\mathbf{p}^2}{2m} \hat{a}_{\mathbf{p}}^{\dagger} \hat{a}_{\mathbf{p}} + \frac{1}{2V} \sum_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2, \mathbf{p}} V_{\mathbf{p}} \hat{a}_{\mathbf{p}_1+\mathbf{p}}^{\dagger} \hat{a}_{\mathbf{p}_2-\mathbf{p}}^{\dagger} \hat{a}_{\mathbf{p}_1} \hat{a}_{\mathbf{p}_2} \quad (5.2)$$

où $V_{\mathbf{p}} = \int V(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}/\hbar} d^3\mathbf{r}$ est la transformée de Fourier du potentiel d'interaction en onde s , $V(\mathbf{r})$.

Dans l'approximation de Bogoliubov, théorie perturbative, on considère, pour un gaz d'atomes en interactions faibles, que ces dernières ne modifient que marginalement l'état fondamental du gaz quantique à $T=0$. Comme en l'absence d'interactions, tous les atomes sont accumulés dans l'état de moment nul, on peut faire l'approximation $\hat{a}_0^{\dagger} = \hat{a}_0 = \sqrt{N}$. Le nombre d'atomes ne se trouvant pas dans cet état caractérise la déplétion quantique du condensat, due aux interactions. Nous vérifierons plus loin

que la déplétion quantique ne représente qu'une très faible fraction du nombre total d'atomes

Il est ainsi nécessaire, afin d'établir le spectre d'excitation, de considérer, à l'ordre le plus faible possible, les opérateurs de création et d'annihilation de moment non nul ([74]).

Les interactions en onde s , sont modélisées, dans l'approximation de Born, par un pseudo-potential de contact $V(\mathbf{r}) = g\delta(\mathbf{r})$, où $g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}$, a étant la longueur de diffusion de ce potentiel d'interaction. On peut alors écrire, pour tout moment \mathbf{p} , $V_{\mathbf{p}} = V_{\mathbf{0}} = g$. Cette approximation est valable à condition que $p \ll \hbar/r_0$, où r_0 est la portée typique du potentiel d'interaction moléculaire $V(\mathbf{r})$ ([74]). De plus, pour pouvoir utiliser le pseudo-potential $g\delta(\mathbf{r})$ dans l'approximation de Bogoliubov, il est nécessaire que $na^3 \ll 1$ ([74, 75]). On dit alors que le gaz quantique est dilué.

On obtient enfin, en introduisant la densité $n = \frac{N}{V}$, le Hamiltonien :

$$\hat{H} = g\frac{N^2}{2V} + \sum_{\mathbf{p}} \frac{p^2}{2m} \hat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}} + \frac{1}{2}gn \sum_{\mathbf{p} \neq \mathbf{0}} (2\hat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}} + \hat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger \hat{a}_{-\mathbf{p}}^\dagger + \hat{a}_{\mathbf{p}} \hat{a}_{-\mathbf{p}} + \frac{mgn}{p^2}) \quad (5.3)$$

Le premier terme, constant, caractérise les interactions entre atomes de moment nul et doit donc être, conformément à l'approximation de Bogoliubov, très proche de l'énergie d'interaction du gaz quantique à $T = 0$.

Transformation de Bogoliubov

Afin de diagonaliser le Hamiltonien, on effectue la transformation de Bogoliubov, un changement de base liant les ondes planes a_p aux quasi-particules b_p que l'on introduit ici.

$$\hat{a}_{\mathbf{p}} = u_{\mathbf{p}} \hat{b}_{\mathbf{p}} + v_{-\mathbf{p}}^* \hat{b}_{-\mathbf{p}}^\dagger, \quad \hat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger = u_{\mathbf{p}}^* \hat{b}_{\mathbf{p}}^\dagger + v_{-\mathbf{p}} \hat{b}_{-\mathbf{p}} \quad (5.4)$$

où $|u_{\mathbf{p}}|^2 - |v_{\mathbf{p}}|^2 = 1$ afin de préserver la nature bosonique des opérateurs $\hat{b}_{\mathbf{p}}^\dagger$ et $\hat{b}_{\mathbf{p}}$.

On obtient

$$u_{\mathbf{p}} = \left(\frac{p^2/2m + gn}{2\epsilon_{\mathbf{p}}} + \frac{1}{2} \right)^{1/2}, \quad v_{\mathbf{p}} = - \left(\frac{p^2/2m + gn}{2\epsilon_{\mathbf{p}}} - \frac{1}{2} \right)^{1/2} \quad (5.5)$$

où

$$\epsilon_{\mathbf{p}} = \sqrt{\frac{p^2}{2m} \left(\frac{p^2}{2m} + 2gn \right)} \quad (5.6)$$

Dans cette nouvelle base, le Hamiltonien est diagonal :

$$\hat{H} = E_0 + \sum_{\mathbf{p} \neq 0} \epsilon_{\mathbf{p}} \hat{b}_{\mathbf{p}}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{p}} \quad (5.7)$$

où E_0 est l'énergie de l'état fondamental du Hamiltonien, égale à $\frac{Ngn}{2}$ si l'on néglige la déplétion quantique. Le potentiel chimique du gaz quantique s'écrit :

$$\mu = \frac{\partial E_0}{\partial N} \quad (5.8)$$

Les opérateurs $\hat{b}_{\mathbf{p}}^\dagger$ créent des quasi-particules d'énergie $\epsilon_{\mathbf{p}}$, états excités du BEC dans l'approximation de Bogoliubov des faibles excitations. (5.6) est donc la relation de dispersion caractérisant la propagation de ces excitations dans le BEC.

Régime phononique et régime des particules

On introduit la longueur de cicatrisation

$$\xi = \frac{\hbar}{\sqrt{2mgn}} \quad (5.9)$$

D'après [74], cette longueur est, le plus souvent dans un gaz piégé, de l'ordre de la distance inter-particule. C'est le cas dans notre expérience, pour laquelle $\xi \approx 300$ nm.

En comparant la longueur d'onde d'excitation avec la longueur de cicatrisation, on peut établir une limite autour de laquelle l'énergie cinétique d'une particule est dominée par ou domine l'énergie de champ moyen gn .

En effet, en introduisant le vecteur d'onde $\mathbf{q} = \frac{\mathbf{p}}{\hbar}$, on constate que pour $q = \xi^{-1}$, $\frac{\hbar^2 q^2}{2m} = gn$.

Pour $q \ll \xi^{-1}$, c'est le champ moyen qui domine et on a :

$$\omega_{\mathbf{q}} = \frac{\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}}{\hbar} \approx c_s q \quad (5.10)$$

où $c_s = \sqrt{\frac{gn}{m}}$ est appelée vitesse du son dans le condensat.

Cette énergie est clairement différente de celle d'une particule libre de moment $\hbar\mathbf{q}$ et caractérise des quasi-particules, appelées phonons. Nous verrons dans la partie 5.1.3 que ces quasi-particules s'apparentent à des ondes de densité dont la vitesse de groupe est c_s .

On voit à l'inverse que pour $q \gg \xi^{-1}$, on a $\frac{\hbar^2 q^2}{2m} \gg gn$ et :

$$\epsilon_{\hbar\mathbf{q}} \approx \frac{\hbar^2 q^2}{2m} + gn \quad (5.11)$$

C'est l'énergie cinétique d'une particule libre de masse m et de moment $\hbar\mathbf{q}$ à laquelle s'ajoute une énergie gn correspondant au champ moyen d'interaction de cette particule avec la partie non excitée du BEC.

On a donc mis en évidence un régime phononique ($q \ll \xi^{-1}$) et un régime de particules ($q \gg \xi^{-1}$).

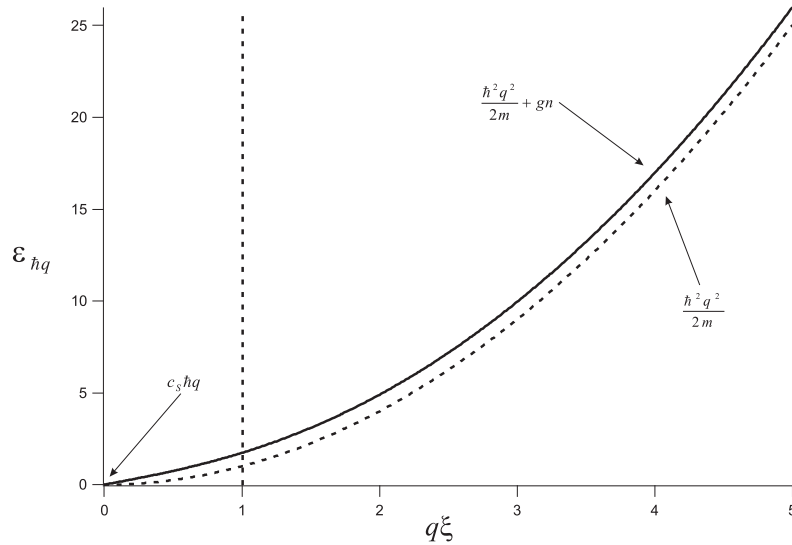


FIGURE 5.1 – Courbe de dispersion des excitations de Bogoliubov (trait plein). La courbe est linéaire pour $q\xi < 1$ (régime phononique) pour devenir parabolique dans le régime des particules ($q\xi \gg 1$). A titre de comparaison, la courbe de dispersion, purement parabolique, d'une particule libre, est représentée en tirets. Les énergies sont données en unités de $\frac{\hbar^2}{2m\xi^2} = gn$. La ligne verticale en tirets indique la limite $q\xi = 1$ du régime phononique.

Discussion : L'énergie à apporter au condensat pour exciter une quasi-particule de moment $\hbar\mathbf{q}$ est égale à $\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}$. On s'aperçoit que pour exciter un atome dans le régime des particules, il faut lui apporter, en plus de l'énergie cinétique $\frac{\hbar^2 q^2}{2m}$, une énergie gn équivalente à l'énergie de champ moyen d'interaction d'un atome du condensat. L'atome excité appartenant initialement au condensat et portant donc déjà en lui une énergie d'interaction gn , cet apport d'énergie supplémentaire peut paraître mystérieux si l'on oublie l'échange de moment entre un atome de moment \mathbf{q} et un atome de moment nul, dont l'énergie de diffusion est aussi égale à gn . Un atome de moment $\hbar\mathbf{q}$ dans le régime des particules interagit donc deux fois plus avec le BEC qu'un atome immobile ([14, 143, 74]).

Outre leur influence sur les états excités du Hamiltonien, les interactions modifient également l'état fondamental du gaz quantique. En effet, l'état produit où tous les

atomes sont de moment nul n'est en leur présence plus un état propre de l'Hamiltonien. L'état fondamental se caractérise alors, dans la théorie de Bogoliubov, par le peuplement par paires d'états de moments non nuls $+\hbar\mathbf{q}$ et $-\hbar\mathbf{q}$, dont le module $\hbar q$ est typiquement inférieur à mc_s . Ce peuplement, qui définit la déplétion quantique, entraîne la création de corrélations de densité, à des distances supérieures à $2\pi\xi$. Ces corrélations peuvent être mises en évidence expérimentalement ([13]) par l'intermédiaire du facteur de structure S_q , que nous introduisons plus loin.

Déplétion du condensat : Le peuplement des états de moment non nul dû, d'une part, à la déplétion quantique de l'état fondamental, et d'autre part, aux excitations, peut s'exprimer grâce à la formule suivante, obtenue à l'aide de la transformation (5.4) ([74]) :

$$n_{\mathbf{p}} = \langle \hat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}} \rangle = |v_{-\mathbf{p}}|^2 + |u_{\mathbf{p}}|^2 \langle \hat{b}_{\mathbf{p}}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{p}} \rangle + |v_{-\mathbf{p}}|^2 \langle \hat{b}_{-\mathbf{p}}^\dagger \hat{b}_{-\mathbf{p}} \rangle \quad (5.12)$$

où $n_{\mathbf{p}}$ est le nombre d'atomes peuplant l'état de moment $\mathbf{p} \neq 0$.

Cette formule nous permet de quantifier la déplétion du condensat dans son état fondamental (déplétion quantique) et lorsque sont produites des excitations. Dans ce dernier cas, on remarque que la création d'une quasi-particule de moment $\hbar\mathbf{q}$ augmente de $N_{\hbar\mathbf{q}} = |u_{\hbar\mathbf{q}}|^2$ le nombre d'atomes de moment $\hbar\mathbf{q}$ et de $N_{\hbar\mathbf{q}} - 1 = |v_{\hbar\mathbf{q}}|^2$ le nombre d'atomes de moment $-\hbar\mathbf{q}$. C'est donc à ce titre une excitation collective. Dans le régime des particules ($q\xi \gg 1$), on a $N_{\hbar\mathbf{q}} \approx 1$, l'excitation ne concernant alors plus qu'un seul atome.

La déplétion quantique, c'est à dire le nombre d'atomes N_{DQ} de moment non nul pour un BEC dans son état fondamental à $T=0$ peut être calculée en posant $\langle \hat{b}_{\mathbf{p}}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{p}} \rangle = \langle \hat{b}_{-\mathbf{p}}^\dagger \hat{b}_{-\mathbf{p}} \rangle = 0$.

On a ([74]) :

$$N_{DQ} = \sum_{\mathbf{p} \neq 0} |v_{-\mathbf{p}}|^2 = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} (na^3)^{1/2} \quad (5.13)$$

L'état fondamental du BEC n'est pas un état produit ([144, 145]). Cela est dû à la présence, dans cet état, de paires corrélées d'atomes occupant les états de moment non nul $+\hbar\mathbf{q}$ et $-\hbar\mathbf{q}$. On a alors en effet, en constatant que $v_{\hbar\mathbf{q}} = v_{-\hbar\mathbf{q}}$, $N_{\hbar\mathbf{q}} = N_{-\hbar\mathbf{q}} = |v_{\hbar\mathbf{q}}|^2$.

$|v_{\hbar\mathbf{q}}|^2$ devenant rapidement négligeable lorsque $q\xi \gg 1$, la déplétion quantique ne concerne typiquement que les états de moment $\hbar q < \hbar\xi^{-1} \approx mc_s$. Dans notre expérience, où typiquement $na^3 \approx 2.10^{-5}$, on a $N_{DQ} \approx N/200$. La déplétion quantique ne concerne donc qu'une très faible fraction atomique du gaz dégénéré.

Facteur de structure statique : La déplétion quantique crée dans le condensat des corrélations de densité (ou corrélations du second ordre) à longue distance. Ces dernières s'écrivent, dans le cas homogène :

$$Cor(\mathbf{r}) = \langle \hat{\psi}(\mathbf{r})^\dagger \hat{\psi}(\mathbf{0})^\dagger \hat{\psi}(\mathbf{r}) \hat{\psi}(\mathbf{0}) \rangle - \langle \hat{\psi}(\mathbf{0})^\dagger \hat{\psi}(\mathbf{0}) \rangle^2 \quad (5.14)$$

où $\hat{\psi}(\mathbf{r})$ est l'opérateur de champ quantique introduit dans la formule (5.1). On remarque que pour un gaz homogène, le deuxième terme du membre de droite est égal à n^2 .

Dans un gaz sans interaction à $T = 0$, où tous les atomes sont dans le même état de moment nul, on a $Cor(\mathbf{r}) = 0$, ce qui traduit l'absence de corrélations de densité.

Il n'en est nullement le cas dans un gaz en présence d'interactions de contact, en raison de la déplétion quantique. On introduit, pour rendre compte de ces corrélations de densité, le facteur de structure statique $S_{\mathbf{q}}$, que l'on écrit

$$S_{\mathbf{q}} = 1 + \frac{1}{n} \int d^3\mathbf{r} Cor(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \quad (5.15)$$

$S_{\mathbf{q}}$ est donc représentatif de ces corrélations dans l'espace des moments. Dans un gaz idéal à $T = 0$, où $Cor(\mathbf{r}) = 0$, $S_{\mathbf{q}}$ est constant et est égal à 1.

On peut montrer ([74, 146, 67, 80]) que, dans un condensat homogène en interactions faibles à $T = 0$, le facteur de structure statique prend la forme simple :

$$S_{\mathbf{q}} = (u_{\hbar\mathbf{q}} + v_{\hbar\mathbf{q}})^2 \quad (5.16)$$

et est représenté dans la figure 5.2.

On peut également montrer à partir de la formule précédente, en utilisant (5.5) et (5.6), que :

$$S_{\mathbf{q}} = \frac{\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0}{\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}} \quad (5.17)$$

où $\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0 = \frac{\hbar^2 q^2}{2m}$ est l'énergie d'une particule libre de moment $\hbar\mathbf{q}$. Cette relation est appelée loi de Feynmann ([147]) et montre que facteur de structure statique est inversement proportionnel à l'énergie d'une excitation.

Lorsque $q\xi \gg 1$, on a $S_{\mathbf{q}} \approx 1$ (voir fig. 5.2). Aux moments élevés, $S_{\mathbf{q}}$ est donc égal à sa valeur pour un gaz sans interaction. Cela traduit l'absence de corrélations de densités aux distances petites devant $2\pi\xi$ (Nous ne considérons pas ici les corrélations à courte portée, aux distances inférieures à a , étudiées dans [143], grâce à la diffusion de Bragg).

On s'aperçoit, à l'inverse, que $S_{\mathbf{q}}$ tend vers 0 lorsque $q \rightarrow 0$. Les interactions entre particules créent donc, par l'intermédiaire de la déplétion quantique, des corrélations de densité aux distances supérieures à $2\pi\xi$.

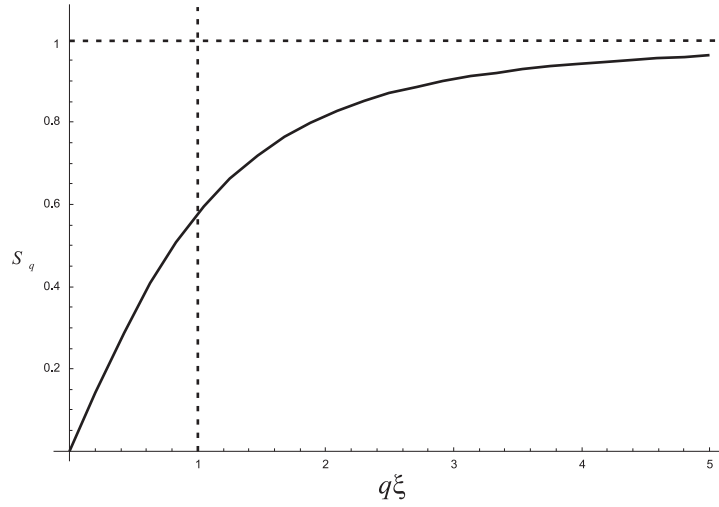


FIGURE 5.2 – Facteur de structure statique d'un BEC dilué en interactions faibles dans l'état fondamental à $T=0$. Cette quantité est représentative des corrélations de densité dans l'espace des moments. $S_{\mathbf{q}}$ tend vers 0 lorsque $q \rightarrow 0$, les interactions créant à longue distance des corrélations de densité dans le condensat. La ligne verticale en tirets indique la limite $q\xi = 1$ du régime phononique. La ligne horizontale en tirets indique la valeur asymptotique, égale à 1, du facteur de structure statique dans le régime des particules ($q\xi \gg 1$).

diffusion de Bragg et excitations de Bogoliubov : Le transfert, vers le condensat, d'un moment $\hbar\mathbf{q}$ et d'une énergie $\hbar\omega$, correspondant à l'excitation d'une quasi-particule de Bogoliubov de moment $\hbar\mathbf{q}$, est résonant à la fréquence $\omega_{\mathbf{q}}$. Un tel transfert peut être réalisé par diffusion de Bragg. Ce processus sera détaillé dans la partie 5.2.1.

Nous verrons également que le taux d'excitation est, dans un condensat homogène, proportionnel au facteur de structure statique $S_{\mathbf{q}}$. Dans un condensat inhomogène, il est possible de mesurer $S_{\mathbf{q}}$ à partir d'un spectre d'excitation, ce qui sera expliqué dans la partie 5.3. Ces considérations sont établies d'après la théorie de la réponse linéaire ([74, 148]) utilisée pour calculer la réponse d'un gaz quantique à une excitation. Elles nous indiquent comment relier la réponse d'un gaz quantique à une excitation aux corrélations de densité existant dans ce dernier ([74]).

Dans l'approximation des excitations faibles de Bogoliubov, les états excités d'un BEC homogène en présence d'interactions de contact sont des quasi-particules. A faible énergie, ce sont des excitations collectives appelées phonons, dont la courbe de dispersion est linéaire, et, à forte énergie, des particules en mouvement dans un gaz dégénéré, les interactions de contact entre ce dernier et les particules excitées étant modélisées par un champ moyen local. Nous allons montrer que malgré le caractère non local du champ moyen dû à l'interaction dipôle-dipôle, la nature des excitations reste la même dans un gaz dipolaire. L'énergie de ces excitations deviendra cependant anisotrope. C'est ce que

nous voulons observer dans nos expériences.

5.1.2 Prise en compte de l'interaction dipôle-dipôle

Nous traitons ici le cas de l'interaction dipôle-dipôle, avec le même formalisme que dans la partie précédente. Nous constatons que l'énergie de diffusion associée à un transfert de moment \mathbf{p} non nul dépend de l'angle que fait la direction du champ magnétique de polarisation avec \mathbf{p} , ce qui découle de l'anisotropie de la DDI. En généralisant au cas d'un gaz dipolaire les formules établies dans la partie précédente, nous retrouvons cette dépendance pour l'énergie d'une quasi-particule de Bogoliubov de moment \mathbf{p} . Le potentiel chimique du condensat est, lui, peu modifié par la DDI.

Hamiltonien du gaz quantique dilué en présence de la DDI

Nous réécrivons la formule (5.2) en incluant l'interaction dipôle-dipôle dans le Hamiltonien :

$$\hat{H} = \sum_{\mathbf{p}} \frac{\mathbf{p}^2}{2m} \hat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}} + \frac{1}{2V} \sum_{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2, \mathbf{p}} U_{\mathbf{p}} \hat{a}_{\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}_1} \hat{a}_{\mathbf{p}_2} \quad (5.18)$$

où $U_{\mathbf{p}}$ est la transformée de Fourier du potentiel d'interaction $U(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}) + V_{dd}(\mathbf{r})$. $V(\mathbf{r})$ et $V_{dd}(\mathbf{r})$ sont respectivement les potentiels d'interaction de contact et dipôle-dipôle. L'expression de $V_{dd}(\mathbf{r})$ est donnée dans l'introduction de cette thèse, dans la formule (0.3). On a $U_{\mathbf{p}} = g + \tilde{V}_{dd}(\frac{\mathbf{p}}{\hbar})$, $\tilde{V}_{dd}(\frac{\mathbf{p}}{\hbar})$ étant la transformée de Fourier de $V_{dd}(\mathbf{r})$. $U_{\mathbf{p}}/V$ est l'énergie d'une diffusion entre deux atomes, s'accompagnant d'un transfert de moment \mathbf{p} . $\tilde{V}_{dd}(\frac{\mathbf{p}}{\hbar})/V$ est la composante dipolaire de cette énergie.

On a :

$$\tilde{V}_{dd}(\mathbf{q}) = \frac{C_{dd}}{3} (3\cos^2\theta_{\mathbf{q}} - 1) \quad (5.19)$$

où $\theta_{\mathbf{q}}$ est l'angle que fait le vecteur \mathbf{q} avec la direction du champ magnétique de polarisation. C_{dd} est donné dans la formule (0.3).

On obtient alors, de même que dans la partie précédente, dans l'approximation de Bogoliubov, en remplaçant les opérateurs $\hat{a}_{\mathbf{0}}^\dagger$ et $\hat{a}_{\mathbf{0}}$ par la constante \sqrt{N} :

$$\hat{H} = U_0 \frac{N^2}{2V} + \sum_{\mathbf{p}} \frac{p^2}{2m} \hat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}} + \frac{n}{2} \sum_{\mathbf{p} \neq \mathbf{0}} U_{\mathbf{p}} (2\hat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}} + \hat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger \hat{a}_{-\mathbf{p}}^\dagger + \hat{a}_{\mathbf{p}} \hat{a}_{-\mathbf{p}} + \frac{mU_{\mathbf{p}}n}{p^2}) \quad (5.20)$$

où $U_0 = g + \tilde{V}_{dd}(\mathbf{0})$. La fonction $\tilde{V}_{dd}(\mathbf{q})$ présente une irrégularité en $\mathbf{q} = \mathbf{0}$. Il est possible de montrer que, raisonnablement, on peut considérer que $\tilde{V}_{dd}(\mathbf{0}) = 0$ ([27]). On peut alors écrire $U_0 = g$.

(5.20) devient donc :

$$\hat{H} = g \frac{N^2}{2V} + \sum_{\mathbf{p}} \frac{p^2}{2m} \hat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}} + \frac{n}{2} \sum_{\mathbf{p} \neq \mathbf{0}} U_{\mathbf{p}} (2\hat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}} + \hat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger \hat{a}_{-\mathbf{p}}^\dagger + \hat{a}_{\mathbf{p}} \hat{a}_{-\mathbf{p}} + \frac{mU_{\mathbf{p}}n}{p^2}) \quad (5.21)$$

On remarque que le premier terme, constant, à droite de l'égalité est le même que dans l'équation (5.3). Ce terme, correspondant à l'énergie de champ moyen d'interaction dans le condensat, n'est pas modifié par l'interaction dipôle-dipôle car la contribution de la DDI à cette énergie, $n\tilde{V}_{dd}(\mathbf{0})$, est nulle. Cela peut se comprendre intuitivement en constatant que la densité d'un condensat homogène est à symétrie sphérique. Or, on se souvient que, dans un condensat sphérique, l'énergie totale d'interaction dipôle-dipôle est nulle (voir partie 4.2.3).

Anisotropie de l'énergie des quasi-particules de Bogoliubov

Après une transformation analogue à (5.4) on peut diagonaliser le Hamiltonien dans la base des quasi-particules de Bogoliubov ([27]) et on obtient :

$$\hat{H} = E_0 + \sum_{\mathbf{p} \neq \mathbf{0}} \epsilon_{\mathbf{p}} \hat{b}_{\mathbf{p}}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{p}} \quad (5.22)$$

où

$$\epsilon_{\mathbf{p}} = \sqrt{\frac{p^2}{2m} \left[\frac{p^2}{2m} + 2gn(1 + \epsilon_{dd}(3\cos^2\theta_{\mathbf{p}} - 1)) \right]} \quad (5.23)$$

avec $\epsilon_{dd} = \frac{C_{dd}}{3g}$. $\epsilon_{\mathbf{p}}$ est l'énergie d'une quasi-particule de Bogoliubov de moment \mathbf{p} , dont les opérateurs de création, $\hat{b}_{\mathbf{p}}^\dagger$, et d'annihilation, $\hat{b}_{\mathbf{p}}$ vérifient :

$$\hat{a}_{\mathbf{p}} = u_{\mathbf{p}} \hat{b}_{\mathbf{p}} + v_{-\mathbf{p}}^* \hat{b}_{-\mathbf{p}}^\dagger, \quad \hat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger = u_{\mathbf{p}}^* \hat{b}_{\mathbf{p}}^\dagger + v_{-\mathbf{p}} \hat{b}_{-\mathbf{p}} \quad (5.24)$$

où

$$u_{\mathbf{p}} = \left(\frac{p^2/2m + (g + \tilde{V}_{dd}(\frac{\mathbf{p}}{\hbar}))n}{2\epsilon_{\mathbf{p}}} + \frac{1}{2} \right)^{1/2}, \quad v_{\mathbf{p}} = - \left(\frac{p^2/2m + (g + \tilde{V}_{dd}(\frac{\mathbf{p}}{\hbar}))n}{2\epsilon_{\mathbf{p}}} - \frac{1}{2} \right)^{1/2} \quad (5.25)$$

E_0 est l'énergie de l'état fondamental du Hamiltonien.

Nous retrouvons, dans la dépendance en $\theta_{\mathbf{p}}$ de l'énergie $\epsilon_{\mathbf{p}}$, le caractère anisotrope de l'interaction dipôle-dipôle. Cela nous permet, après les expériences décrites au chapitre 4, de mettre une nouvelle fois en évidence cette interaction par un basculement de la direction du champ magnétique, en observant l'influence de ce basculement sur l'énergie d'une quasi-particule. $\epsilon_{\mathbf{p}}$ varie entre $\epsilon_{\perp}(\mathbf{p})$ et $\epsilon_{//}(\mathbf{p})$ qui sont les valeurs de cette énergie

lorsque le champ magnétique est respectivement perpendiculaire ($\theta_{\mathbf{p}} = \pi/2$) et parallèle ($\theta_{\mathbf{p}} = 0$) à \mathbf{p} .

$$\text{On a } \epsilon_{\perp}(\mathbf{p}) = \sqrt{\frac{p^2}{2m} \left[\frac{p^2}{2m} + 2gn(1 - \epsilon_{dd}) \right]} \text{ et } \epsilon_{//}(\mathbf{p}) = \sqrt{\frac{p^2}{2m} \left[\frac{p^2}{2m} + 2gn(1 + 2\epsilon_{dd}) \right]}.$$

Ces deux énergies sont représentées dans la courbe de la figure 5.3 dans le cas de notre BEC de chrome, pour $\epsilon_{dd} = 0,16$.

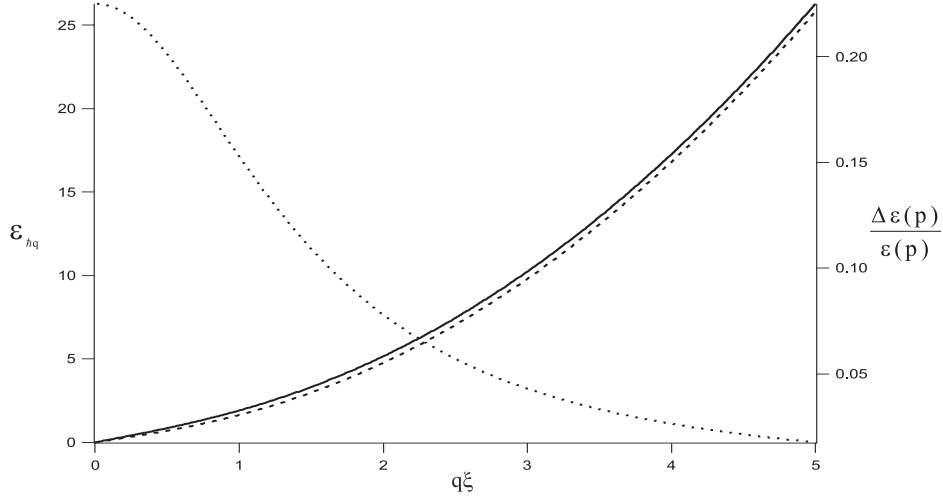


FIGURE 5.3 – Courbe de dispersion d'une quasi-particule de Bogoliubov dans un BEC dipolaire homogène, avec $\epsilon_{dd} = 0,16$. En trait plein et en tirets sont représentées les énergies de ces quasi-particules lorsque la direction de l'excitation est respectivement parallèle et perpendiculaire à l'axe de polarisation des dipôles. En trait pointillé est représenté l'écart relatif entre ces deux énergies (voir texte). Nous le mesurons dans notre expérience dans le cas d'un BEC piégé. Les énergies sont données en unités de $\frac{\hbar^2}{2m\xi^2} = gn$.

Anisotropie de la vitesse du son

Dans le régime phononique, la fréquence $\omega_{\mathbf{q}}$ peut s'écrire, de façon analogue à la formule (5.10) :

$$\omega_{\mathbf{q}} = \frac{\epsilon_{h\mathbf{q}}}{\hbar} \approx c_s(\theta_{\mathbf{q}})q \quad (5.26)$$

où

$$c_s(\theta_{\mathbf{q}}) = \sqrt{\frac{gn(1 + \epsilon_{dd}(3\cos^2\theta_{\mathbf{q}} - 1))}{m}} \quad (5.27)$$

est la vitesse du son dans un condensat homogène dipolaire. Celle-ci dépend, par l'intermédiaire de l'angle $\theta_{\mathbf{q}}$, de la direction du champ magnétique de polarisation re-

lativement à la direction de l'excitation, donnée par le vecteur \mathbf{q} . On calcule que la variation relative sur cette vitesse, induite par un basculement du champ magnétique faisant passer $\theta_{\mathbf{q}}$ de 0 à $\pi/2$ est de $\Delta c_s/c_s \approx 23\%$ pour $\epsilon_{dd} = 0,16$. L'observation expérimentale de cette variation, qui caractérise l'anisotropie de la vitesse du son dans un condensat dipolaire, est l'un des principaux résultats présentés dans ce chapitre.

L'écart relatif $\frac{\Delta \epsilon(\mathbf{p})}{\epsilon(\mathbf{p})} = \frac{\epsilon_{//}(\mathbf{p}) - \epsilon_{\perp}(\mathbf{p})}{(\epsilon_{//}(\mathbf{p}) + \epsilon_{\perp}(\mathbf{p}))/2}$ dépend de ϵ_{dd} . On attend, dans le régime phononique ($q\xi < 1$), un écart relatif $\frac{\Delta \epsilon(\mathbf{p})}{\epsilon(\mathbf{p})}$ de l'ordre de 20 % pour $\epsilon_{dd} = 0,16$, comme on le voit sur la fig. 5.3. Dans notre expérience sur un BEC dipolaire piégé, nous avons mesuré cet écart, du régime phononique au régime des particules, grâce à la diffusion de bragg.

Vitesse du son et vitesse critique superfluide : Il est possible de faire le lien entre la vitesse du son et la vitesse critique superfluide. Notons que la vitesse du son peut être définie, à $\theta_{\mathbf{q}}$ fixé, par :

$$c_s(\theta_{\mathbf{q}}) = \lim_{|\mathbf{q}| \rightarrow 0} \frac{\epsilon_{\hbar \mathbf{q}}}{\hbar |\mathbf{q}|} \quad (5.28)$$

La vitesse critique superfluide $v_S(\theta_{\mathbf{q}})$, est, elle, définie, par :

$$v_S(\theta_{\mathbf{q}}) = \min_{|\mathbf{q}|} \frac{\epsilon_{\hbar \mathbf{q}}}{\hbar |\mathbf{q}|} \quad (5.29)$$

D'après le critère de Landau sur la superfluidité, un défaut se déplaçant dans le condensat à une vitesse inférieure à v_S n'engendre pas la création d'excitations collectives responsables d'un réchauffement du nuage ([10, 74]). Dans un condensat dipolaire homogène, cette vitesse dépend de $\theta_{\mathbf{q}}$ et est donc anisotrope. Il est important de remarquer que pour la relation de dispersion (5.23), on a ([149]) :

$$c_s(\theta_{\mathbf{q}}) = v_S(\theta_{\mathbf{q}}) \quad (5.30)$$

Ainsi, l'observation expérimentale de la dépendance angulaire, en $\theta_{\mathbf{q}}$, de la vitesse du son, est une première indication du caractère anisotrope de la superfluidité dans un BEC dipolaire.

Potentiel chimique et énergie de diffusion

Influence de la DDI sur le potentiel chimique du BEC Notons, qu'à l'inverse de l'énergie des excitations de Bogoliubov, l'énergie E_0 de l'état fondamental est très peu affectée par l'interaction dipôle-dipôle. Si l'on néglige la déplétion quantique, cette énergie est égale à $gN^2/2V$ et donc non altérée par la DDI. La déplétion quantique, qui n'apporte qu'une faible contribution, de l'ordre de 1 %, à l'énergie E_0 , est elle

même relativement peu modifiée par la DDI ([150]). Le potentiel chimique d'un BEC homogène, égal à $\frac{\partial E_0}{\partial N}$, ne subit donc que de manière négligeable l'influence de cette interaction.

Influence de la DDI sur l'énergie de diffusion Dans la formule (5.18), la contribution de la DDI à l'énergie de diffusion $U_{\mathbf{p}}$ est nulle pour $\mathbf{p} = \mathbf{0}$, car, comme nous l'avons mentionné précédemment, $\tilde{V}_{dd}(\mathbf{0}) = 0$. Ainsi, cette contribution n'est non nulle que si la diffusion s'accompagne d'un transfert non nul de moment. Cette énergie de diffusion peut être facilement mise en évidence si l'on étudie l'énergie d'une excitation de Bogoliubov de moment $\hbar\mathbf{q}$ dans le régime des particules ($q\xi \gg 1$), en faisant un développement limité de (5.23) aux moments élevés. On obtient :

$$\epsilon_{\hbar\mathbf{q}} \approx \frac{\hbar^2 q^2}{2m} + gn + \tilde{V}_{dd}(\mathbf{q})n \quad (5.31)$$

$\tilde{V}_{dd}(\mathbf{q})n$ est le décalage énergétique dû à la DDI. Il provient, dans l'approximation de Bogoliubov, de l'interaction d'échange de moment entre une particule de moment $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{q}$ et des particules de moment nul (terme en $U_{\mathbf{p}}\hat{a}_{\mathbf{0}+\mathbf{p}}^\dagger\hat{a}_{\mathbf{p}-\mathbf{p}}^\dagger\hat{a}_{\mathbf{0}}\hat{a}_{\mathbf{p}}$ dans (5.18)). Ce décalage n'est pas une conséquence de l'interaction entre un atome de moment \mathbf{p} et le champ moyen dipolaire produit par les atomes de moment nul car, comme nous l'avons expliqué plus haut, ce champ est nul dans un BEC homogène. La mesure du décalage dû à la DDI de l'énergie d'une excitation de Bogoliubov dans le régime des particules est une observation directe de l'énergie dipolaire de diffusion associée à un transfert non nul de moment.

Nous avons donc établi, dans le cas homogène, la fonction de dispersion caractérisant l'énergie des quasi-particules pour un gaz où existent des interactions de contact et dipôle-dipôle. Cette énergie est anisotrope dans un gaz dipolaire homogène. Nous verrons dans la partie 5.3 comment généraliser ces résultats au cas d'un condensat piégé. En présence d'un potentiel piégeant, le formalisme adopté précédemment, utilisant la théorie quantique des champs, est peu adapté : le moment \mathbf{p} n'étant alors pas un bon nombre quantique, la diagonalisation du Hamiltonien s'avère difficile. Afin de se préparer au traitement des condensats inhomogènes, il est donc utile d'introduire une théorie de champ moyen perturbative analogue à la théorie de Bogoliubov, en première quantification. Appliquée dans un premier temps au cas homogène, elle nous permettra de mieux comprendre la nature des quasi-particules dont nous voulons mesurer l'énergie.

5.1.3 Approximation de champ moyen

Dans cette partie, nous montrons comment retrouver le spectre d'excitation de Bogoliubov, dans le cas homogène, par une théorie de champ moyen, dans la limite des faibles perturbations. Ce spectre est obtenu en déterminant l'évolution temporelle de

l'équation de Gross-Pitaevskii. Ce formalisme, est bien adapté à l'étude de systèmes de taille finie traités dans la partie 5.3.

Équations de Bogoliubov-de Gennes

Nous faisons ici l'approximation de Hartree-Fock, en considérant que pour un BEC à $T=0$, les états de Fock à N corps de notre gaz sont des états produit ([74]). Les atomes du condensat ont donc tous la même fonction d'onde $\psi(\mathbf{r}, t)$ définissant leur état quantique au point \mathbf{r} et à l'instant t . La déplétion quantique, responsable des corrélations de densité dans le BEC, est donc ici négligée. On obtient alors l'équation de Gross-Pitaevskii pour un gaz homogène contenu dans une boîte de volume V en présence d'interactions de contact et dipôle-dipôle :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2 \Delta}{2m} + g|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 + \int V_{dd}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) |\psi(\mathbf{r}', t)|^2 d^3\mathbf{r}' \right) \psi(\mathbf{r}, t) \quad (5.32)$$

Les états stationnaires de ce Hamiltonien non linéaire sont des ondes planes de moment \mathbf{p} et d'énergie $E_{\mathbf{p}} = \frac{p^2}{2m} + gn$. Ces derniers correspondent à un déplacement en bloc de tous les atomes du BEC à une vitesse $\frac{\mathbf{p}}{m}$. Nous nous intéressons à une perturbation de l'état fondamental $\psi_0(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{N}{V}} = \sqrt{n}$ d'énergie μ et écrivons la fonction d'onde dépendant du temps sous la forme

$$\psi(\mathbf{r}, t) = e^{-i\mu t/\hbar} (\psi_0 + u(\mathbf{r})e^{-i\omega t} + v^*(\mathbf{r})e^{i\omega t}) \quad (5.33)$$

où $u(\mathbf{r})$ et $v(\mathbf{r})$ sont des perturbations de faible amplitude de la fonction d'onde ($|u(\mathbf{r})|, |v(\mathbf{r})| \ll \sqrt{n}$).

En remplaçant $\psi(\mathbf{r}, t)$ par (5.33) dans (5.32) on obtient, au premier ordre en $u(\mathbf{r})$ et $v(\mathbf{r})$, les deux équations de Bogoliubov-de Gennes, indépendantes du temps :

$$\begin{aligned} \hbar\omega u(\mathbf{r}) = & \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + gn + n \int V_{dd}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) d^3\mathbf{r}' - \mu \right) u(\mathbf{r}) + gn(u(\mathbf{r}) + v(\mathbf{r})) \\ & + n \int V_{dd}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) (u(\mathbf{r}') + v(\mathbf{r}')) d^3\mathbf{r}', \quad (5.34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\hbar\omega v(\mathbf{r}) = & \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + gn + n \int V_{dd}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) d^3\mathbf{r}' - \mu \right) v(\mathbf{r}) + gn(v(\mathbf{r}) + u(\mathbf{r})) \\ & + n \int V_{dd}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) (v(\mathbf{r}') + u(\mathbf{r}')) d^3\mathbf{r}'. \quad (5.35) \end{aligned}$$

On obtient également l'expression de l'énergie μ de l'état fondamental :

$$\mu = gn + n \int V_{dd}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) d^3 \mathbf{r}' \quad (5.36)$$

Comme, $\int V_{dd}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) d^3 \mathbf{r}' = \tilde{V}_{dd}(\mathbf{0}) = 0$, on a donc :

$$\mu = gn \quad (5.37)$$

En insérant (5.36) dans (5.34) et (5.35), les équations de Bogoliubov-de Gennes deviennent :

$$\hbar\omega u(\mathbf{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta u(\mathbf{r}) + gn(u(\mathbf{r}) + v(\mathbf{r})) + n \int V_{dd}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) (u(\mathbf{r}') + v(\mathbf{r}')) d^3 \mathbf{r}' + \quad (5.38)$$

$$-\hbar\omega v(\mathbf{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta v(\mathbf{r}) + gn(v(\mathbf{r}) + u(\mathbf{r})) + n \int V_{dd}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) (v(\mathbf{r}') + u(\mathbf{r}')) d^3 \mathbf{r}' \quad (5.39)$$

Pour une excitation de moment $\hbar\mathbf{q}$, on choisit $u(\mathbf{r}) = u_{\mathbf{q}}^1 e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$ et $v(\mathbf{r}) = v_{\mathbf{q}}^1 e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$. L'énergie $\hbar\omega$ devient alors $\hbar\omega_{\mathbf{q}}^1$, que nous cherchons à déterminer.

Les équations (5.38) et (5.39) s'écrivent alors :

$$\hbar\omega_{\mathbf{q}}^1 u_{\mathbf{q}}^1 = \left(\epsilon_{\mathbf{q}}^0 + gn + n\tilde{V}_{dd}(\mathbf{q}) \right) u_{\mathbf{q}}^1 + n \left(g + \tilde{V}_{dd}(\mathbf{q}) \right) v_{\mathbf{q}}^1 \quad (5.40)$$

$$-\hbar\omega_{\mathbf{q}}^1 v_{\mathbf{q}}^1 = \left(\epsilon_{\mathbf{q}}^0 + gn + n\tilde{V}_{dd}(\mathbf{q}) \right) v_{\mathbf{q}}^1 + n \left(g + \tilde{V}_{dd}(\mathbf{q}) \right) u_{\mathbf{q}}^1 \quad (5.41)$$

où $\tilde{V}_{dd}(\frac{\mathbf{p}}{\hbar})$ est la transformée de Fourier du potentiel d'interaction dipôle-dipôle (0.3), donnée dans la formule (5.19). $\epsilon_{\mathbf{q}}^0 = \frac{\hbar q^2}{2m}$ est l'énergie cinétique d'une particule libre de moment $\hbar\mathbf{q}$.

On peut donc résoudre (5.40) et (5.41), en imposant $\hbar\omega_{\mathbf{q}}^1$ positif, pour trouver :

$$\hbar\omega_{\mathbf{q}}^1 = \epsilon_{\hbar\mathbf{q}} \quad (5.42)$$

où $\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}$ est l'énergie (5.23) d'une quasi-particule de moment $\hbar\mathbf{q}$, figurant dans la formule (5.23).

Onde de densité induite par l'excitation

En choisissant, pour $u_{\mathbf{q}}^1$ et $v_{\mathbf{q}}^1$, des solutions réelles et de faible amplitude ($|u_{\mathbf{q}}^1|, |v_{\mathbf{q}}^1| \ll \sqrt{n}$) aux équations (5.40) et (5.41), la densité $n(\mathbf{r}, t) = |\psi(\mathbf{r}, t)|^2$ peut alors s'écrire, au premier ordre en $u_{\mathbf{q}}^1$ et $v_{\mathbf{q}}^1$:

$$n(\mathbf{r}, t) \simeq n \left[1 + \frac{2}{\sqrt{n}} (u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1) \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} - \omega_{\mathbf{q}} t) \right] \quad (5.43)$$

Déplacement de l'onde de densité dans le BEC : Cette théorie de champ moyen montre que les excitations de Bogoliubov de moment $\hbar\mathbf{q}$ sont à l'origine d'une onde de densité, exprimée dans la formule (5.43). La vitesse de phase, à laquelle les fronts d'onde se déplacent dans le BEC, est égale à la vitesse du son c_s dans le régime phononique et à $\frac{\hbar q}{2m}$ dans le régime des particules. Dans une expérience de diffusion de Bragg, l'excitation a une extension spatiale finie et n'est donc pas parfaitement monochromatique. Cette excitation prend la forme de trains d'onde qui se déplacent dans le condensat à la vitesse de groupe $\frac{d\omega_{\mathbf{q}}}{dq}$, égale à c_s dans le régime phononique et à $\frac{\hbar q}{m}$ dans le régime des particules.

Interprétation de l'énergie d'une excitation dans un BEC dipolaire : Nous avons pu retrouver, dans la formule (5.42), l'énergie des excitations de Bogoliubov, sans avoir à les quantifier. La théorie de champ moyen exposée dans cette partie rend donc compte de la modification de cette énergie par l'interaction dipôle-dipôle. Selon cette même théorie, cette interaction ne modifie pas le potentiel chimique μ du condensat, comme le montre la formule (5.37), en accord avec les résultats de la partie 5.1.1 (à condition de négliger la déplétion quantique).

Nous allons nous servir de ce même formalisme pour donner une explication intuitive à l'influence de la DDI sur l'énergie d'une excitation de Bogoliubov. Dans ce but, nous pouvons d'abord calculer l'énergie d'interaction dans un gaz dipolaire homogène, de densité n , excité avec un moment $\hbar\mathbf{q}$. Cette énergie s'écrit, dans une boîte de volume V :

$$E_{int} = \frac{1}{2} \int \int n(\mathbf{r}', t) U(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) n(\mathbf{r}, t) d^3\mathbf{r}' d^3\mathbf{r} \quad (5.44)$$

où $U(\mathbf{r})$ est le potentiel incluant l'interaction de contact et l'interaction dipôle-dipôle.

En remplaçant $n(\mathbf{r}, t)$ par la formule (5.43), l'intégrale précédente donne, à l'ordre deux en $u_{\mathbf{q}}^1$ et $v_{\mathbf{q}}^1$:

$$E_{int} = g \frac{N^2}{2V} + N[g + \tilde{V}_{dd}(\mathbf{q})] (u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1)^2 \quad (5.45)$$

où $N = nV$.

Cette énergie d'interaction est la somme de l'énergie $g \frac{N^2}{2V}$ du gaz homogène à l'état fondamental et d'un terme lié à l'excitation. Ce dernier dépend bien sûr de l'amplitude de l'excitation, par le biais de $(u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1)^2$.

En remplaçant $\tilde{V}_{dd}(\mathbf{q})$ par son expression (5.19), ce deuxième terme s'écrit :

$$E_{int}^{(exc)} = Ng[1 + \epsilon_{dd}(3\cos^2\theta_{\mathbf{p}} - 1)](u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1)^2 \quad (5.46)$$

On s'aperçoit que lorsque les dipôles sont alignés parallèlement à la direction de l'excitation ($\theta_{\mathbf{p}} = 0$), la contribution de la DDI à cette énergie est positive. Elle est négative lorsque les dipôles sont alignés perpendiculairement à l'excitation ($\theta_{\mathbf{p}} = \pi/2$).

Cela peut se comprendre intuitivement :

Pour cela, réécrivons d'abord la densité $n(\mathbf{r}, t)$, au premier ordre en $u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1$ (les termes d'ordre supérieur donnent une contribution négligeable à l'énergie d'interaction $E_{int}^{(exc)}$), comme :

$$n(\mathbf{r}, t) = n \left(1 - \frac{2}{\sqrt{n}} \epsilon (u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1) \right) + 2\sqrt{n}(u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1)[\epsilon + \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} - \omega_{\mathbf{q}} t)] \quad (5.47)$$

où $\epsilon = 1$ si $u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1 \geq 0$ et $\epsilon = -1$ si $u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1 < 0$.

Cette densité est donc la somme d'une composante uniforme, de densité $n \left(1 - \frac{2}{\sqrt{n}} \epsilon (u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1) \right)$, et d'un terme modulant, positif et de faible amplitude, qui peut s'écrire $4\sqrt{n}(u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1) \cos^2(\frac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} - \omega_{\mathbf{q}} t}{2})$, si $u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1 \geq 0$, ou $4\sqrt{n}|u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1| \sin^2(\frac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} - \omega_{\mathbf{q}} t}{2})$, si $u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1 < 0$. En tout point de l'espace, le potentiel dipôle-dipôle produit par la partie uniforme est nul. Du point de vue de la DDI, tout se passe donc comme si la densité était égale au terme modulant. En adoptant ce point de vue, on peut donc considérer, à l'instant t , notre gaz comme confiné dans un réseau 1D de plans, l'espacement entre chaque site de ce réseau étant de $\frac{2\pi}{q}$ (voir figure 5.4). Dans ce système, l'énergie totale d'interaction dipôle-dipôle s'écrit, d'après la formule (5.46) :

$$E_{dip}^{(exc)} = Ng\epsilon_{dd}(3\cos^2\theta_{\mathbf{q}} - 1)(u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1)^2 \quad (5.48)$$

On se souvient, d'après la partie 4.2.3, que l'interaction dipôle-dipôle est globalement répulsive si l'axe selon lequel le gaz dipolaire est le plus confiné est parallèle à l'axe de magnétisation des dipôles. A l'inverse, la DDI est globalement attractive si l'axe de plus fort confinement est perpendiculaire à l'axe des dipôles. Pour le système décrit dans le présent paragraphe, l'axe de plus fort confinement est l'axe d'excitation, parallèle à \mathbf{q} (axe vertical sur la figure 5.4).

Ainsi, si $\theta_{\mathbf{q}} = 0$, l'interaction dipôle est répulsive à l'intérieur des plans. Les plans ont par contre tendance à s'attirer l'un l'autre, car ils sont alignés selon l'axe des dipôles. Le signe positif de l'énergie dipolaire (5.48) pour $\theta_{\mathbf{q}} = 0$ montre que c'est la tendance répulsive qui prédomine.

En revanche, pour $\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2$, la DDI est attractive à l'intérieur des plans, les dipôles étant alignés parallèlement à ces derniers. Les plans ont par contre tendance à se

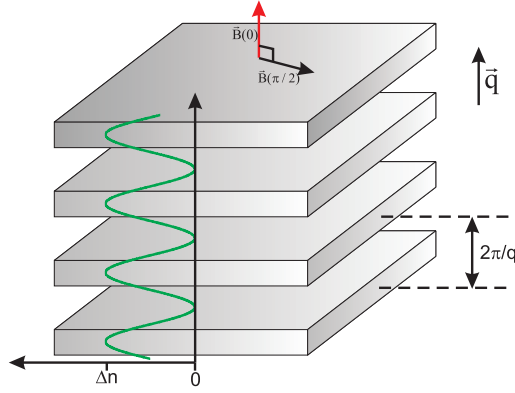


FIGURE 5.4 – Représentation schématique de l'onde de densité causée par une excitation de Bogoliubov de moment $\hbar\mathbf{q}$. On considère ici que la densité est composée d'une partie homogène, non représentée sur la figure, et d'un terme modulant positif (courbe verte) d'amplitude $\Delta n = 4\sqrt{n}|u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1|$ (voir texte). Les pics de densité sont représentés par des plans perpendiculaires à \mathbf{q} et séparés de $\frac{2\pi}{q}$. Si $\theta_{\mathbf{q}} = 0$ (flèche rouge pour l'orientation du champ magnétique), la DDI est globalement répulsive : elle est répulsive à l'intérieur des plans, les plans ayant par contre tendance à s'attirer l'un l'autre. Si $\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2$ (flèche noire pour l'orientation du champ magnétique), la DDI est globalement attractive : elle est attractive à l'intérieur des plans, les plans ayant par contre tendance à se repousser l'un l'autre.

repousser l'un l'autre. Le signe négatif de l'énergie dipolaire (5.48) montre que dans ce cas de figure, la DDI est globalement attractive.

On comprend donc pourquoi, bien que le champ moyen d'interaction dipôle-dipôle soit nul dans un gaz homogène, la DDI modifie l'énergie d'une excitation de Bogoliubov. L'excitation brise en effet l'homogénéité du gaz en étant à l'origine d'une onde de densité. L'énergie d'interaction due à la DDI dépend alors, comme nous venons de le voir, de l'angle que fait l'axe des dipôles avec les fronts d'onde.

Comparaison avec d'autres cas expérimentaux ou théoriques : La dépendance angulaire, en $\epsilon_{dd}(3\cos^2\theta_{\mathbf{q}} - 1)$, de l'énergie d'interaction de l'excitation dans un gaz dipolaire homogène, se retrouve dans l'énergie $\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}$ d'une quasi-particule de Bogoliubov, exprimée dans la formule (5.23). Des arguments similaires à ceux que nous avons exposés pourraient être utilisés pour expliquer l'influence de la DDI sur l'énergie des excitations de Bogoliubov dans des systèmes de basse dimensionnalité. En dimension réduite, cette influence est clairement différente du cas 3D que nous avons traité. Dans les cas 2D ou quasi-2D par exemple, la vitesse du son est indépendante de l'angle que fait le vecteur \mathbf{q} avec la projection du champ magnétique de polarisation dans le plan dans lequel le BEC est confiné ([151]). Pour des systèmes 1D ou quasi-1D, la DDI fait diminuer la vitesse du son si le champ magnétique est orienté selon l'axe du

condensat, le long duquel les excitations se propagent ([152]). Dans un système 3D, la vitesse du son est, à l'inverse, augmentée par la DDI lorsque les dipôles sont polarisés parallèlement à la direction de propagation de l'onde sonore (voir formule (5.27) pour $\theta_{\mathbf{q}} = 0$).

Pour revenir à ce cas 3D, notons que lorsque $\epsilon_{dd} > 1$, l'énergie d'interaction $E_{int}^{(exc)}$ est négative si $\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2$. Dans ce cas, l'énergie $\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}$ est alors imaginaire aux très faibles moments $\hbar\mathbf{q}$. C'est la signature d'une instabilité dynamique du condensat. Cette instabilité liée à l'énergie d'excitation diffère de l'instabilité liée à la géométrie du condensat, et que nous avons mentionnée dans la partie 4.1.2. Pour le comprendre, notons que dans un condensat dipolaire fortement aplati selon l'axe de magnétisation des dipôles, la DDI est globalement répulsive si le gaz quantique est dans son état fondamental, ce qui tend à stabiliser le condensat ([29, 119]). Cependant, si $\epsilon_{dd} > 1$, ce BEC peut être rendu instable par le caractère fortement attractif de l'énergie d'interaction dipôle-dipôle liée aux excitations pour $\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2$. Cette instabilité, qui ne peut avoir lieu que dans des condensats suffisamment denses, est liée à la physique des rotons ([32]) et n'a pas encore été observée expérimentalement.

Un phénomène similaire au cas où $\theta_{\mathbf{q}} = 0$ a récemment été mis en évidence expérimentalement par l'équipe de T. Pfau ([153]). Dans cette expérience, un BEC de chrome en forme de cigare a été confiné dans un réseau optique 1D orienté selon l'axe du cigare, selon lequel les dipôles étaient polarisés. En l'absence du réseau optique, la DDI est globalement attractive dans un condensat allongé le long de l'axe des dipôles, et peut donc causer une implosion du BEC si $\epsilon_{dd} > 1$. Il a été observé que l'application du réseau optique 1D rendait la DDI globalement répulsive et pouvait donc stabiliser le condensat. Cette expérience a également mis en évidence l'attraction, due à la DDI, existant entre les sites du réseau ([154]) et que nous avons évoquée dans la discussion précédente. Cette expérience, faite à Stuttgart, présente toutefois des différences majeures avec l'expérience de diffusion Bragg décrite dans le présent chapitre. En effet, dans cette dernière, la modulation de densité n'est pas due au chargement du BEC dans un réseau optique mais bien à l'interférence d'une onde de moment $\mathbf{0}$, caractérisant le condensat, et de deux ondes, de moment $\hbar\mathbf{q}$ et $-\hbar\mathbf{q}$, qui caractérisent les excitations de Bogoliubov.

Discussion : L'énergie totale associée à ces excitations peut être déterminée en ajoutant à l'énergie d'interaction $E_{int}^{(exc)}$ l'énergie cinétique $E_c^{(exc)}$ qui vaut :

$$E_c^{(exc)} = \int \psi^*(\mathbf{r}, t) \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta^2 \right) \psi(\mathbf{r}, t) = V (|u_{\mathbf{q}}^1|^2 + |v_{\mathbf{q}}^1|^2) \frac{\hbar^2 q^2}{2m} \quad (5.49)$$

L'énergie totale d'excitation, $E_{tot}^{(exc)} = E_c^{(exc)} + E_{int}^{(exc)}$ dépend de l'amplitude de cette dernière, liée aux valeurs de $u_{\mathbf{q}}^1$ et $v_{\mathbf{q}}^1$, et devient donc nulle lorsque cette amplitude tend vers 0. Toutefois, on peut facilement faire le lien entre $E_{tot}^{(exc)}$ et l'énergie (5.23)

d'une quasi-particule de Bogoliubov : il suffit pour cela de constater que les solutions réelles $u_{\mathbf{q}}^1$ et $v_{\mathbf{q}}^1$, d'énergie positive $\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}$, des équations (5.40) et (5.41), s'écrivent ([67]) :

$$\begin{pmatrix} u_{\mathbf{q}}^1 \\ v_{\mathbf{q}}^1 \end{pmatrix} = \frac{\alpha}{\sqrt{V}} \begin{pmatrix} u_{\hbar\mathbf{q}} \\ v_{\hbar\mathbf{q}} \end{pmatrix} \quad (5.50)$$

où $u_{\hbar\mathbf{q}}$ et $v_{\hbar\mathbf{q}}$ sont les coefficients de Bogoliubov définis dans la formule (5.25) et α est un réel sans dimension.

On obtient alors :

$$E_{tot}^{(exc)} = \alpha^2 \left[(|u_{\hbar\mathbf{q}}|^2 + |v_{\hbar\mathbf{q}}|^2) \frac{\hbar^2 q^2}{2m} + ng[1 + \epsilon_{dd}(3\cos^2\theta_{\mathbf{p}} - 1)](u_{\hbar\mathbf{q}} + v_{\hbar\mathbf{q}})^2 \right] \quad (5.51)$$

En remplaçant $u_{\hbar\mathbf{p}}$ et $v_{\hbar\mathbf{p}}$ par leurs expressions respectives on obtient finalement

$$E_{tot}^{(exc)} = \alpha^2 \epsilon_{\hbar\mathbf{q}} \quad (5.52)$$

où $\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}$ est l'énergie d'une quasi-particule de Bogoliubov de moment $\hbar\mathbf{q}$, dans un gaz dipolaire homogène, définie dans la formule (5.23). Notons que le calcul du moment transféré au condensat par l'excitation, $\langle \psi(\mathbf{r}, t) | \hat{p} | \psi(\mathbf{r}, t) \rangle$, donne $\alpha^2 \hbar\mathbf{q}$ ([67]). Ainsi, l'énergie $E_{tot}^{(exc)}$ gagnée par le condensat après le transfert d'un moment $\hbar\mathbf{q}$ ($|\alpha| = 1$), correspondant, si les excitations sont quantifiées, au moment d'une seule quasi-particule, est bien $\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}$. L'équation (5.52) prend donc tout son sens et est cohérente avec les résultats de la partie 5.1.2.

Puisque $E_{tot}^{(exc)} = E_c^{(exc)} + E_{int}^{(exc)}$, l'égalité (5.52) nous permet de faire le lien entre l'énergie $\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}$ et l'énergie d'interaction due à l'excitation, $E_{int}^{(exc)}$, dont la modification par la DDI a pu être expliquée de façon intuitive. Un traitement de l'énergie d'interaction semblable au nôtre est d'ailleurs utilisé dans [155] pour déterminer l'énergie d'une excitation de Bogoliubov dans un gaz homogène dipolaire en géométrie quasi-2D.

L'égalité (5.52) révèle également la complexité du rôle que joue la DDI dans la physique des excitations de Bogoliubov : dans (5.52), nous avons utilisé le fait que

$$\epsilon_{\hbar\mathbf{q}} = (2N_{\hbar\mathbf{q}} - 1) \frac{\hbar^2 q^2}{2m} + S_{\mathbf{q}} ng[1 + \epsilon_{dd}(3\cos^2\theta_{\mathbf{q}} - 1)]. \quad (5.53)$$

Le pré-facteur $2N_{\hbar\mathbf{q}} - 1 = |u_{\hbar\mathbf{q}}|^2 + |v_{\hbar\mathbf{q}}|^2$ du terme cinétique (premier terme du membre de droite) est le nombre de particules, ayant un moment $\hbar\mathbf{q}$ ou $-\hbar\mathbf{q}$, composant la quasi-particule de Bogoliubov de moment $\hbar\mathbf{q}$ (voir partie 5.1.1). Le pré-facteur $S_{\mathbf{q}} = (u_{\hbar\mathbf{q}} + v_{\hbar\mathbf{q}})^2$ du deuxième terme du membre de droite, lié aux interactions, est le facteur de structure statique du condensat dipolaire homogène. $S_{\mathbf{q}}$ est, d'après la formule (5.15) un indicateur des corrélations de densité dans le condensat.

La dépendance angulaire en $3\cos^2\theta_{\mathbf{q}} - 1$, due à la DDI et apparaissant dans la formule (5.53), a pu être expliquée intuitivement au paragraphe précédent. Cependant,

comme $u_{h\mathbf{q}}$ et $v_{h\mathbf{q}}$ dépendent également de $3 \cos^2 \theta_{\mathbf{q}} - 1$ (voir formule (5.25)), cette dépendance angulaire se retrouve dans les termes $N_{h\mathbf{q}}$ et $S_{\mathbf{q}}$ de l'équation (5.53). Cela révèle le caractère non intuitif de l'influence de la DDI sur l'énergie d'excitation. Ce dernier est particulièrement marqué dans le régime phononique ($q < \xi^{-1}$), où $N_{h\mathbf{q}}$ et $S_{\mathbf{q}}$ sont très différents de 1.

Nous avons pu retrouver à l'aide d'une théorie de champ moyen, où les corrélations du deuxième ordre sont négligées, les principaux résultats issus de l'approximation de Bogoliubov pour un BEC dipolaire homogène. Cette théorie nous a également permis de mieux comprendre la nature des excitations de Bogoliubov et de développer une intuition concernant la modification de leur énergie par la DDI.

5.2 Description de l'expérience

NB : Dans cette partie, nous nous référons, pour exprimer le module B du champ magnétique \mathbf{B} , à la fréquence de Larmor $g_3 \mu_B B / h$, où B est le module du champ magnétique, g_3 est le facteur de Landé dans l'état 7S_3 , μ_B est le magnéton de Bohr et h est la constante de Planck.

Contexte historique

La vitesse du son : L'un des buts de l'expérience proposée dans ce chapitre est de mesurer la vitesse du son dans un condensat dipolaire. Cette vitesse, que nous avons introduite dans la partie 5.1.1 dans le cas homogène, caractérise la propagation dans le condensat de perturbations dont la longueur d'onde est supérieure à la longueur de cicatrisation ξ ([67, 75]).

Dans la partie 5.1.2, nous avons remarqué que dans un condensat homogène 3D en interactions faibles, la vitesse du son était égale à la vitesse critique superfluide de Landau. Ceci reste vrai pour un condensat de taille finie dans le régime de Thomas-Fermi, si ce dernier est piégé dans un potentiel relativement peu anisotrope. Il en est ainsi dans notre expérience, où les rapports d'anisotropie $\gamma_{xy} = \frac{\omega_y}{\omega_x}$ et $\gamma_{xz} = \frac{\omega_z}{\omega_x}$, $\omega_{x,y,z}/2\pi$ étant les fréquences du piège, sont de l'ordre de 1. Dans un tel système, le rayon typique R_{TF} du condensat, qui est légèrement ovale, varie peu selon les trois axes du piège. Les excitations de longueur d'onde très inférieure à R_{TF} ont alors lieu en géométrie 3D, pour laquelle la vitesse critique de Landau et la vitesse du son sont égales.

La vitesse du son a été mesurée pour la première fois, dans un BEC de sodium très allongé, par le groupe de W. Ketterle au MIT ([156]). Était appliqué brusquement au centre du BEC, par le biais d'un laser fortement hors résonance, un défaut de petite taille modifiant localement la densité du condensat. Cette perturbation en densité se propageait ensuite le long du BEC, considéré dans ce cas comme un système quasi

1D ([157]), à la vitesse du son. Un système d'imagerie in situ en permettait alors directement la mesure.

Comme nous ne disposons pas d'un tel système d'imagerie, il ne nous a pas été possible d'effectuer une expérience analogue pour observer l'influence de la DDI sur la vitesse du son. Dans un très récent article théorique est étudiée, à l'aide de simulations numériques, la propagation, dans un gaz dipolaire, des ondes sonores causées par une perturbation analogue à celle de l'expérience du MIT décrite ci-dessus. Cette propagation, rendue anisotrope par la DDI, est étudiée pour différentes dimensionnalités (3D, 2D ou quasi-2D et 1D ou quasi-1D) ([152]).

L'utilisation de la diffusion de Bragg pour exciter un condensat dilué :

Notre expérience utilise la diffusion de Bragg pour mesurer la vitesse du son. Dans le régime phononique, l'énergie des quasi-particules de Bogoliubov, introduites dans la partie 5.1, est proportionnelle à la vitesse du son. Nous expliquons en 5.2.1 comment exciter ces quasi-particules par diffusion de Bragg. Cette technique a été utilisée pour la première fois en 1999 par le groupe de W. Ketterle au MIT pour sonder la courbe de dispersion d'un condensat de sodium dans le régime des particules ([14]) et dans le régime phononique ([12]). En 2002, dans le groupe de N. Davidson du "Weizmann Institute of Science", la diffusion de Bragg a permis de sonder une large bande couvrant ces deux régimes ([13]) pour un BEC de rubidium. Dans cette même expérience a été observée la décroissance, aux grandes longueurs d'onde, du facteur de structure statique $S_{\mathbf{q}}$ du condensat.

5.2.1 Transition de Bragg à deux photons

Nous introduisons ici la diffusion de Bragg, où un BEC est excité par un réseau optique en mouvement. Nous expliquons comment ce procédé peut exciter le condensat. Nous interprétons également cette excitation comme la conséquence d'une transition de Bragg à deux photons.

Réseau optique en mouvement dans le BEC Dans cette expérience de diffusion de Bragg, on crée au niveau du condensat de chrome un réseau optique en mouvement, de profondeur U_0 faible devant le potentiel chimique du BEC. Ce réseau est créé par l'interférence de deux faisceaux laser de vecteur d'onde \mathbf{k}_1 et \mathbf{k}_2 , ayant quasiment la même longueur d'onde $\frac{2\pi}{k}$ et faisant entre eux un angle θ . Le désaccord entre les fréquences des deux faisceaux est noté ω . Ce réseau optique est dû au déplacement lumineux induit par l'intensité lumineuse résultant de l'interférence des deux faisceaux. Dans notre expérience, on a $|\omega| \ll |\Delta|$ et $\Delta \gg \Gamma$, où Δ est le désaccord entre les fréquences ω_1 et ω_2 des faisceaux laser et la fréquence de la transition ${}^7S_3 \rightarrow {}^7P_4$, et Γ est le taux d'émission spontanée dans 7P_4 . En réalité, d'autres transitions rentrent en compte dans le calcul du déplacement lumineux ([89, 83]) mais le désaccord des

faisceaux lasers relativement à ces transitions est comparable ou supérieur à Δ . Si les inégalités précédentes sont vérifiées pour la transition ${}^7S_3 \rightarrow {}^7P_4$, elles le sont pour toutes les autres transitions.

Le potentiel $V_{bragg}(\mathbf{r}, t)$ dépendant du temps, crée sur les atomes par le réseau optique, s'écrit :

$$V_{bragg}(\mathbf{r}, t) = U_0 \cos^2 \left(\frac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} - \omega t}{2} \right) \quad (5.54)$$

où

$$\mathbf{q} = \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1 \quad (5.55)$$

avec

$$q = 2k \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (5.56)$$

On peut distinguer dans cette formule une partie constante et une partie sinusoïdale en posant $V_{bragg}(\mathbf{r}, t) = \frac{U_0}{2} + V_{mod}(\mathbf{r}, t)$, avec :

$$V_{mod}(\mathbf{r}, t) = \frac{U_0}{2} \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} - \omega t) \quad (5.57)$$

Ce potentiel sinusoïdal, qui se déplace dans le BEC à la vitesse de phase $|\omega|/q$, est responsable de la création de quasi-particules de moment $\hbar\mathbf{q}$ ou $-\hbar\mathbf{q}$, selon le signe de ω . Cette création a lieu si $\omega = \omega_{\mathbf{q}}$, où $\omega_{\mathbf{q}}$ est la fréquence caractérisant l'énergie, donnée dans la formule (5.23), d'une quasi-particule de moment $\hbar\mathbf{q}$. En effet, si cette condition est vérifiée, $V_{mod}(\mathbf{r}, t)$ a la même forme que l'onde de densité (5.43) associée à cette quasi-particule. En particulier, pour exciter un phonon de moment $\hbar\mathbf{q}$, on doit avoir $\omega = c_s q$. Dans ce cas, le réseau optique se déplace dans le BEC à la vitesse du son c_s dans le sens de propagation du phonon dont il engendre la création.

Diffusion à deux photons Ce processus de création d'une quasi-particule de moment $\hbar\mathbf{q}$ peut être vu comme un processus de diffusion à deux photons : les atomes absorbent un photon dans un faisceau laser de vecteur d'onde \mathbf{k}_2 pour le ré-émettre dans un faisceau de vecteur d'onde \mathbf{k}_1 . Les transferts nets d'impulsion et d'énergie des faisceaux laser vers les atomes sont respectivement $\hbar(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) = \hbar\mathbf{q}$ et $\hbar\omega$ (voir fig. 5.5). Pour le processus inverse, ces transferts seront respectivement $-\hbar\mathbf{q}$ et $-\hbar\omega$. On a donc deux résonances, à $\hbar\omega = \epsilon_{\hbar\mathbf{q}}$ et $\hbar\omega = -\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}$, qui correspondent respectivement à la création d'une quasi-particule de moment $\hbar\mathbf{q}$ et $-\hbar\mathbf{q}$.

En l'absence d'interactions entre les atomes ($g = C_{dd} = 0$), la diffusion à deux photons est un processus de Rabi, dont les oscillations ont la pulsation

$$\Omega_B = \frac{U_0}{2\hbar}. \quad (5.58)$$

Ω_B est appelée pulsation de Rabi à deux photons. Cette quantité est proportionnelle à $\sqrt{I_1 I_2}$, où I_1 et I_2 sont les intensités lumineuses des deux faisceaux laser.

En présence d'interactions et dans le cas homogène, le taux de création, par atome du BEC, d'une quasi-particule de moment $\hbar\mathbf{q}$, est, dans la limite des faibles excitations, celui d'une règle d'or de Fermi ([12, 67, 80, 146]). Il est donné par

$$\Gamma_B(\omega) = 2\pi \left(\frac{\Omega_B}{2} \right)^2 S_q \delta(\omega - \omega_q) \quad (5.59)$$

où S_q est le facteur de structure statique du BEC à $T=0$, introduit dans la partie 5.1.1.

Cette formule servira de base à la discussion de la partie 5.3.2 visant à établir le taux d'excitation dans le cas inhomogène.

5.2.2 Dispositif expérimental

Nous décrivons ici le matériel mis en œuvre pour réaliser la spectroscopie de Bragg du BEC de Chrome.

Les faisceaux de Bragg

Le laser utilisé pour l'expérience : Le laser émettant les deux faisceaux de Bragg est le laser vert à 532 nm dont la fonction principale est de pomper la chaîne laser produisant nos faisceaux bleus de refroidissement du chrome. Ce laser ayant précédemment été utilisé pour former un réseau optique sur le condensat de chrome (voir partie 6.1.2), la présence de deux faisceaux déjà positionnés et alignés sur le condensat a été la première raison du choix de ce laser, la deuxième étant le fort désaccord existant entre sa fréquence et celle de la transition ${}^7S_3 \rightarrow {}^7P_4$. Ce désaccord garantit en effet un taux d'émission spontanée négligeable pendant la durée de l'excitation. Malgré ce fort désaccord, seuls quelques mW sont nécessaires à cette expérience, qui se situe dans le régime des faibles excitations.

Disposition des faisceaux de Bragg : Le régime phononique, défini dans la partie 5.1, n'est atteint que pour des valeurs θ de l'angle entre les deux faisceaux inférieures à typiquement 20° . Afin de pouvoir régler θ à des valeurs suffisamment petites pour sonder ce régime, nous avons donc choisi de faire passer les deux faisceaux par le même hublot de l'enceinte du BEC. Il s'agit du hublot d'imagerie, ce dernier ayant été choisi pour trois raisons. D'abord, un faisceau laser à 532 nm avait déjà été aligné sur les atomes en passant par ce hublot avant cette expérience pour faire des réseaux optiques. De plus, utiliser ce hublot pour le passage des deux faisceaux nous garantit que le moment transféré aux atomes, et donc l'excitation en résultant, sera parallèle

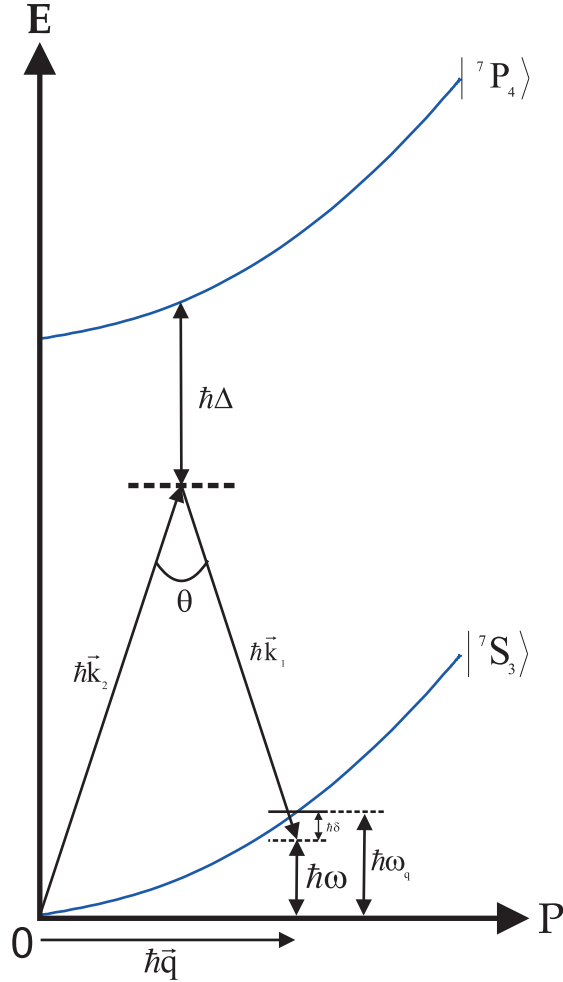


FIGURE 5.5 – Transition de Bragg à deux photons faisant intervenir l'état fondamental 7S_3 et l'état excité 7P_4 . L'absorption d'un photon du laser de vecteur d'onde \mathbf{k}_2 se traduit par le peuplement d'un état virtuel, dont l'écart énergétique par rapport aux états 7P_4 vaut $\hbar\Delta$. La ré-émission d'un photon dans le faisceau du laser de vecteur d'onde \mathbf{k}_1 transfère l'atome excité vers l'état fondamental, le bilan de la transition à deux photons étant un gain de $\hbar\mathbf{q} = \hbar(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1)$ en moment et de $\hbar\omega$ en énergie. A résonance $\delta = 0$, où δ est le désaccord entre la différence des fréquences des deux faisceaux laser, ω , et la fréquence de résonance ω_q d'excitation d'une quasi-particule de moment $\hbar\mathbf{q}$. Cette figure n'est pas à l'échelle puisqu'en réalité, $\omega \ll \Delta$. En réalité, le processus implique également les états excité 7P_3 et 7P_2 , que, dans un souci de clarté, nous n'avons pas représenté ici. La présence de ces autres états excité ne modifie pas fondamentalement la physique de la transition de Bragg à deux photons. Les différentes transitions ${}^7S_3 \rightarrow {}^7P_4$, ${}^7S_3 \rightarrow {}^7P_3$ et ${}^7S_3 \rightarrow {}^7P_2$ pouvant être traitées comme étant indépendantes, le taux de transition de Bragg est la somme des taux de transition associés à chaque transition.

au plan d'imagerie. Enfin, nous avons trouvé un moyen simple de coupler un nouveau faisceau laser vert via ce hublot en passant à travers une lentille d'imagerie et le miroir d'imagerie. Ce miroir est réfléchissant pour le laser bleu de l'imagerie par absorption, mais est quasiment transparent pour le vert, avec 90 % d'efficacité de transmission.

Un système, inspiré de [158, 159], a été mis en place afin de pouvoir modifier facilement l'angle θ . Le premier faisceau, dit de référence, est fixe et est focalisé sur le condensat par une lentille de focale 25 cm. Ce faisceau emprunte le chemin du réseau optique horizontal utilisé dans l'expérience décrite en partie 6.1.2, la rétro-réflexion de ce dernier ayant ici été bloquée. Le deuxième faisceau est mobile. La lentille faisant converger ce faisceau sur les atomes n'est autre que le premier doublet du système d'imagerie, de focale 20 cm. Son diamètre est de 5 cm. Le miroir dirigeant le faisceau mobile vers le doublet d'imagerie parallèlement à l'axe optique de cette lentille, est placé sur un socle de translation dont l'excursion fait également 5 cm (fig. 5.6). En translatant le faisceau mobile perpendiculairement à l'axe optique du doublet d'imagerie, nous pouvons faire varier l'angle entre les deux faisceaux de Bragg de 5° à $14,5^\circ$. Les waists théoriques au niveau des atomes du faisceau Bragg de référence et du faisceau mobile sont respectivement de $40 \mu\text{m}$ et de $32 \mu\text{m}$.

Pour les mesures à grand angle θ , destinées à sonder le régime des particules ($q\xi \gg 1$), le faisceau de Bragg mobile passe cette fois-ci par le hublot vertical (voir trait en pointillés verts sur le schéma B) de la figure 5.6). Il emprunte le chemin du réseau optique vertical que nous avons utilisé dans les expériences qui seront brièvement décrites dans la partie 6.1.2. Ce faisceau est focalisé sur le BEC grâce à une lentille de focale $f = 25$ cm. Son waist théorique au niveau des atomes est de $40 \mu\text{m}$. L'angle entre le faisceau mobile et le faisceau de référence est alors de $\theta = 81,5^\circ$.

Contrôle du décalage en fréquence des faisceaux Bragg : Les deux faisceaux de Bragg sont amenés à proximité du hublot d'imagerie à l'aide de fibres optiques. Chacun de ces faisceaux est, avant son couplage dans une fibre optique, diffracté par un modulateur acousto-optique (AOM). Les deux AOM nous permettent de contrôler l'extinction des deux faisceaux, ainsi que leurs fréquences.

Ces AOM sont pilotés par des drivers fabriqués par notre laboratoire d'électronique et pouvant fournir 1 W de RF. La spécificité de ces drivers est de générer numériquement par DDS (Direct Digital Synthesis) deux signaux RF synchronisés sur la même horloge et bénéficiant donc d'une excellente cohérence de phase. De plus, il est possible de faire varier la fréquence du deuxième driver relativement à celle du driver de référence fournissant un signal à 79,9948 MHz.

La cohérence de phase des deux signaux générés par DDS est évaluée en démodulant l'un des signaux par l'autre signal. On constate que la largeur spectrale du signal démodulé est très inférieure au Hz. Les spectres d'excitation par diffusion de Bragg ont, comme on le verra dans la partie 5.3.2, des largeurs valant typiquement plusieurs

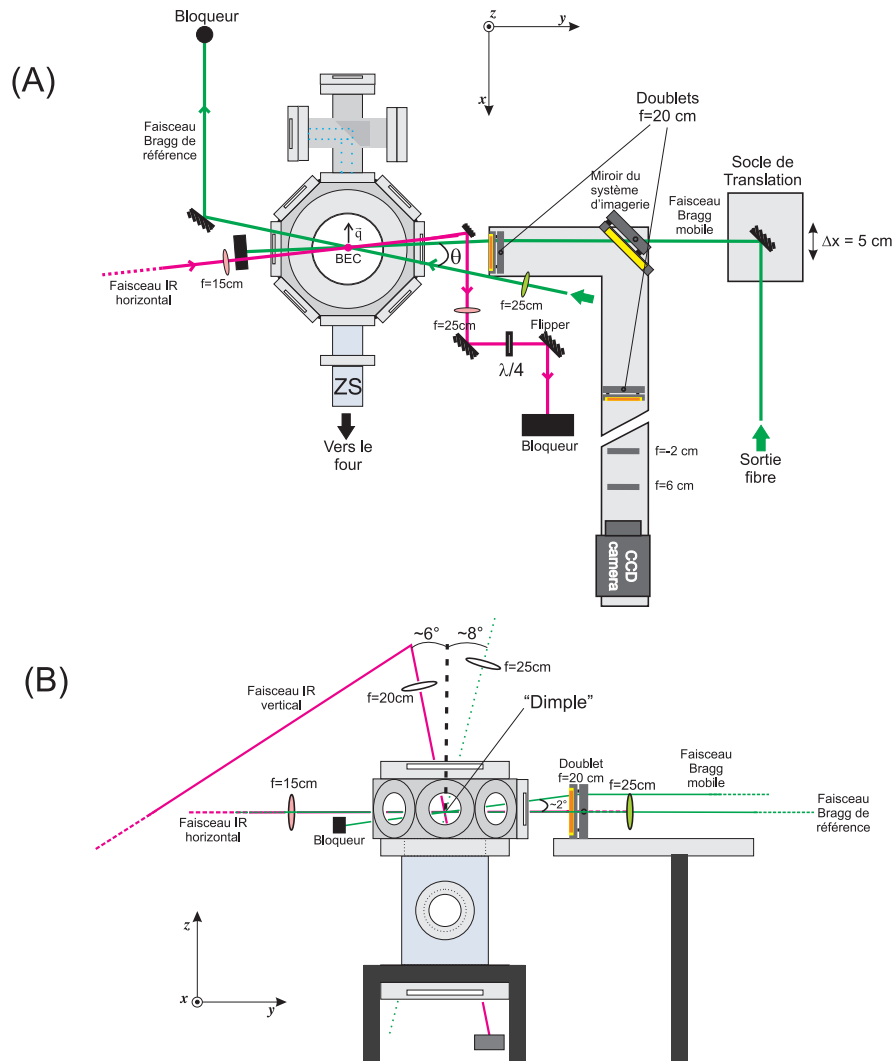


FIGURE 5.6 – Disposition des deux faisceaux de Bragg. Ces derniers sont représentés en vert. Les faisceaux infrarouges du piège dipolaire sont représentés en rouge. A) Vues du dessus de l'enceinte du BEC. Le faisceau de référence est focalisé sur le BEC par une lentille de focale $f = 25\text{ cm}$. Le faisceau mobile est focalisé sur le BEC par un doublet de focale $f = 20\text{ cm}$ appartenant au système d'imagerie. Ce faisceau traverse préalablement le miroir du système d'imagerie avec une efficacité de transmission de 90 %. Les deux faisceaux font entre eux un angle θ . Le faisceau mobile est légèrement hors-plan. Il fait un petit angle ($\approx 2^\circ$) avec le plan horizontal de la figure A) et le traverse (voir figure B)). On peut faire varier l'angle θ de $\approx 5^\circ$ à $\approx 15^\circ$ en translatant le miroir du faisceau mobile le long de l'axe 0_x . Nous avons représenté sur cette figure (au centre de l'enceinte du BEC) la direction du vecteur d'onde \mathbf{q} de l'excitation. Cette dernière est provoquée par l'absorption par le BEC de photons du faisceau de référence, qui sont réémis dans le faisceau mobile. B) Vue de côté de l'enceinte du BEC. Le faisceau de référence fait un angle de $\approx 7^\circ$ avec le plan vertical de cette figure. En pointillés verts, nous avons représenté le chemin emprunté par le faisceau Bragg mobile pour faire un grand angle ($\approx 82^\circ$) avec le faisceau de référence. Ce chemin est utilisé pour sonder le régime des particules ($q \gg \xi^{-1}$).

centaines de Hz. La cohérence de phase des deux signaux générés par DDS est donc largement suffisante pour notre expérience.

La lecture du décalage entre les fréquences des deux faisceaux Bragg se fait sur un analyseur à transformée de Fourier rapide (FFT) ou sur un oscilloscope. Dans nos expériences, nous choisissons systématiquement une fréquence du faisceau mobile plus petite que celle du faisceau de référence. Comme il est nécessaire, pour l'exciter, d'apporter au BEC une énergie positive, la transition de Bragg à deux photons se fera donc toujours par absorption d'un photon du faisceau de référence et réémission d'un photon dans le faisceau mobile.

Nous observons le condensat excité après temps de vol (TOF) grâce au système d'imagerie par absorption (voir partie 1.2).

Nous souhaitons maintenant connaître la pulsation de Rabi à deux photons, $\frac{U_0}{2\hbar}$ à n'importe quelle puissance laser. Il est donc utile d'établir une méthode de calibration de la profondeur U_0 du réseau optique.

Calibration expérimentale de la profondeur du réseau optique créé par les faisceaux de Bragg

Les bases théoriques données dans la partie 5.2.1 nous permettent de calculer le taux d'excitation à l'aide de la profondeur U_0 du réseau optique en déplacement utilisé à cet effet, ainsi que des différents paramètres caractérisant le condensat. On remarque que dans le régime des particules, où le facteur de structure $S_{\mathbf{q}}$ du condensat est égal à 1, le taux d'excitation (5.59) peut se calculer directement à partir de U_0 . La durée T_{pulse} doit cependant être suffisamment courte pour que l'élargissement dû à la durée finie de l'impulsion de Bragg, et ne dépendant que de T_{pulse} , soit prédominant devant toutes les autres formes d'élargissement du spectre d'excitation, liées aux paramètres physiques du BEC. Une calibration de la profondeur du réseau optique est ainsi facilement réalisable, ce qui nous est utile dans l'expérience décrite dans la partie 6.1.2 et plus largement détaillée dans la thèse de Benjamin Pasquiou ([81]).

Il est impossible d'en dire autant sur la calibration de cette profondeur dans le régime phononique, où le taux et l'énergie de l'excitation sont fortement modifiés par les interactions entre atomes. Ceci n'est cependant vrai que dans le régime des faibles excitations, pour des valeurs suffisamment faibles de U_0 . En annexe A, nous donnons une méthode de calibration, aux faibles angles θ , de la profondeur U_0 du réseau optique créé par les faisceaux de Bragg. Nous expliquons que, si la profondeur du réseau optique est bien supérieure à l'énergie de ces interactions ($U_0 \gg \mu$), il est possible de fournir aux atomes une énergie suffisante pour pouvoir négliger les interactions.

Cette méthode nous permet d'avoir une précision de 20 % sur $\Omega_B = \frac{U_0}{2\hbar}$ et donc de 40 % sur Ω_B^2 . Cela s'avère utile dans la comparaison des spectres d'excitation théoriques établis dans la partie 5.3.2 avec les résultats expérimentaux de la partie 5.4. Nous utilisons cette calibration pour mesurer, à partir de nos spectres d'excitation

expérimentaux, le facteur de structure statique $S_{\mathbf{q}}$ (voir partie 5.4.5).

5.2.3 Déroulement de l'expérience

Nous décrivons en premier lieu dans cette partie la séquence expérimentale. Les détails expérimentaux relatifs à la mesure du décalage en fréquence induit par l'interaction dipôle-dipôle sur la vitesse du son, et, plus généralement, sur la résonance de Bragg, sont ensuite développés.

Séquence expérimentale

La séquence expérimentale est relativement simple. Elle consiste en la formation d'un condensat de chrome, suivie d'une impulsion lumineuse de deux faisceaux de Bragg, qui dure typiquement 1,5 ms. L'amplitude d'excitation est ensuite mesurée 5 ms après le relâchement brusque du piège dipolaire contenant le BEC. On bascule entre chacune de ces mesures le champ magnétique de polarisation de façon à ce qu'il soit alternativement parallèle et perpendiculaire à la direction de l'excitation. Ce dernier a un module de 150 kHz environ. Cette valeur garantit, tout en assurant une bonne polarisation du BEC, des effets systématiques, induits par ce basculement du champ sur les fréquences du piège, sensiblement inférieurs à 10 % (voir fig. 5.8). Pour une excitation de moment $\hbar\mathbf{q}$, nous faisons varier tout au long de nos mesures la différence ω des fréquences des deux faisceaux laser, afin d'obtenir les spectres d'excitations du condensat de chrome.

Paramètres de l'expérience

Problématique : Pour pouvoir exciter des quasi-particules de Bogoliubov de moment $\hbar\mathbf{q}$, il est nécessaire que \mathbf{q} soit un bon nombre quantique. Il faut donc que la taille du condensat selon l'axe d'excitation soit sensiblement supérieure à la longueur d'onde $\frac{2\pi}{q}$ de cette dernière. Un critère encore plus restrictif est imposé par la DDI : les effets de la DDI sur l'énergie des excitations de Bogoliubov dépendent fortement de la dimensionnalité du système ([155, 152, 151]). Comme nous voulons observer ces effets en géométrie 3D, où ils sont les plus marqués, il est nécessaire que la longueur d'onde de l'excitation soit sensiblement inférieure aux dimensions du condensat selon les trois axes du piège. Cet argument sera discuté en profondeur dans la partie 5.3.1. Le régime phononique étant défini par $q < \xi^{-1}$, on peut dire que la longueur d'onde minimale pour un phonon est de $2\pi\xi$. Pour pouvoir observer l'influence de la DDI sur l'énergie d'un phonon en géométrie 3D, il est donc nécessaire d'avoir :

$$R_{x,y,z} \gg 2\pi\xi, \quad (5.60)$$

où R_x , R_y et R_z sont respectivement les rayons du BEC selon les axes O_x , O_y et O_z . Cette condition peut être mise en lien avec la condition (1.1) de validité de l'approximation de Thomas-Fermi. Dans ce régime, on a ([74]) :

$$\frac{(R_x R_y R_z)^{1/3}}{\xi} \approx \left(\frac{15Na}{a_{ho}} \right)^{2/5} \quad (5.61)$$

où N est le nombre d'atomes condensés et a la longueur de diffusion en onde s . $a_{ho} = \sqrt{\hbar/(m\bar{\omega})}$, où $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ est la moyenne géométrique des fréquences du piège optique, ω_x , ω_y et ω_z , respectivement selon les axes O_x , O_y et O_z . On a négligé dans cette équation la striction du condensat par la DDI, qui, comme on l'a vu au chapitre 4, ne modifie les rayons de Thomas-Fermi du BEC que de quelques pourcents.

Bien que, dans notre expérience, on ait $\frac{Na}{a_{ho}} \approx 80$, ce qui nous assure de la validité de l'approximation de Thomas-Fermi, nous ne sommes pas assez profondément dans le régime de Thomas-Fermi pour pouvoir vérifier la condition (5.60). En effet, on trouve, d'après l'équation (5.61), $\frac{(R_x R_y R_z)^{1/3}}{2\pi\xi} \approx 3$ pour un condensat de $N = 15000$ atomes avec $\omega_x/2\pi = 260Hz$, $\omega_y/2\pi = 145Hz$ et $\omega_z/2\pi = 180Hz$.

De plus, la formule (5.61) montre qu'on a, à N fixé ([74]) :

$$\frac{(R_x R_y R_z)^{1/3}}{\xi} \propto \bar{\omega}^{1/5}. \quad (5.62)$$

On peut montrer que si l'on considère les faisceaux infrarouges du piège dipolaire, de puissance totale P_{IR} , comme gaussiens, on a, dans l'approximation harmonique, $\bar{\omega} \propto \sqrt{P_{IR}}$. Ainsi, d'après l'équation (5.62), augmenter tous les rapports $\frac{R_j}{2\pi\xi}$, ne serait-ce que d'un facteur 2, nous obligerait à augmenter $\bar{\omega}$ d'un facteur 2^5 et donc d'un facteur 2^{10} la puissance des faisceaux lasers du piège dipolaire, ce qui nous est évidemment impossible. Satisfaire pleinement le critère (5.60) est donc impossible. Comme nous le verrons par la suite, le rapport $\frac{(R_x R_y R_z)^{1/3}}{2\pi\xi} \approx 3$ s'est avéré suffisamment élevé pour nous permettre d'observer un effet de la DDI sur l'énergie d'un phonon en géométrie 3D, en bon accord avec la théorie.

Choix des fréquences du piège : Dans notre expérience, nous travaillons avec un BEC légèrement ovale, proche de la géométrie sphérique. Cette géométrie est favorable à l'étude du cas 3D, bien que les $\frac{R_j}{2\pi\xi}$ ne soient pas très supérieurs à 1. La géométrie du piège est fixée par l'angle ϕ de la lame $\lambda/2$ qui contrôle la répartition, entre le bras horizontal et le bras vertical du piège dipolaire, de la puissance laser infrarouge. Au terme du refroidissement évaporatif, les fréquences du piège sont $\omega_x/2\pi = 150Hz$, $\omega_y/2\pi = 84Hz$ et $\omega_z/2\pi = 104Hz$. On recomprime ensuite le condensat pour aboutir à un piège dont les fréquences, mesurées expérimentalement, sont $\omega_x/2\pi = 260Hz$, $\omega_y/2\pi = 145Hz$ et $\omega_z/2\pi = 180Hz$. Ici la fréquence du piège selon l'axe vertical, ω_z , est suffisamment élevée pour que la gravité soit compensée par le piège optique. Le

gradient magnétique de compensation de la gravité est alors doucement ramené à une valeur nulle avant les impulsions Bragg.

Nous traçons, dans la figure 5.7, à une puissance laser infrarouge constante, les courbes des fréquences du piège dipolaire, $\omega_{x,y,z}$, en fonction de l'angle ϕ . Ces fréquences sont normalisées à la fréquence ω_x maximale, $\omega_x^{(max)}$, obtenue pour $\phi = 6^\circ$ (position de la lame $\lambda/2$ lorsque toute la puissance infrarouge va dans le bras horizontal du piège dipolaire). Les courbes de la figure 5.7 sont le résultat de calculs utilisant les waists théoriques des bras horizontaux et verticaux du piège dipolaire, valant respectivement 42 et 52 μm . Dans ces calculs, on considère simplement le fond du piège dipolaire comme harmonique. La bande grisée représente la zone où l'anisotropie du piège est la moins prononcée. Le trait vertical en pointillé indique l'angle $\phi = 32^\circ$, pour lequel les rapports d'anisotropie théoriques du piège $\gamma_{xy} = \frac{\omega_y}{\omega_x}$, $\gamma_{xz} = \frac{\omega_z}{\omega_x}$ sont proches de ceux du piège dans lequel nous avons choisi de travailler et qui valent respectivement 0,56 et 0,69. Expérimentalement, nous avons $\phi = 34^\circ$. Le fait que le trait en pointillé soit inclus dans la zone grisée montre que nous sommes aussi proches que possible de la géométrie sphérique.

Nous représentons également, dans la figure 5.7, la courbe de $\bar{\omega}^{1/5}$ en fonction de ϕ , normalisée à sa valeur maximale, obtenue pour $\phi \approx 26^\circ$. On s'aperçoit que le paramètre $\bar{\omega}^{1/5}$, qui gouverne, d'après l'équation (5.62), les variations de $\frac{(R_x R_y R_z)^{1/3}}{\xi}$, est relativement constant sur un large ensemble de valeurs de ϕ . On est ainsi certain que les $\frac{R_j}{2\pi\xi}$ diminuent peu sur cet ensemble de valeurs de ϕ .

Direction de l'excitation : Afin de nous permettre de l'observer, l'excitation du condensat doit avoir lieu dans le plan d'imagerie, xOz . Les rayons de Thomas-Fermi du condensat selon les axes O_x et O_z sont respectivement d'environ 3 et 4 μm . Pour les mesures à bas angle θ entre les deux faisceaux de Bragg ($\theta < 20^\circ$), nous avons choisi de disposer ces derniers de façon à ce que le plan formé par ces deux faisceaux soit quasiment parallèle au plan horizontal (voir figure 5.6). Le moment \mathbf{q} transféré aux atomes par les faisceaux Bragg est alors parallèle au plan d'imagerie xOz et fait, dans la plupart de nos mesures, un angle inférieur à 30° avec l'axe O_x .

Pour les mesures à $\theta = 81,5^\circ$, l'excitation fait un angle de 41° avec l'axe vertical O_z . Elle est quasiment parallèle au plan vertical yOz , l'angle entre ce dernier et l'excitation étant de $\approx 3^\circ$.

Durée de l'excitation : Le choix de la durée t_B d'excitation est délicat. En effet, il est souhaitable d'avoir $t_B \ll \frac{T_{piège}}{4}$ où $T_{piège} \approx 5$ ms est la période d'oscillation dans le piège le long de l'axe d'excitation. De cette façon, le moment, acquis par le BEC lors de l'impulsion de Bragg, n'est pas modifié par son interaction avec le piège pendant l'excitation. Il découlerait cependant du respect de la condition précédente un élargissement Fourier du spectre d'excitation bien supérieur à 500 Hz. Or, nous estimons que le décalage différentiel induit par la DDI sur la fréquence de résonance

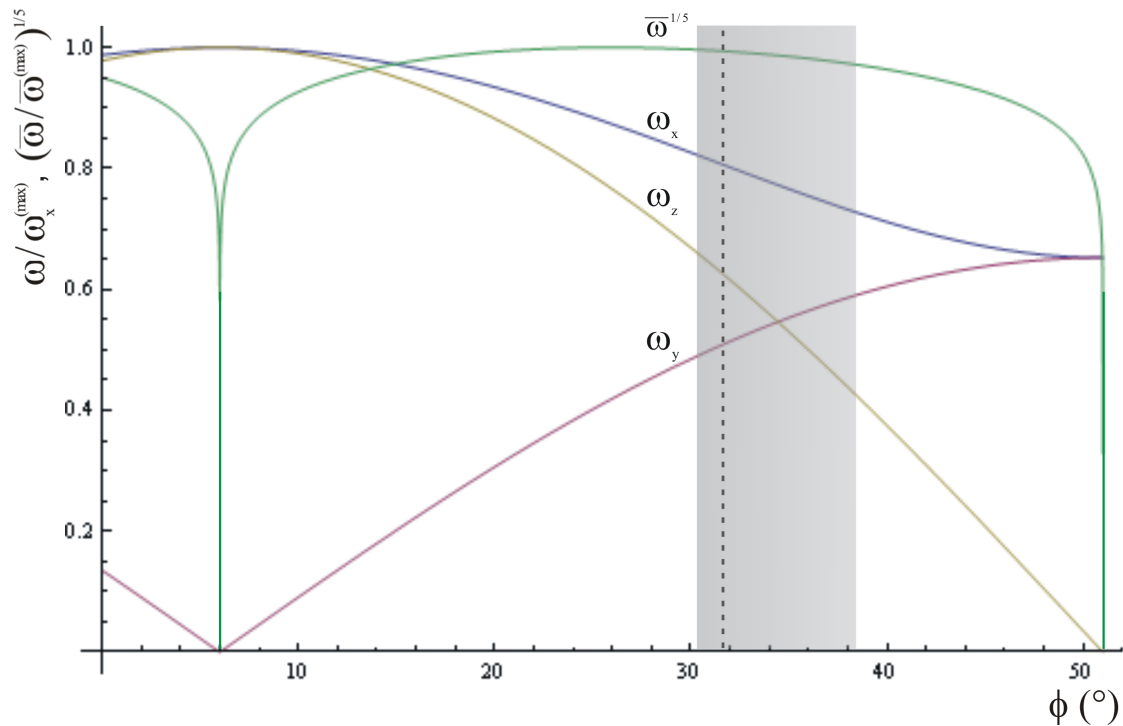


FIGURE 5.7 – Variations des fréquences du piège, ω_x (en bleu), ω_y (en mauve) et ω_z (en beige), en fonction de ϕ . Ces fréquences sont normalisées à la valeur maximale $\omega_x^{(max)}$ de ω_x , obtenue pour $\phi = 6^{\circ}$. Ces courbes sont obtenues d'après les waists théoriques des deux faisceaux infrarouges au niveau des atomes. On a négligé la divergence des faisceaux infrarouges, qui n'apporte qu'une correction négligeable aux fréquences du piège. Cela est dû au fait que les longueurs de Rayleigh de ces faisceaux sont très grandes devant leurs waists respectifs. En vert : courbe des variations de $\bar{\omega}^{1/5}$ normalisée à la valeur maximale de ce paramètre, obtenue pour $\phi \approx 26^{\circ}$. Zone grisée : valeurs de ϕ pour lesquelles on s'approche le plus de la géométrie sphérique. Trait vertical en pointillés : valeur de ϕ pour laquelle la géométrie du piège est approximativement celle que nous avons choisie pour notre expérience.

d'une excitation, lors d'un basculement d'un angle de $\pi/2$ de la direction du champ magnétique, est de l'ordre de 300 Hz pour les mesures que nous voulons effectuer.

Afin de disposer de la précision nécessaire pour mesurer ces effets de la DDI, nous avons choisi, pour nos mesures à bas angle θ , une durée d'excitation de $t_B = 1,5$ ms. Cette durée, bien que sensiblement inférieure à $T_{\text{piège}}$, est malheureusement encore non négligeable devant les périodes d'oscillation dans le piège. Elle semble tout de même être un bon compromis. En effet, l'élargissement Fourier de 333 Hz (demi-largeur à $\frac{1}{e}$) dû à cette durée semble suffisamment faible pour nous permettre de mesurer les effets de la DDI. A bas angle θ , en incluant tous les types d'élargissement (voir partie 5.3.2), la demi-largeur à $\frac{1}{e}$ des spectres d'excitation est de l'ordre de 500 Hz.

Pour les mesures faites à grand angle θ , l'élargissement Doppler du spectre d'excitation (voir partie 5.3.2) est d'environ 1500 Hz (demi-largeur à $\frac{1}{e}$). Nous pouvons donc nous permettre une durée d'excitation plus courte qu'à bas angle, sans que cette dernière ne soit responsable d'un élargissement considérable du spectre. Nous avons donc choisi $t_B = 0,5$ ms.

On constate expérimentalement que ce n'est qu'à partir d'une durée de 2 ms qu'une déformation notable de l'excitation apparaît après un temps de vol, conséquence d'un couplage entre plusieurs axes d'oscillations dans le piège optique pendant l'impulsion de Bragg.

Amplitude de l'excitation : La puissance des faisceaux de Bragg, comprise entre 500 μW et 1 mW , est choisie de façon à ce que la fraction excitée du condensat ne dépasse pas 30 % pour la durée d'excitation choisie, afin de justifier l'approximation de Bogoliubov. Dans la plupart de nos mesures, la fraction excitée est inférieure à 20 %.

Effets systématiques : Nous avons vérifié que, dans nos expériences, le basculement d'un angle de 90° de la direction du champ magnétique de polarisation ne provoque pas de modifications significatives des fréquences du piège, et donc pas d'effets systématiques indésirables sur l'énergie des excitations.

Nous présentons dans la figure 5.8, la mesure des fréquences du piège lorsque le champ magnétique est parallèle au vecteur $\mathbf{u}_{//} = \mathbf{u}_y - \mathbf{u}_z$ ou au vecteur $\mathbf{u}_\perp = \mathbf{u}_y + \mathbf{u}_z$, \mathbf{u}_y et \mathbf{u}_z étant des vecteurs unitaires respectivement parallèles à l'axe O_y et à l'axe O_z . Le vecteur $\mathbf{u}_{//}$ est parallèle à la direction du transfert d'impulsion par diffusion de Bragg lorsque l'angle θ entre les deux faisceaux de Bragg est de $81,5^\circ$ et le vecteur \mathbf{u}_\perp lui est perpendiculaire. Cet angle correspond à une excitation de moment $\hbar\mathbf{q}$ avec $q\xi = 4,2$.

Nous mesurons que la moyenne géométrique des fréquences du pièges, $\bar{\omega} = (\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}$ est modifiée de 1 ± 1 % lorsque le champ magnétique passe d'une direction parallèle à $\mathbf{u}_{//}$ à une direction parallèle à \mathbf{u}_\perp . La densité atomique moyenne dans le BEC étant

proportionnelle, dans le régime de Thomas Fermi, à $\bar{\omega}^{6/5}$, elle est donc modifiée de $1,2 \pm 1,2$ % par ce basculement du champ magnétique. Une telle modification de la densité induit un effet systématique, non lié à l'interaction dipôle-dipôle, de $1,2 \pm 1,2$ % sur le terme $2gn(1 + \epsilon_{dd}(3\cos^2\theta_{\mathbf{q}} - 1))$ de l'énergie (5.23) d'une excitation de Bogoliubov. Cet effet est négligeable devant l'effet, lié à la DDI, du basculement du champ magnétique qui, lorsque $\theta_{\mathbf{q}}$ passe de 0 à $\pi/2$, modifie ce terme de plus de 40 %. Dans notre expérience, nous pouvons donc considérer comme négligeables les effets systématiques, sur les fréquences du piège, induits par le basculement de la direction du champ magnétique. Nous avons fait des vérifications similaires pour d'autres angles θ .

Nous avons également vérifié que le basculement d'un angle de 90° de la direction du champ magnétique de polarisation n'entraîne pas de variation significative du nombre d'atomes N dans le condensat. Cette variation est en effet inférieure à 5 %. Or dans le régime de Thomas-Fermi, la densité moyenne dans le condensat, proportionnelle à $N^{2/5}$, varie alors de moins de 2 %. De même que précédemment, nous pouvons dire que cet effet systématique sur la densité atomique du BEC a, sur l'énergie d'une excitation, une influence négligeable devant les effets de la DDI sur cette énergie.

5.2.4 Expansion de l'excitation

Après le relâchement du piège optique, la quasi-totalité de l'énergie du condensat excité, incluant l'énergie des quasi-particules produites par l'excitation, est libérée et transformée en énergie cinétique. Cela nous permet de distinguer, lors de l'imagerie après temps de vol, une partie excitée du reste du condensat, afin d'en déduire l'amplitude de l'excitation. Cependant, dans le régime phononique, où l'énergie de la quasi-particule est du même ordre de grandeur que le potentiel chimique du BEC, la partie excitée de notre BEC de chrome ne se sépare pas totalement du condensat après temps de vol. Elle est de plus déformée par son interaction avec ce dernier ([160]). Cela rend délicate l'analyse des images expérimentales. Notre expérience demandant un bon RSB, nous avons utilisé selon les cas deux méthodes d'analyse de ces images. Elles sont expliquées dans cette partie.

La plupart des expériences de diffusion de Bragg effectuées par les groupes de W. Ketterle au MIT ([161, 12, 144]) et de N. Davidson au *Weizmann institute of science* ([162, 163, 160, 13]) ont pour objet des condensats cylindriques et fortement allongés selon l'axe d'excitation. Cette configuration présente la particularité d'engendrer une bonne séparation entre le nuage phononique et le reste du condensat après TOF. En effet, la vitesse d'expansion du Condensat dans la direction parallèle à celle de l'excitation est de l'ordre de $\lambda^{-1}c_s$ ([88]), où $\lambda \gg 1$ est le paramètre caractérisant l'anisotropie du piège cylindrique, défini par $\lambda = \frac{\omega_r}{\omega_z}$. Il existe donc pour ces expériences une gamme d'impulsions phononiques $\hbar q$ vérifiant

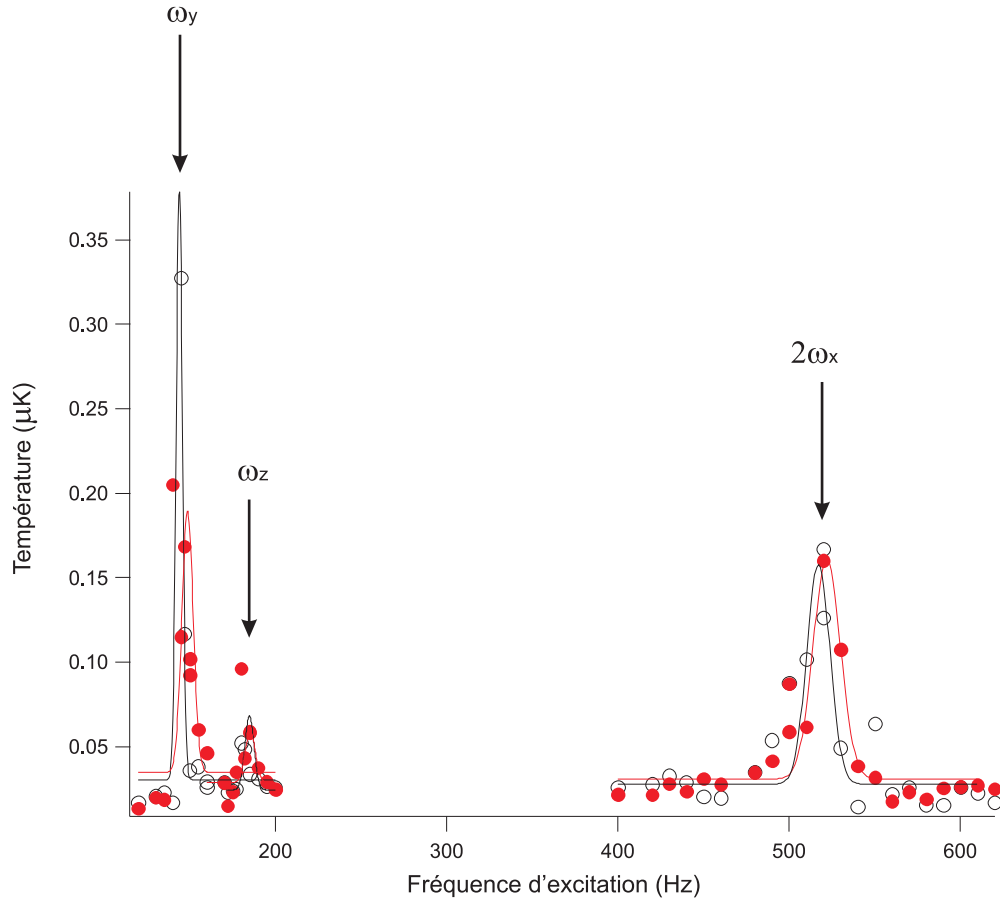


FIGURE 5.8 – *Mesure des fréquences du piège grâce à la méthode d'excitation de la partie thermique du BEC, décrite au chapitre 4 dans la partie 4.3.1. En modulant fortement la profondeur du piège, on observe ici un réchauffement significatif du gaz quantique lorsque la fréquence de modulation est égale à ω_y , ω_z ou $2\omega_x$. On constate que le basculement du champ magnétique, qui passe d'une direction parallèle à $\mathbf{u}_{//}$ (cercles noirs) à une direction parallèle à \mathbf{u}_{\perp} (points rouges), ne provoque pas de variation significative de la moyenne géométrique des fréquences du piège (voir texte). Nous avons également fait figurer en traits pleins des fits gaussiens des pics de résonance de réchauffement du BEC.*

$$\lambda^{-1}c_s \ll \frac{\hbar q}{m} < c_s \quad (5.63)$$

et garantissant ainsi une franche séparation entre le nuage phononique et le BEC après expansion.

Notre condensat de chrome est quand à lui relativement peu anisotrope ses rayons de Thomas-Fermi typiques selon l'axe O_x , O_y et O_z étant, respectivement, $R_x = 2,8 \mu m$, $R_y = 5 \mu m$ et $R_z = 4 \mu m$. La partie excitée et le condensat se chevauchent donc fortement après TOF dans le régime phononique (voir figure 5.9 photos b) et c)). Il est donc particulièrement difficile de les discerner. Par ailleurs, le nombre d'atomes peuplant notre BEC étant 10 à 100 fois plus faible que dans les expériences sus-citées, le contraste de notre imagerie s'en trouve diminué (voir partie 1.2).

Dans [88, 160, 80, 13], le moment transféré au BEC est calculé directement d'après les profils de densité optique obtenus après imagerie. Cette méthode, que nous détaillons plus loin, donne dans notre cas des résultats parfois peu satisfaisants en termes de RSB, malgré un retrait efficace du signal de fond, pour les raisons qui viennent d'être évoquées. Nous avons donc développé une autre méthode d'analyse des images d'un BEC excité après temps de vol. Nous l'expliquons ci-dessous.

Méthode de fit par deux profils de Thomas-Fermi Afin d'améliorer l'analyse des images du BEC excité après expansion, les densités optiques sont intégrées perpendiculairement à la direction de l'excitation, de façon à obtenir un profil de densité linéique selon cet axe. Ce dernier est ensuite fitté par la somme de deux profils de Thomas-Fermi linéiques nous permettant de distinguer le nuage phononique de la partie non excitée du BEC (voir figure 5.10). Il a été observé dans [160] qu'après expansion, le nuage phononique est sensiblement déformé par la répulsion qu'exerce sur lui le reste du BEC, ce dernier restant inaltéré. Nous avons tout de même adopté un profil de Thomas Fermi pour la partie excitée, la dynamique d'expansion étant mal connue pour notre piège qui n'est ni à symétrie cylindrique ni fortement allongé selon un axe. De plus, afin de minimiser le nombre de paramètres de cette analyse, nous avons fixé l'espacement entre les deux profils. Ce dernier, difficile à prévoir théoriquement bien que proche de $\hbar q$ dans l'espace des impulsions ([160]), a été choisi empiriquement en début d'expérience de façon à s'ajuster au mieux à l'image obtenue. De plus, les rayons des deux profils de Thomas-Fermi sont traités comme un seul et même paramètre pour l'étude du régime phononique afin d'éviter des fits aberrants.

L'amplitude d'excitation est alors définie comme :

$$P_{ex} = \frac{N_{ex}}{N_{ex} + N_0} \quad (5.64)$$

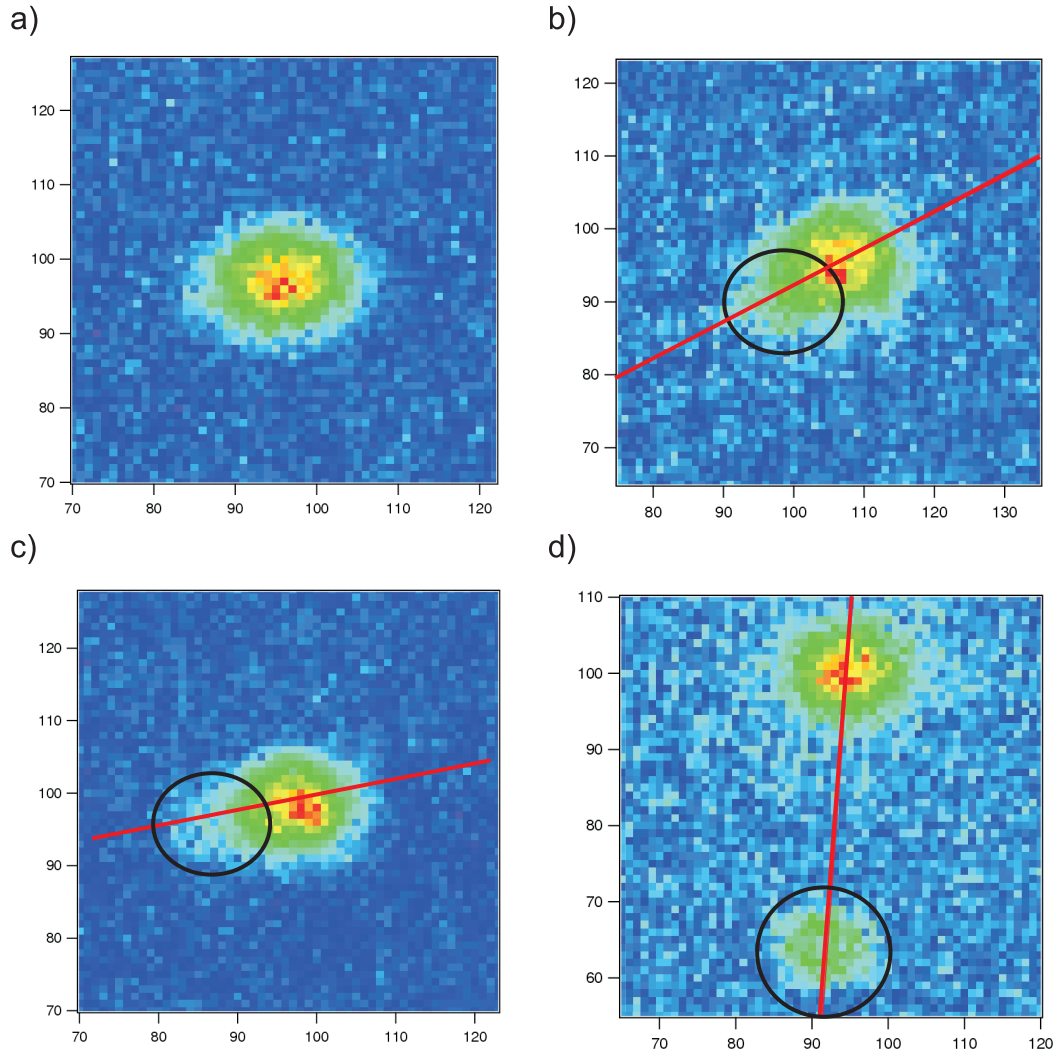


FIGURE 5.9 – Images après un TOF de 5 ms d'un condensat non excité (photo a)), et de condensats excités à $q\xi = 0,33$ (photo b)), $q\xi = 0,8$ (photo c)) et $q\xi = 4,2$ (photo d)). Les axes d'excitation sont représentés en rouge. L'emplacement de la partie excitée est entourée sur chaque photo d'un cercle noir. La taille de chaque pixel est de $2\ \mu\text{m}$ environ. La durée de l'excitation est de 1,5 ms pour les photos b) et c) et de 0,5 ms pour la photo d). La puissance des faisceaux Bragg est telle que l'amplitude maximale d'excitation soit de 15 % environ. La mesure de cette amplitude est difficile, pour les photos b) et c), puisque le nuage phononique apparaît que très légèrement sur l'image après l'expansion du BEC. Le faible nombre d'atomes du BEC de chrome accentue encore cette difficulté. Notre analyse des amplitudes d'excitation, à partir de séries d'images semblables aux photos c) et d), présente un rapport signal à bruit satisfaisant.

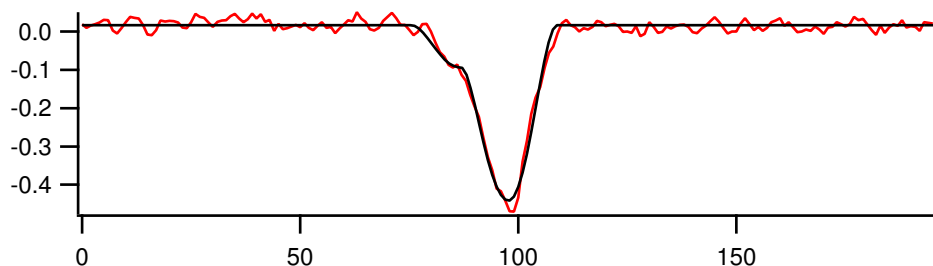


FIGURE 5.10 – Profil de densité optique du BEC, excité puis relâché pendant un TOF de 5 ms pour $\theta = 14,5^\circ$. Cette densité est intégrée perpendiculairement à l'axe d'excitation. L'unité de longueur de l'abscisse est de 1 pixel ($\approx 2 \mu\text{m}$). Sur la figure apparaît également le fit du nuage par une fonction somme de deux profils de Thomas-Fermi linéiques. On définit ainsi l'amplitude d'excitation comme la proportion de la population fittée par la distribution représentant le nuage phononique.

où N_0 et N_{ex} sont respectivement le nombre d'atomes contenus dans la partie non excitée du condensat et dans le nuage phononique après TOF.

Méthode d'analyse directe La méthode d'analyse par des fits de Thomas-Fermi, très efficace en terme de RSB, est mise en défaut aux plus bas moments où l'excitation se sépare très peu du condensat, et a tendance à sensiblement sous-estimer la partie excitée. On utilisera, lorsque se présente cette éventualité une méthode d'analyse directe des images donnant l'amplitude P_{ex} d'excitation d'après la relation :

$$P_{ex} = \frac{\sum_i n_i p_i}{N \hbar q} \quad (5.65)$$

n_i est le nombre d'atomes de moment p_i après expansion du BEC et N est le nombre total d'atomes dans le BEC. En fittant l'image en temps de vol par deux distributions de Thomas-Fermi modélisant la partie excitée et non excitée du BEC (voir ci-dessus), la position du moment nul est repérée par le centre de la distribution correspondant à la partie non excitée. Cela nous permet de nous affranchir du bruit considérable induit par les fluctuations de position du BEC.

Les images sont préalablement réduites autour du BEC après TOF de façon à ce que le signal de fond n'occupe qu'une faible partie de ces images. Ce dernier est ensuite très efficacement supprimée (voir fig. 5.11) à l'aide d'une méthode de seuillage : un pixel n'est supprimé que si lui et ses plus proches voisins ont un niveau de gris inférieur à une certaine valeur typique des niveaux de gris dans le signal de fond. Le RSB de cette méthode d'analyse n'est alors que légèrement inférieur à celui de la méthode précédente.

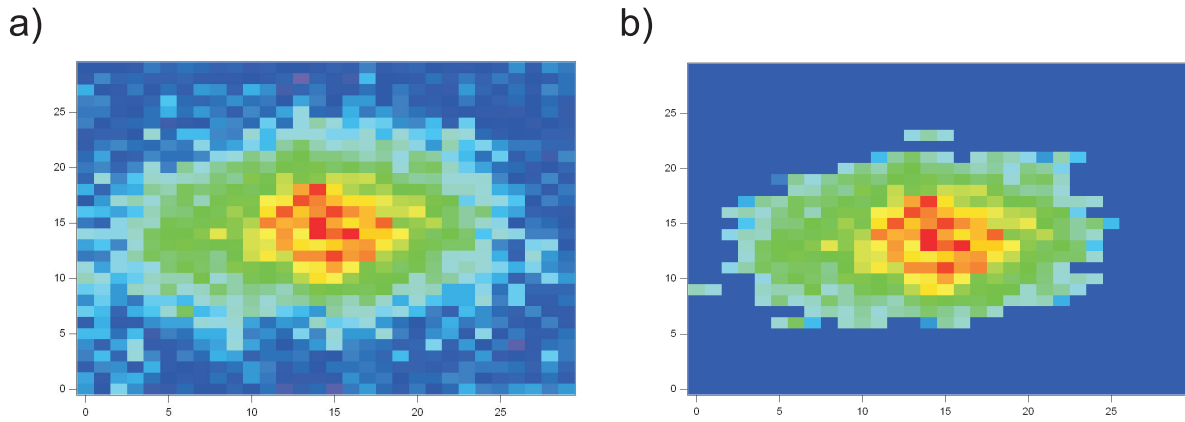


FIGURE 5.11 – *Retrait du signal de fond sur l'image d'un BEC de chrome excité après expansion. Photo a) : image d'un condensat excité après un TOF de 5 ms, réduite et centrée autour du BEC. Photo b) : même image après retrait du signal de fond grâce à un algorithme simple (voir texte). Ce processus peut être reproduit automatiquement sur une série de photos. Sur ces images, la taille d'un pixel est de $2 \mu\text{m}$ environ.*

Pour chaque relevé expérimental d'un spectre d'excitation, nous mettons en œuvre les deux méthodes d'analyse. Lorsque les spectres obtenus avec ces deux méthodes ont des amplitudes comparables, nous sélectionnons le spectre issu de la méthode mettant en œuvre des fits de Thomas-Fermi, légèrement meilleure en terme de RSB. En revanche, lorsque l'écart entre les amplitudes des deux spectres est supérieur aux barres d'erreur expérimentales, nous privilégions la méthode d'analyse directe des images. Cette dernière ne demande en effet aucun pré-requis sur la dynamique d'expansion, particulièrement compliquée ([160]), du condensat excité. Elle est donc moins sujette aux erreurs systématiques. Notons tout de même que les deux méthodes d'analyse, relativement indépendantes entre elles, donnent lieu, dans nos expériences, à des spectres d'excitation dont la fréquence centrale et la largeur diffèrent peu d'une méthode à l'autre. Les spectres obtenus par les deux méthodes sont en très bon accord quand à la mesure du décalage induit par la DDI sur l'énergie des excitations. Cela nous convainc de leur pertinence.

Récemment, une méthode de comptage des photons diffusés, permettant de mesurer l'amplitude d'excitation pour des expériences de diffusion de Bragg, à été mise au point au NIST ([164]). Cette méthode est particulièrement bien adaptée à l'analyse des excitations de grande longueur d'onde, pour lesquelles les parties excitées et non excitées se séparent peu après temps de vol.

Nos deux méthodes d'analyse des images expérimentales se sont avérées efficaces malgré le faible contraste de ces images et le recouvrement des parties excitées et non excitées du BEC après expansion, aux grandes longueurs d'onde d'excitation. Ces facteurs ne sont pas les seuls à limiter le RSB de notre expérience, nous conduisant à

mener une étude approfondie sur son amélioration.

5.2.5 Amélioration du rapport signal à bruit

Dans les expériences présentées dans ce chapitre, les largeurs des spectres de diffusion de Bragg sont sensiblement supérieures au décalage induit par la DDI sur les fréquences de résonance des excitations. Ainsi, afin de pouvoir distinguer avec certitude les centres des deux spectres obtenus en basculant la direction du champ magnétique, il est nécessaire de travailler avec un bon rapport signal à bruit. Nous décrivons dans cette partie les différentes sources de bruit et expliquons les moyens mis en œuvre pour le réduire.

On peut distinguer trois types de bruit sur l'excitation du BEC : le bruit en amplitude de l'excitation, le bruit de fréquence et le bruit d'analyse de l'image obtenue.

Bruit en amplitude Le bruit en amplitude est de 20 %, dans la mesure où la puissance laser des faisceaux de Bragg fluctue de 10 %. Leur alignement varie peu sur la durée de l'expérience.

Bruit de fréquence Le bruit de fréquence apparaît lorsque la fréquence d'excitation vue par les atomes du condensat présente des fluctuations. Dans notre processus d'amélioration du RSB, nous avons d'abord cherché à déterminer l'origine des bruits auxquels nous étions confrontés. Le bruit de fréquence peut se reconnaître en élargissant fortement le spectre de l'excitation. Pour reconnaître un bruit de fréquence, nous avons effectué le test suivant : en diminuant fortement la durée de l'impulsion de Bragg, nous avons fortement élargi le spectre d'excitation. Si le bruit diminue notablement, c'est que le bruit en fréquence joue un rôle important. Il s'agit alors d'en connaître les causes. Nous avons vérifié que la cohérence de phase des faisceaux de Bragg était excellente. Le bruit sur la différence de fréquence ω de ces derniers est donc négligeable.

L'effet Doppler peut, en revanche, fortement réduire notre RSB. En effet, si le condensat est soumis à une excitation parasite donnant aux atomes une vitesse aléatoire \mathbf{v} , le décalage Doppler sur la fréquence de l'excitation Bragg de moment $\hbar\mathbf{q}$ vaut $\Delta\omega_{\text{Doppler}} = -\mathbf{q}\cdot\mathbf{v}$. Cela fixe l'amplitude du bruit Doppler fréquentiel, et ce bruit est d'autant plus important que l'angle entre les deux faisceaux de Bragg est grand. Une telle excitation parasite peut être provoquée durant la rampe d'évaporation menant à la formation du BEC, ou durant la recompression de ce dernier (voir parties 1.4.4 et 5.2.3), nécessaire à la compensation de la gravité. Lorsqu'a été étudié le régime des particules ($q\xi \gg 1$), pour un angle θ d'environ 81° entre les deux faisceaux laser, nous avons constaté que cette recompression conduisait à un élargissement du spectre d'excitation, de l'ordre de 3000 Hz, causé par le bruit Doppler. Le décalage sur la fréquence de résonance de l'excitation, induit par l'interaction dipôle lors du basculement du champ magnétique, n'étant que d'environ 300 Hz à $\theta = 81^\circ$, nous avons dû supprimer cette

recompression pour l'étude du régime des particules. Il a donc fallu mettre un terme à l'évaporation avant l'achèvement de cette dernière afin de ne pas avoir à recomprimer le BEC. La fraction thermique de ce dernier est alors plus importante que pour les autres expériences à plus bas angles, comme le mentionne la partie 5.4.4.

Pour chaque point d'un spectre expérimental, nous utilisons également une méthode inspirée de [162] pour corriger le décalage Doppler $\Delta\omega_{Doppler}$. On mesure, pour chaque image d'un BEC excité, l'écart $\Delta\mathbf{v}_{TOF} = \mathbf{v}_{TOF} - \mathbf{v}_{TOF}^{(moy)}$ entre la vitesse \mathbf{v}_{TOF} du centre de masse du condensat après temps de vol et sa moyenne sur toutes les images $\mathbf{v}_{TOF}^{(moy)}$. On soustrait ensuite à chaque fréquence ω du spectre d'excitation le décalage $\beta\mathbf{q}\cdot\Delta\mathbf{v}_{TOF}$. Le paramètre $\beta > 0$ est choisi pour chaque spectre de façon à minimiser la dispersion des points expérimentaux. Si \mathbf{v} est la vitesse acquise par le centre de masse du condensat lors d'une excitation parasite dans le piège, on doit normalement avoir $\mathbf{v} = \beta\Delta\mathbf{v}_{TOF}$. Les β optimaux que nous obtenons sont toujours sensiblement inférieurs à 1 : ils sont inclus entre 0,1 et 0,5. Nous constatons que cette méthode n'est relativement efficace que pour les spectres à $q\xi \geq 0,8$. Elle nous permet, pour ces spectres, de réduire de 20 à 40 % les barres d'erreurs sur les fréquences de résonance.

Bruit d'analyse Le nombre relativement faible d'atomes constituant le BEC de chrome (entre 10000 et 20000) rend particulièrement difficile l'analyse des images obtenues après la diffusion de Bragg. A cela s'ajoutent des fluctuations de la forme et de la taille du BEC qui peuvent perturber notre analyse. Nous avons vu dans le chapitre 4 (partie 4.3.2) que supprimer la rétro-réflexion du bras horizontal du piège dipolaire réduisait d'un facteur 2 les fluctuations des rayons de Thomas-Fermi du BEC. Nous avons donc reproduit cette opération pour l'expérience de diffusion de Bragg, ce qui a conduit à une augmentation du RSB sur l'amplitude d'excitation d'un facteur 2 environ. Sur le schéma A) de la figure 5.6, on voit d'ailleurs que le faisceau infrarouge horizontal n'est pas rétro-réfléchi.

5.2.6 Transition de Bragg à 4 photons

Nous expliquons dans cette partie le principe des transitions Bragg à 4 photons, les raisons de leur utilisation ainsi que leur mise en œuvre expérimentale.

Principe Les transitions Bragg à 4 photons, ou transitions Bragg d'ordre 2, sont la succession de 2 transitions Bragg à 2 photons. La première transition peuple un état virtuel qui est ensuite rapidement ré-excité, par une autre transition de Bragg, vers l'état final. Ce mécanisme est représenté dans la figure 5.12. La transition de Bragg à 4 photons fait gagner aux atomes un moment $2\hbar\mathbf{q}$, où $\hbar\mathbf{q}$ est le transfert en moment de la transition à 2 photons. Comme on le voit sur la figure, la fréquence de résonance $\omega_{2\mathbf{q}}^{(2)}$ d'une transition de Bragg d'ordre 2, de moment $2\hbar\mathbf{q}$, est égale à

$$\omega_{2\mathbf{q}}^{(2)} = \frac{\omega_{2\mathbf{q}}}{2} \quad (5.66)$$

l'énergie de la quasi-particule de Bogoliubov de moment $2\hbar\mathbf{q}$ étant égale à $\hbar\omega_{2\mathbf{q}}$.

Si $q\xi \ll 1$, la relation de dispersion est linéaire et l'on a $\omega_{2\mathbf{q}} = 2\omega_{\mathbf{q}}$. Ainsi, d'après (5.66), $\omega_{2\mathbf{q}}^{(2)} = \omega_{\mathbf{q}}$. Les transitions Bragg d'ordre 1 et 2 sont donc dégénérées et il n'est donc pas possible d'exciter sélectivement la transition d'ordre 2 afin d'étudier la réponse du BEC à une excitation de moment $2\hbar\mathbf{q}$. En revanche, lorsque la relation de dispersion est quasiment parabolique, pour $q\xi \gg 1$, on a $\omega_{2\mathbf{q}}^{(2)} \approx 2\omega_{\mathbf{q}}$. L'excitation sélective d'une transition de Bragg d'ordre 2 est alors possible. De telles transitions, ainsi que des transitions d'ordres supérieurs, ont été utilisées dans [165, 166] pour extraire des atomes du condensat dans le régime des particules ($q\xi \gg 1$).

De façon générale, il est possible d'étudier la réponse du BEC à une transition de Bragg d'ordre 2 dans un régime intermédiaire aux régimes phononique et des particules, pour $q\xi \approx 1$. Il est toutefois nécessaire que les résonances des transitions d'ordre 1 et 2 soient suffisamment éloignées afin de pouvoir clairement distinguer les centres de leurs deux spectres.

Intérêt de la transition à 4 photons dans notre expérience La géométrie de notre expérience nous permet de faire varier l'angle θ entre les deux faisceaux de Bragg uniquement dans l'intervalle $[5^\circ, 14,5^\circ]$, ou de régler cet angle à $81,5^\circ$. Cela correspond, pour des transitions Bragg à 2 photons, à $q\xi$ inclus dans l'intervalle $[0,3, 0,8]$ ou à $q\xi = 4, 2$. Pour observer la réponse du condensat de chrome à une excitation dont le moment $\hbar\mathbf{q}$ est tel que $q\xi = 1,6$, nous utilisons une transition de Bragg à 4 photons en réglant θ à $14,5^\circ$. Pour une transition à 2 photons, cet angle correspond à $q\xi = 0,80$. De cette façon, en utilisant une transition à 4 photons, nous pouvons accéder à une zone de la courbe de dispersion qui nous serait géométriquement inaccessible par une transition à 2 photons.

Mise en œuvre Dans la figure 5.13, nous montrons une excitation à 2 photons (photo de gauche), à 4 photons (photo centrale) et à 2 et 4 photons simultanément pour $\theta = 14,5^\circ$.

Comme il existe un recouvrement entre les spectres de résonance des transitions Bragg d'ordre 1 et 2, il nous arrive parfois d'exciter ces dernières simultanément. Cela peut se voir sur la photo c) de la figure 5.13. Pour analyser une telle image, nous fittons un profil en densité, intégré perpendiculairement à l'axe d'excitation, par une distribution composée de la somme de trois profils de Thomas-Fermi. Chacun de ces profils représente respectivement la partie non excitée, de population N_0 , la partie excitée par une transition à 2 photons, de population N_1 et la partie excitée par une transition à 4 photons, de population N_2 . On peut donc définir les amplitudes d'excitation P_{ex1} et P_{ex2} , respectivement à 2 et 4 photons, par :

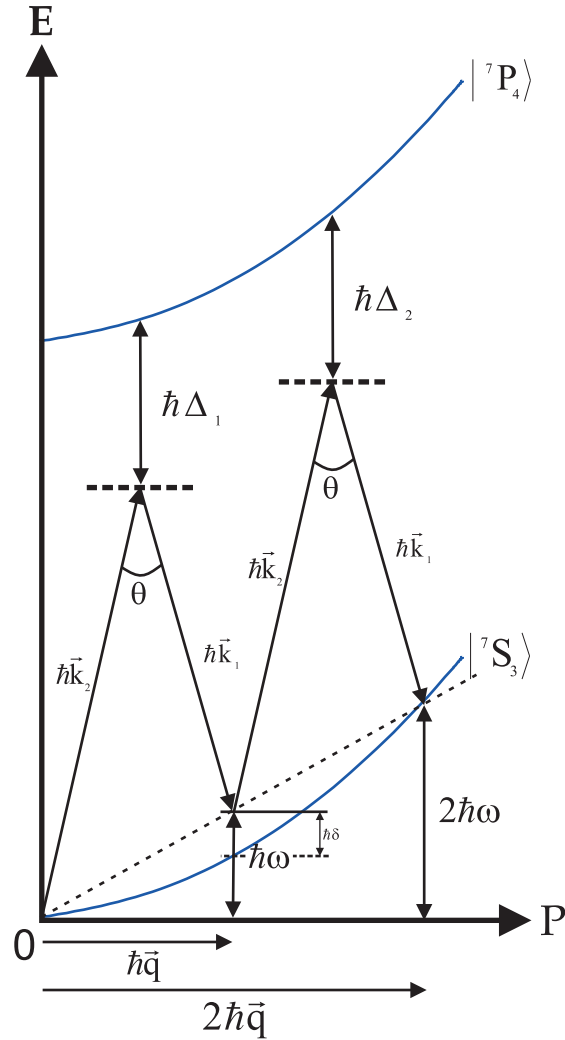


FIGURE 5.12 – Schéma d'une transition de Bragg à 4 photons faisant intervenir l'état fondamental 7S_3 et l'état excité 7P_4 . Cette transition est la succession de deux transitions Bragg à 2 photons, d'énergie $\hbar\omega$, transférant chacune au BEC un moment $\hbar\mathbf{q} = \hbar(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1)$. Le moment total transféré au condensat est de $2\hbar\mathbf{q}$. La première transition aboutit à un état virtuel dont l'énergie diffère de $\hbar\delta$ de celle de la quasi-particule de Bogoliubov de moment $\hbar\mathbf{q}$. La deuxième transition transfère les atomes de cet état virtuel vers un excité de Bogoliubov de moment $2\hbar\mathbf{q}$. Lors de ces deux transitions à deux photons, l'état interne des atomes passe par des états virtuels décalés d'une énergie $\hbar\Delta_1$ par rapport à l'état 7P_4 , pour la première transition, et d'une énergie $\hbar\Delta_2$ par rapport à ce même état, pour la deuxième transition. Cette figure n'est pas à l'échelle puisque en réalité, $\omega \ll \Delta_{1,2}$

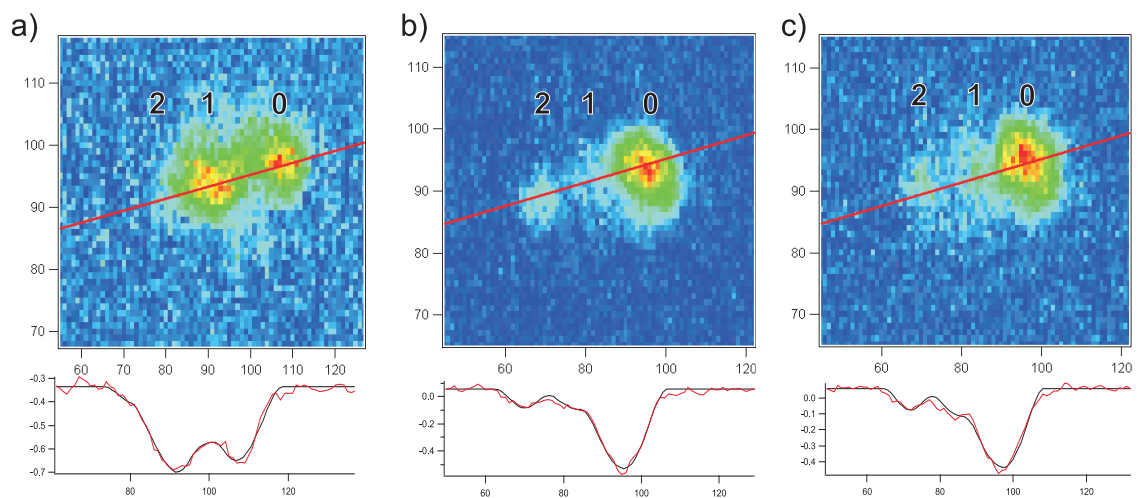


FIGURE 5.13 – Images d'excitations par diffusion Bragg à 2, 4 et 2 et 4 photons, d'un BEC de chrome après un TOF de 5 ms. Photo a) : Forte excitation de Bragg à 2 photons, d'une amplitude de 60 % environ. On voit clairement le condensat (ordre 0 de diffusion) et la partie excitée (ordre 1). Photo b) : Excitation d'une transition de Bragg à 4 Photons : l'ordre 2 de diffusion de Bragg apparaît clairement et est environ deux fois plus éloigné que l'ordre 1 qui est faiblement peuplé. Photo c) : Excitation simultanée, de même amplitude (environ 10 %), de transitions Bragg à 2 et 4 photons. Les ordres de diffusion 1 et 2 apparaissent assez distinctement. L'axe d'excitation est représenté en rouge sur les photos et au dessous de chacune d'elles figurent, en rouge, les profils en densité optique intégrés perpendiculairement à cet axe. De plus, ces profils sont fittés (courbes noires superposées aux profils en densité) par une somme de trois distributions de Thomas-Fermi.

$$P_{ex1} = \frac{N_1}{N_0 + N_1 + N_2} \quad (5.67)$$

et

$$P_{ex2} = \frac{N_2}{N_0 + N_1 + N_2} \quad (5.68)$$

Comme nous le verrons dans la partie 5.4.3, le rapport signal à bruit sur P_{ex2} est très bon dans nos mesures.

5.3 Approximation de densité locale dans un condensat inhomogène

Nous traitons ici les excitations de faible amplitude d'un condensat piégé. Le spectre d'excitation des quasi-particules de Bogoliubov établi dans la partie 5.1 est généralisé au cas d'un BEC inhomogène grâce à une approximation de densité locale (LDA). Nous montrons que cette approximation est valable en présence d'interaction dipôle-dipôle et donnons ses conditions de validité. La distribution en densité du condensat ainsi que sa taille finie conduisent à un élargissement de la résonance de l'excitation, que nous caractérisons. Ce modèle nous permet d'établir une relation de dispersion théorique.

L'équation de Gross-Pitaevskii pour un condensat piégé dans un potentiel harmonique $V_{ho}(\mathbf{r})$, en présence d'interactions de contact et dipôle-dipôle, s'écrit :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2 \Delta}{2m} + V_{ho}(\mathbf{r}) + g|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 + \int V_{dd}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) |\psi(\mathbf{r}', t)|^2 d^3\mathbf{r}' \right) \psi(\mathbf{r}, t) \quad (5.69)$$

Pour caractériser les faibles excitations du BEC, on utilise, comme dans la partie 5.1.3, une solution perturbative de la forme

$$\psi(\mathbf{r}, t) = e^{-i\mu t/\hbar} (\psi_0(\mathbf{r}) + u(\mathbf{r})e^{-i\omega t} + v^*(\mathbf{r})e^{i\omega t}) \quad (5.70)$$

où $\psi_0(\mathbf{r})$ est la fonction d'onde des atomes du BEC, considérée ici comme réelle, dans l'état fondamental d'énergie μ . $u(\mathbf{r})$ et $v(\mathbf{r})$ sont des perturbations de faible amplitude de cette fonction d'onde.

On obtient, en insérant (5.70) dans (5.69), l'équivalent des équations de Bogoliubov-de Gennes dans le cas d'un BEC non uniforme, au premier ordre en $u(\mathbf{r})$ et $v(\mathbf{r})$.

$$\hbar\omega u(\mathbf{r}) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_{ho}(\mathbf{r}) - \mu + 2gn(\mathbf{r}) + \Phi_{\psi_0}(\mathbf{r}) \right) u(\mathbf{r}) + gn(\mathbf{r})v(\mathbf{r}) + \Phi_{u+v}(\mathbf{r})\psi_0(\mathbf{r}) \quad (5.71)$$

$$-\hbar\omega v(\mathbf{r}) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V_{ho}(\mathbf{r}) - \mu + 2gn(\mathbf{r}) + \Phi_{\psi_0}(\mathbf{r}) \right) v(\mathbf{r}) + gn(\mathbf{r})u(\mathbf{r}) + \Phi_{u+v}(\mathbf{r})\psi_0(\mathbf{r}) \quad (5.72)$$

où $\Phi_{u+v}(\mathbf{r}) = \int \psi_0(\mathbf{r}')V_{dd}(\mathbf{r}' - \mathbf{r})(u(\mathbf{r}') + v(\mathbf{r}'))d^3\mathbf{r}'$ et $\Phi_{\psi_0}(\mathbf{r}) = \int \psi_0^2(\mathbf{r}')V_{dd}(\mathbf{r}' - \mathbf{r})d^3\mathbf{r}'$
 $n(\mathbf{r})$ est la densité du BEC dans l'état fondamental, avec $n(\mathbf{r}) = |\psi_0(\mathbf{r})|^2$.
 μ étant l'énergie totale associée à la fonction d'onde $\psi_0(\mathbf{r})$, on a aussi :

$$-\frac{\hbar^2\Delta\psi_0(\mathbf{r})}{2m\psi_0(\mathbf{r})} + V_{ho}(\mathbf{r}) + gn(\mathbf{r}) + \Phi_{\psi_0}(\mathbf{r}) = \mu \quad (5.73)$$

En insérant (5.73) dans (5.71) et (5.72), on a enfin :

$$\hbar\omega u(\mathbf{r}) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + \frac{\hbar^2\Delta\psi_0(\mathbf{r})}{2m\psi_0(\mathbf{r})} + gn(\mathbf{r}) \right) u(\mathbf{r}) + gn(\mathbf{r})v(\mathbf{r}) + \Phi_{u+v}(\mathbf{r})\psi_0(\mathbf{r}) \quad (5.74)$$

$$-\hbar\omega v(\mathbf{r}) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + \frac{\hbar^2\Delta\psi_0(\mathbf{r})}{2m\psi_0(\mathbf{r})} + gn(\mathbf{r}) \right) v(\mathbf{r}) + gn(\mathbf{r})u(\mathbf{r}) + \Phi_{u+v}(\mathbf{r})\psi_0(\mathbf{r}) \quad (5.75)$$

Ces équations n'admettent pas de solution analytique et nécessitent une résolution numérique, à moins d'utiliser une approximation de densité locale.

5.3.1 Validité de la LDA en présence d'interactions dipôle-dipôle et de contact

La LDA consiste à considérer le BEC piégé comme localement homogène, de façon à pouvoir appliquer les résultats de la partie 5.1. Nous montrons dans cette partie pourquoi cette approximation, habituellement utilisée pour un condensat d'atomes en interactions de contact, peut également s'appliquer en présence d'interactions dipôle-dipôle, malgré leur longue portée. Cette approximation n'est valable que pour des longueurs d'onde d'excitation suffisamment petites devant les dimensions du BEC selon les trois axes du piège, ce que nous expliquons ci-dessous.

Conditions de validité de la LDA

Nous étudions, au point \mathbf{r} , les équations (5.74) et (5.75). Nous montrons, pour une excitation de moment $\hbar\mathbf{q}$, qu'au voisinage de ce point, ces équations peuvent être simplifiées pour retrouver celles du cas homogène, si les conditions suivantes sont vérifiées :

$$\frac{2\pi}{q} \ll 2R_{x,y,z} \quad (5.76)$$

où R_x , R_y et R_z sont, rappelons-le, les rayons de Thomas-Fermi du condensat, respectivement selon les axes O_x , O_y et O_z .

Nous supposons ces trois conditions vérifiées et nous écrivons, dans l'équation (5.70), $u(\mathbf{r}) = u_{\mathbf{q}}^1 e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$ et $v(\mathbf{r}) = v_{\mathbf{q}}^1 e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$. Les équations (5.74) et (5.75) deviennent alors :

$$\hbar\omega u_{\mathbf{q}}^1 e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} = e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \left[\left(\frac{\hbar^2 q^2}{2m} + \frac{\hbar^2 \Delta \psi_0(\mathbf{r})}{2m\psi_0(\mathbf{r})} + gn(\mathbf{r}) \right) u_{\mathbf{q}}^1 + gn(\mathbf{r}) v_{\mathbf{q}}^1 \right] + \Phi_{u+v}(\mathbf{r}), \quad (5.77)$$

$$-\hbar\omega v_{\mathbf{q}}^1 e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} = e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \left[\left(\frac{\hbar^2 q^2}{2m} + \frac{\hbar^2 \Delta \psi_0(\mathbf{r})}{2m\psi_0(\mathbf{r})} + gn(\mathbf{r}) \right) v_{\mathbf{q}}^1 + gn(\mathbf{r}) u_{\mathbf{q}}^1 \right] + \Phi_{u+v}(\mathbf{r}), \quad (5.78)$$

le terme $\Phi_{u+v}(\mathbf{r})$ s'écrivant :

$$\Phi_{u+v}(\mathbf{r}) = (u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1) \int \psi_0(\mathbf{r}') V_{dd}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}'} d^3\mathbf{r}'. \quad (5.79)$$

Transformation du terme non local

Afin d'aboutir à la LDA, il est d'abord important de transformer le terme non local (5.79), dû à la DDI. Remarquons pour cela que la partie intégrale de ce terme est égale à la transformée de Fourier du produit $\psi_0(\mathbf{r}') V_{dd}(\mathbf{r}' - \mathbf{r})$. La transformée de Fourier d'un produit de deux fonctions étant égale, à un facteur $\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}$ près, à la convolution des transformées de Fourier de ces fonctions, on obtient donc :

$$\Phi_{u+v}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} (u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1) \int \frac{\tilde{\psi}_0(\mathbf{k}) \tilde{V}_{dd}(\mathbf{q} - \mathbf{k})}{(2\pi)^{3/2}} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d^3\mathbf{k}. \quad (5.80)$$

où $\tilde{\psi}_0(\mathbf{k})$ est la transformée de Fourier de la fonction d'onde $\psi_0(\mathbf{r}')$, définie par $\tilde{\psi}_0(\mathbf{k}) = \int \psi_0(\mathbf{r}') e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}'}$. $\tilde{V}_{dd}(\mathbf{k})$ est la transformée de Fourier du potentiel d'interaction dipôle-dipôle, donnée par la formule (5.19).

L'approximation de Thomas-Fermi présente un paradoxe : bien que, dans cette dernière, l'énergie cinétique de la fonction d'onde à l'état fondamental soit négligée, l'énergie cinétique totale, $\int \frac{(\hbar\mathbf{k})^2}{2m} |\tilde{\psi}_0(\mathbf{k})|^2$, calculée dans cette approximation, est infinie ([74]). Cela est dû à des irrégularités de la fonction d'onde dans l'approximation de Thomas-Fermi, qui introduisent des composantes de moment élevé dans sa transformée de Fourier. Ces irrégularités interviennent aux points où la densité atomique s'annule et où l'énergie cinétique quantique n'est plus négligeable. Dans l'approximation de Thomas-Fermi, la fonction d'onde est alors peu localisée dans l'espace des moments. En réalité, la fonction d'onde ψ_0 est bien localisée dans l'espace des moments, ce qui est indispensable pour transformer la formule (5.80) de façon à la rendre compatible avec la LDA.

Pour tenir compte de cette localisation, nous n'utilisons pas l'approximation de Thomas-Fermi et faisons, pour $\psi_0(\mathbf{r})$, une approximation gaussienne. Nous écrivons alors :

$$\psi_0(x, y, z) = \sqrt{\frac{N}{w_x w_y w_z (2\pi)^{3/2}}} e^{-\left(\frac{x^2}{4w_x^2} + \frac{y^2}{4w_y^2} + \frac{z^2}{4w_z^2}\right)} \quad (5.81)$$

w_x , w_y et w_z étant, respectivement, les demi-largeurs à $\frac{1}{\sqrt{e}}$, selon les axes O_x , O_y et O_z , de la densité atomique $n(\mathbf{r}) = |\psi_0(\mathbf{r})|^2$.

On obtient alors pour $\tilde{\psi}_0(\mathbf{k})$:

$$\tilde{\psi}_0(k_x, k_y, k_z) = \sqrt{8(2\pi)^{3/2} N w_x w_y w_z} e^{-((k_x w_x)^2 + (k_y w_y)^2 + (k_z w_z)^2)} \quad (5.82)$$

Dans le régime de Thomas-Fermi, les écarts-types $\hbar\Delta q_x$, $\hbar\Delta q_y$ et $\hbar\Delta q_z$ de la distribution en impulsion du condensat, $|\tilde{\psi}_0(\mathbf{k})|^2$, selon les axes O_x , O_y et O_z vérifient ([167]) :

$$\Delta q_j \approx \frac{\pi}{2R_j}. \quad (5.83)$$

pour $j = x, y, z$.

Dans notre approximation gaussienne, on a alors, pour $j = x, y, z$:

$$w_j = \frac{1}{2\Delta q_j} \approx \frac{R_j}{\pi}. \quad (5.84)$$

Nous allons maintenant pouvoir transformer le terme (5.80) grâce aux conditions (5.76).

D'après la formule (5.82), $\tilde{\psi}_0(k_x, k_y, k_z)$ tend très rapidement vers 0 lorsque l'un des k_j ($j = x, y$ ou z) est supérieur à $\frac{1}{w_j}$. Le terme $\tilde{V}_{dd}(\mathbf{q} - \mathbf{k})$ de l'intégrale (5.80) étant borné, on peut donc dire que, dans l'espace de Fourier, cette intégrale converge à l'intérieur d'une boîte dont les largeurs selon les axes O_x , O_y et O_z sont respectivement de l'ordre de $\frac{1}{w_x}$, $\frac{1}{w_y}$ et $\frac{1}{w_z}$. A l'intérieur de cette boîte, on a, d'après les conditions (5.76) et les équations (5.84), $k \ll q$. Ainsi, $\tilde{V}_{dd}(\mathbf{q} - \mathbf{k})$ est quasiment constant dans cette boîte et on peut donc écrire, $\tilde{V}_{dd}(\mathbf{q} - \mathbf{k}) \approx \tilde{V}_{dd}(\mathbf{q})$. En reportant cette approximation dans l'équation (5.80), on obtient :

$$\Phi_{u+v}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}(u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1)\tilde{V}_{dd}(\mathbf{q}) \int \frac{\tilde{\psi}_0(\mathbf{k})}{(2\pi)^{3/2}} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} d^3\mathbf{k}. \quad (5.85)$$

Le terme intégral de cette équation est égal à la transformée de Fourier inverse de $\tilde{\psi}_0(\mathbf{k})$. Ce terme est donc égal à $\psi_0(\mathbf{r})$. On obtient donc finalement :

$$\Phi_{u+v}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}(u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1)\tilde{V}_{dd}(\mathbf{q})\psi_0(\mathbf{r}). \quad (5.86)$$

Justification de la LDA

Les équations (5.77) et (5.78) deviennent alors, après les avoir divisées par $e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$:

$$\hbar\omega u_{\mathbf{q}}^1 = \left(\frac{\hbar^2 q^2}{2m} + \frac{\hbar^2 \Delta\psi_0(\mathbf{r})}{2m\psi_0(\mathbf{r})} + gn(\mathbf{r}) \right) u_{\mathbf{q}}^1 + gn(\mathbf{r})v_{\mathbf{q}}^1 + n(\mathbf{r})(u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1)\tilde{V}_{dd}(\mathbf{q}) \quad (5.87)$$

$$-\hbar\omega v_{\mathbf{q}}^1 = \left(\frac{\hbar^2 q^2}{2m} + \frac{\hbar^2 \Delta\psi_0(\mathbf{r})}{2m\psi_0(\mathbf{r})} + gn(\mathbf{r}) \right) v_{\mathbf{q}}^1 + gn(\mathbf{r})u_{\mathbf{q}}^1 + n(\mathbf{r})(u_{\mathbf{q}}^1 + v_{\mathbf{q}}^1)\tilde{V}_{dd}(\mathbf{q}) \quad (5.88)$$

Le terme $\frac{\hbar^2 \Delta\psi_0(\mathbf{r})}{2m\psi_0(\mathbf{r})}$ provient de l'énergie cinétique quantique dans le BEC piégé. Ainsi, dans le régime de Thomas Fermi, ce terme est négligeable devant $gn(\mathbf{r})$ dans la quasi-totalité du volume occupé par le condensat. De plus, l'énergie cinétique quantique étant de l'ordre de $\frac{\hbar^2}{2mR_{TF}^2}$, la condition (5.76) implique que cette énergie est également très faible devant $\frac{\hbar^2 q^2}{2m}$. Dans le régime de Thomas-Fermi, les deux équations précédente s'écrivent alors :

$$\hbar\omega u_{\mathbf{q}}^1 = \left[\frac{\hbar^2 q^2}{2m} + n(\mathbf{r}) \left(g + \tilde{V}_{dd}(\mathbf{q}) \right) \right] u_{\mathbf{q}}^1 + n(\mathbf{r}) \left(g + \tilde{V}_{dd}(\mathbf{q}) \right) v_{\mathbf{q}}^1 \quad (5.89)$$

$$-\hbar\omega v_{\mathbf{q}}^1 = \left[\frac{\hbar^2 q^2}{2m} + n(\mathbf{r}) \left(g + \tilde{V}_{dd}(\mathbf{q}) \right) \right] v_{\mathbf{q}}^1 + n(\mathbf{r}) \left(g + \tilde{V}_{dd}(\mathbf{q}) \right) u_{\mathbf{q}}^1 \quad (5.90)$$

Ainsi, localement autour du point \mathbf{r} , on retrouve les équations linéaires de Bogoliubov-de Gennes, (5.40) et (5.41) valables pour un condensat homogène.

Ainsi, la densité variant peu sur une distance de l'ordre de $\frac{2\pi}{q}$, ce que garantissent les conditions (5.76), le fait d'écrire $u(\mathbf{r}) = u_{\mathbf{q}}^1 e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$ et $v(\mathbf{r}) = v_{\mathbf{q}}^1 e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$ nous a mené à des équations que l'on sait résoudre. Elles ont pour inconnues ω , $u_{\mathbf{q}}^1$ et $v_{\mathbf{q}}^1$ et leurs solutions sont valables localement autour du point \mathbf{r} . Le moment $\hbar\mathbf{q}$ est un assez bon nombre quantique et la LDA est valable.

La validité de la LDA en présence d'interaction dipôle-dipôle a également été démontrée dans l'annexe d'un article théorique très récent ([141]).

Discussion : Dans le cas d'un système où n'existent que des interactions de contact, la LDA est applicable si la taille du condensat selon la direction de l'excitation est grande devant la longueur d'onde de cette dernière. Nous venons de démontrer qu'en présence d'interactions dipôle-dipôle, on ne peut considérer le BEC comme localement homogène que si ses dimensions, selon les trois axes du piège, sont grandes devant la longueur d'onde d'excitation. Il est donc important que l'excitation ait lieu dans un système 3D. En dimension réduite, où le condensat n'est long devant la longueur d'onde d'excitation que selon deux axes du piège (cas 2D), ou un seul axe du piège (cas

1D), l'influence de la DDI sur l'énergie d'une excitation diffère radicalement du cas 3D ([155, 152, 151]).

Nous avons démontré la validité de la LDA pour un BEC dipolaire, malgré le caractère à longue portée de la DDI, dans le régime de Thomas-Fermi, à des longueurs d'onde d'excitation suffisamment courtes. Les différentes densités atomiques existant dans le condensat donnent lieu à un élargissement par inhomogénéité du spectre d'excitation, ce qui sera traité en premier lieu dans la partie suivante. L'élargissement Doppler, dû au fait que la longueur de cohérence du condensat piégé n'est pas infinie, ce dont nous n'avons jusqu'à maintenant pas tenu compte, fera également l'objet d'une étude dans la partie suivante.

5.3.2 Sources d'élargissement du spectre d'excitation

Dans la LDA, le pic d'excitation est élargi à cause de la distribution en densité dans le condensat. Nous traitons dans cette partie cet élargissement ainsi que l'élargissement lié spécifiquement à la taille finie du condensat. Enfin nous tenons compte de la distribution en fréquence des faisceaux de Bragg, due à la durée finie de l'excitation. Cela nous permet d'établir les spectres d'excitation théoriques, en vue d'une comparaison de ces derniers avec les résultats expérimentaux.

Élargissement par inhomogénéité du BEC dans la LDA

Si la condition (5.76) est vérifiée, on peut appliquer grâce aux équations (5.89) et (5.90), la formule (5.23) à un BEC homogène de densité $n(\mathbf{r})$ pour obtenir l'énergie $\epsilon_{\mathbf{q}}(\mathbf{r})$ d'une quasi-particule de moment $\hbar\mathbf{q}$ associée à cette densité :

$$\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}(n(\mathbf{r})) = \sqrt{\frac{\hbar^2 q^2}{2m} \left[\frac{\hbar^2 q^2}{2m} + 2gn(\mathbf{r}) (1 + \epsilon_{dd}(3\cos^2\theta_{\mathbf{q}} - 1)) \right]} \quad (5.91)$$

$\theta_{\mathbf{q}}$ étant, comme dans la partie 5.1, l'angle entre le vecteur \mathbf{q} et le champ magnétique de polarisation.

Le facteur de structure statique, défini dans la partie 5.1.1, d'un condensat homogène de densité $n(\mathbf{r})$ peut s'écrire, d'après la loi de Feynmann (5.17), $S_{\mathbf{q}}(n(\mathbf{r})) = \frac{\epsilon_{\mathbf{q}}^0}{\epsilon_{\mathbf{q}}(n(\mathbf{r}))}$. Dans un tel BEC, le taux d'excitation d'une quasi-particule de moment $\hbar\mathbf{q}$ défini dans la formule (5.59), s'écrit alors :

$$\Gamma_B(\omega, n(\mathbf{r})) = 2\pi \left(\frac{\Omega_B}{2} \right)^2 S_{\mathbf{q}}(n(\mathbf{r})) \delta(\omega - \omega_{\mathbf{q}}(n(\mathbf{r}))) \quad (5.92)$$

où $\omega_{\mathbf{q}}(n(\mathbf{r})) = \frac{\epsilon_{\mathbf{q}}(n(\mathbf{r}))}{\hbar}$.

Dans la LDA, on considère le BEC comme étant un mélange statistique de condensats homogènes ayant des densités $n(\mathbf{r})$ différentes. La population associée à chacune

de ces densités se calcule à partir de la distribution en probabilité des densités $n(\mathbf{r})$ du BEC.

Le nombre d'atomes dont la densité est égale à $n(\mathbf{r})$ à dn près, vaut $P(n(\mathbf{r}))dn$, où $P_n(n(\mathbf{r}))$ s'écrit, dans le régime de Thomas-Fermi, pour un profil de densité parabolique ([14]) :

$$P(n(\mathbf{r})) = \frac{15}{4} \frac{1}{n_0} \frac{n(\mathbf{r})}{n_0} \sqrt{1 - \frac{n(\mathbf{r})}{n_0}} \quad (5.93)$$

où n_0 est la densité au centre du BEC, qui est la densité maximale.

Le taux d'excitation $\Gamma_B(\omega)$ d'une quasi-particule de moment $\hbar\mathbf{q}$ est donc, dans la LDA, la moyenne pondérée de $\Gamma_B(\omega, n(\mathbf{r}))$ sur toutes les densités et s'écrit alors :

$$\Gamma_B(\omega) = 2\pi \left(\frac{\Omega_B}{2} \right)^2 S(\mathbf{q}, \omega) \quad (5.94)$$

où

$$S(\mathbf{q}, \omega) = \int_n P(n) dn S_q(n) \delta(\omega - \omega_q(n)) \quad (5.95)$$

est le facteur de structure dynamique d'un BEC dans la LDA. En écrivant, grâce à la formule (5.91),

$$n(\omega_{\mathbf{q}}) = \left(\frac{(\hbar\omega_{\mathbf{q}}(n))^2}{\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0} - \epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0 \right) \frac{1}{2g(1 + \epsilon_{dd}(3 \cos^2 \theta_{\mathbf{q}} - 1))}, \quad (5.96)$$

on peut effectuer le changement de variable $n \rightarrow \omega_{\mathbf{q}}$ qui nous donne, avec $dn = \frac{2}{\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0 2g(1 + \epsilon_{dd}(3 \cos^2 \theta_{\mathbf{q}} - 1))} \hbar^2 \omega_{\mathbf{q}} d\omega_{\mathbf{q}}$:

$$S(\mathbf{q}, \omega) = \int_{\omega_{\mathbf{q}}} P(n(\omega_{\mathbf{q}})) \frac{1}{2g(1 + \epsilon_{dd}(3 \cos^2 \theta_{\mathbf{q}} - 1))} \frac{2\hbar\omega_{\mathbf{q}}}{\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0} S_q(n(\omega_{\mathbf{q}})) \delta(\omega - \omega_{\mathbf{q}}) \hbar d\omega_{\mathbf{q}} \quad (5.97)$$

où l'on rappelle que $S_q(n(\omega_{\mathbf{q}})) = \frac{\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0}{\hbar\omega_{\mathbf{q}}}$.

On peut ainsi intégrer cette formule pour obtenir enfin :

$$S(\mathbf{q}, \omega) = \hbar \frac{15}{8} \frac{(\hbar\omega)^2 - \epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0{}^2}{\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0 \mu_{\mathbf{q}}^2} \sqrt{1 - \frac{(\hbar\omega)^2 - \epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0{}^2}{2\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0 \mu_{\mathbf{q}}}} \quad (5.98)$$

où

$$\mu_{\mathbf{q}} = gn_0 (1 + \epsilon_{dd}(3 \cos^2 \theta_{\mathbf{q}} - 1)). \quad (5.99)$$

Pour un moment $\hbar\mathbf{q}$ donné, $S(\mathbf{q}, \omega)$ est nul en dehors de $[\frac{\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0}{\hbar}, \frac{\sqrt{\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0(\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0 + 2\mu_{\mathbf{q}})}}{\hbar}]$ (voir fig. 5.14).

Notons que $S(\mathbf{q}, \omega)d\omega$ est le produit de la fonction $h(\omega)d\omega = P(n(\omega_{\mathbf{q}})) \frac{1}{2g(1+\epsilon_{dd}(3\cos^2\theta_{\mathbf{q}}-1))} \frac{2\hbar\omega_{\mathbf{q}}}{\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0} d\omega$ et du facteur de structure statique $S_{\mathbf{q}}(n(\omega))$ associé au condensat de densité $n(\omega)$ que peuplent ces atomes. $h(\omega)d\omega$ représente la proportion d'atomes du BEC concernés par une excitation à la fréquence ω à $d\omega$ près.

$S(\mathbf{q}, \omega)$ est représenté dans la figure 5.14 à $q\xi = 0,80$, pour un champ magnétique perpendiculaire et parallèle à la direction de l'excitation, conformément à notre expérience.

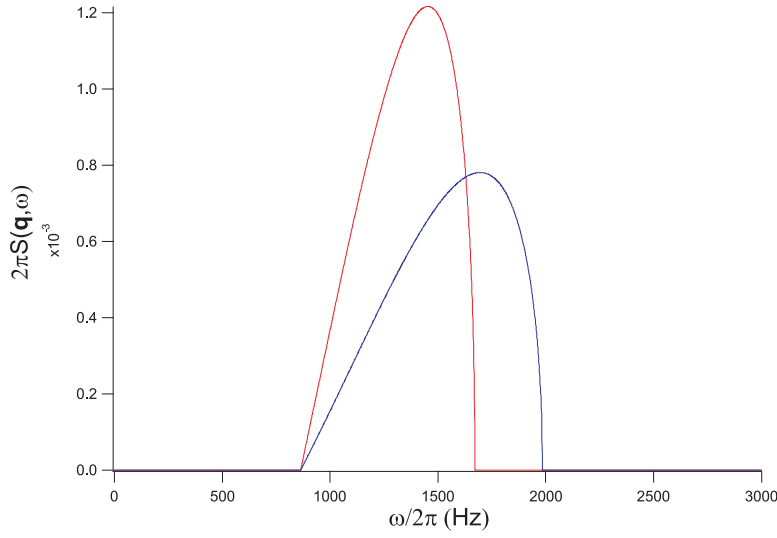


FIGURE 5.14 – *Facteur de structure dynamique $S(\mathbf{q}, \omega)$ du BEC de chrome dans la LDA dans les conditions typiques de notre expérience (10000 atomes dans le condensat), à $q\xi = 0,80$. Sont représentés les facteurs de structure dynamique pour un champ magnétique perpendiculaire (courbe de gauche) et parallèle (courbe de droite) au vecteur \mathbf{q} . En calculant les valeurs moyennes de ces distributions, on constate que l'énergie moyenne de la quasi-particule de moment $\hbar\mathbf{q}$ dépend de l'angle $\theta_{\mathbf{q}}$ entre l'axe de polarisation des dipôles et la direction de l'excitation. Pour $\theta_{\mathbf{q}} = 0[\pi]$, cette énergie est décalée vers la droite par rapport au cas où $\theta_{\mathbf{q}} = \frac{\pi}{2}[\pi]$.*

A partir de $S_{\mathbf{q}}(n)$, on peut également définir le facteur de structure statique $S_{\mathbf{q}}$ et une énergie $\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}$ moyennés sur toutes les densités du condensat pour obtenir :

$$S_{\mathbf{q}} = \int_n P(n)dn S_{\mathbf{q}}(n) = \int_{\omega} S(\mathbf{q}, \omega)d\omega \quad (5.100)$$

et

$$\epsilon_{\hbar\mathbf{q}} = \int_n P(n)dn \epsilon_{\hbar\mathbf{q}}(n) \quad (5.101)$$

On peut montrer ([146]) que ces quantités vérifient la relation :

$$\epsilon_{\hbar\mathbf{q}} = \hbar \frac{\int_{\omega} \omega S(\mathbf{q}, \omega) d\omega}{S_{\mathbf{q}}} = \hbar \frac{\int_{\omega} \omega S(\mathbf{q}, \omega) d\omega}{\int_{\omega} S(\mathbf{q}, \omega) d\omega} \quad (5.102)$$

Ainsi, $\frac{S(\mathbf{q}, \omega)}{S_{\mathbf{q}}}$ est la distribution caractérisant l'élargissement en fréquence du pic d'excitation de moment $\hbar\mathbf{q}$. Chaque fréquence de ce spectre est associée localement à une densité $n(\mathbf{r})$ et à une énergie $\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}(n(\mathbf{r}))$, donnée dans la formule (5.91), pour un BEC dipolaire dans le régime de Thomas-Fermi.

En intégrant (5.100) ([168]) on peut calculer $S_{\mathbf{q}}$:

$$S_{\mathbf{q}} = \frac{15}{4} \left\{ \frac{3 + \alpha_{\mathbf{q}}}{4\alpha_{\mathbf{q}}^2} - \frac{(3 + 2\alpha_{\mathbf{q}} - \alpha_{\mathbf{q}}^2)}{16\alpha_{\mathbf{q}}^{5/2}} \left[\pi + 2 \arctan \left(\frac{\alpha_{\mathbf{q}} - 1}{2\sqrt{\alpha_{\mathbf{q}}}} \right) \right] \right\} \quad (5.103)$$

où $\alpha_{\mathbf{q}} = 2\mu_{\mathbf{q}}/\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0$.

La loi de Feynmann (5.17) étant toujours vérifiée dans la LDA ([146]), l'énergie moyenne de la quasi-particule de moment $\hbar\mathbf{q}$ s'écrit :

$$\epsilon_{\hbar\mathbf{q}} = \frac{\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0}{S_{\mathbf{q}}} \quad (5.104)$$

$\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}$ peut également s'écrire :

$$\epsilon_{\hbar\mathbf{q}} = \frac{\hbar^2}{2m\xi_{\mathbf{q}}^2} \sqrt{q^2 \xi_{\mathbf{q}}^2 (q^2 \xi_{\mathbf{q}}^2 + 2)} \quad (5.105)$$

où

$$\xi_{\mathbf{q}} = \frac{\hbar}{m\sqrt{2} \frac{\hbar q}{2m} \sqrt{S_{\mathbf{q}}^{-2} - 1}} \quad (5.106)$$

Vitesse du son dans la LDA : La vitesse du son s'écrit $c_s(\theta_{\mathbf{q}}) = \lim_{|\mathbf{q}| \rightarrow 0} \frac{\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}}{\hbar|\mathbf{q}|}$.

Dans la LDA, on obtient :

$$c_s(\theta_{\mathbf{q}}) = \frac{32}{15\pi} \sqrt{\frac{\mu_{\mathbf{q}}}{m}} \quad (5.107)$$

où $\mu_{\mathbf{q}}$ est défini dans la formule (5.99).

$\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}$, c_s et $S_{\mathbf{q}}$, dépendent, par le biais de $\mu_{\mathbf{q}}$, de l'angle $\theta_{\mathbf{q}}$ que fait le champ magnétique de polarisation avec la direction de l'excitation. Le résultat principal présenté dans ce chapitre est la mesure expérimentale de $\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}$ pour plusieurs valeurs de \mathbf{q} .

Élargissement Doppler : Élargissement par taille finie du BEC

La LDA, que nous avons introduite dans la partie 5.3.1, est établie selon l'hypothèse que le moment $\hbar\mathbf{q}$ est un bon nombre quantique. Dans notre étude des excitations de Bogoliubov de moment $\hbar\mathbf{q}$, nous avons donc écrit l'énergie cinétique des atomes excités comme étant égale à $\frac{\hbar^2 q^2}{2m}$, terme qui apparaît dans les équations de Bogoliubov-de Gennes. Or, l'élargissement en moment, dû à la longueur de cohérence finie du condensat, entraîne, par effet Doppler, une modification de ce terme. La longueur de cohérence d'un condensat, mesurée dans le cas 1D dans [169] est égale à sa taille ([170]). Il en résulte un élargissement de la distribution en impulsion du condensat le long de l'axe d'excitation, qui peut être approximée par une gaussienne de demi-largeur $\hbar\Delta q$ (à $\frac{1}{\sqrt{e}}$). Dans le régime de Thomas-Fermi, où la pression quantique est négligée, on a ([167]) :

$$\Delta q = \frac{1,58}{R_x} \quad (5.108)$$

lorsque l'on excite selon l'axe Ox .

Le condensat étant dans une superposition cohérente de différents moments, le pic de résonance de la création d'une quasi-particule de moment $\hbar\mathbf{q}$ est élargi par effet Doppler. Dans le régime des particules ($q \gg \xi^{-1}$), l'effet Doppler est la principale source d'élargissement du spectre d'excitation. Dans le régime phononique ($q\xi < 1$), il est dominé par l'inhomogénéité en densité du condensat si le BEC est très profondément dans le régime de Thomas-Fermi, c'est à dire si $\mu \gg \hbar\omega_x$ ([12, 168]). Ce n'est malheureusement pas le cas dans notre expérience, car $\frac{\mu}{\hbar\omega_x} \approx 5$, et, dans le régime phononique, nous sommes donc obligés de tenir compte de l'élargissement Doppler.

La question de l'élargissement Doppler dans le régime phononique, n'a, à notre connaissance, fait l'objet d'aucune étude théorique, ce dernier ayant été jusqu'à présent toujours négligé dans ce régime. Dans [168] sont mis en évidence deux domaines : celui où la LDA est applicable et celui où une approximation impulsionnelle (IA) est utilisée pour modéliser le BEC comme une superposition cohérente d'impulsions en négligeant les effets de champ moyen. Les régimes dans lesquels ces approximations sont utilisées sont respectivement le régime phononique et le régime des particules. Une approximation eikonale est mise en œuvre dans cet article pour modéliser le décalage de champ moyen sur la fréquence des excitations dans le régime des particules. Cependant, cette approximation traite l'élargissement Doppler du facteur de structure dynamique comme celui d'une particule libre. Dans [171, 172], les excitations des modes discrets d'un BEC dans le régime de Thomas Fermi sont traitées dans l'approximation WKB et fournissent un cadre plus général à notre discussion.

Pour ne pas distraire le lecteur de l'étude de la physique d'un gaz dipolaire, nous faisons figurer cette discussion en annexe B. Cette dernière a pour but d'offrir une tentative d'explication de l'élargissement Doppler comme étant complémentaire à l'élargissement par inhomogénéité en densité du BEC dans la LDA. Notre but est de connaître

la correction apportée par l'élargissement Doppler sur le spectre d'excitation d'une quasi-particule.

Notre traitement nous amène à définir une distribution $S_D(\mathbf{q}, \omega)$, qui tient le rôle de facteur de structure dynamique lorsque l'on tient compte de l'inhomogénéité du condensat dans la LDA ainsi que de l'élargissement Doppler.

Cette distribution s'écrit :

$$S_D(\mathbf{q}, \omega) = \int d\omega' S(\mathbf{q}, \omega') \frac{1}{\Delta\omega_D(\omega')\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\omega-\omega')^2}{2\Delta\omega_D(\omega')^2}} \quad (5.109)$$

où

$$\Delta\omega_D(\omega') = \sqrt{\frac{(\hbar\omega')^2 + \epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0{}^2}{2\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0\hbar\omega'} \frac{\hbar q\Delta q}{m}} \quad (5.110)$$

Remarquons que :

$$\int d\omega S_D(\mathbf{q}, \omega) = \int d\omega' S(\mathbf{q}, \omega') \int d\omega \frac{1}{\Delta\omega_D(\omega')\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\omega-\omega')^2}{2\Delta\omega_D(\omega')^2}} = \int d\omega' S(\mathbf{q}, \omega') = S_{\mathbf{q}} \quad (5.111)$$

De façon analogue, on peut montrer que la fréquence moyenne de $S_D(\mathbf{q}, \omega)$ est, comme pour $S(\mathbf{q}, \omega)$, égale à $\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}/\hbar$.

Le taux d'excitation d'une quasi-particule de moment $\hbar\mathbf{q}$, incluant l'effet Doppler, est :

$$\Gamma_D(\omega) = 2\pi \left(\frac{\Omega_B}{2}\right)^2 S_D(\mathbf{q}, \omega) \quad (5.112)$$

$S_D(\mathbf{q}, \omega)$ est représenté en figs. 5.15 et 5.16 à $q\xi = 0,80$ et $q\xi = 4,2$, pour un champ magnétique perpendiculaire et parallèle à la direction de l'excitation, dans les conditions de notre expérience.

Notons que pour calculer $\Delta\omega_D$, nous avons tenu compte, dans la distribution en impulsion du condensat, de largeur $\hbar\Delta q$, de la striction du condensat due à l'interaction dipôle-dipôle et de la pression quantique. La striction se manifeste par un étirement du condensat le long de la direction du champ magnétique (voir partie 4.1.1). Nous avons également pris en compte la pression quantique qui tend à faire gonfler le condensat et donc à faire diminuer la largeur Δq par rapport à celle obtenue dans la formule (5.108), typiquement d'un facteur 0,9 dans notre cas.

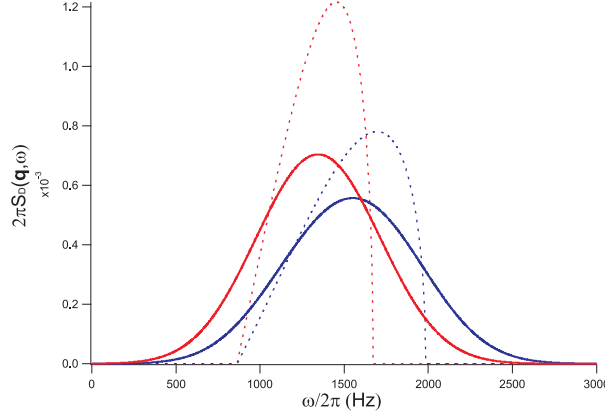


FIGURE 5.15 – *Facteur de structure dynamique dans le régime phononique à $q\xi = 0,80$ pour $\theta_{\mathbf{q}} = 0[\pi]$ (courbe en trait plein à droite) $\theta_{\mathbf{q}} = \frac{\pi}{2}[\pi]$ (courbe en trait plein à gauche), incluant les effets de l'inhomogénéité en densité dans le BEC et l'élargissement Doppler. En les comparant avec les facteurs de structure dynamique établis dans la LDA et ne tenant pas compte de l'effet Doppler (tirets), on constate que l'inhomogénéité en densité du BEC et l'effet Doppler ont une influence comparable sur la largeur du spectre. Cela justifie le traitement de ces deux effets pour l'étude du régime phononique. Notons tout de même que l'énergie moyenne de la quasi-particule reste totalement inchangée après l'introduction de l'effet Doppler (voir texte).*

Élargissement Fourier : Élargissement par durée finie du pulse d'excitation

Il est maintenant nécessaire d'inclure l'élargissement en fréquence des faisceaux laser, dû à la durée finie du pulse d'excitation.

Remarquons d'abord que, par diffusion de Bragg, il est possible de créer des quasi-particules de moment $\hbar\mathbf{q}$ ou $-\hbar\mathbf{q}$ selon le signe du désaccord ω entre les fréquences des deux faisceaux laser. La réponse du condensat à l'excitation de moment $\hbar\mathbf{q}$, dont la fréquence de résonance est $\hbar\omega_{\mathbf{q}}$, est donnée par le facteur de structure dynamique $S_D(\mathbf{q}, \omega')$. Pour l'excitation de moment $-\hbar\mathbf{q}$, dont la fréquence de résonance est $-\hbar\omega_{\mathbf{q}}$, la réponse du BEC est donnée par $S_D(-\mathbf{q}, -\omega')$.

Nous définissons l'amplitude d'excitation $P_{ex}(t)$ comme la différence des amplitudes de ces deux excitations (égales à 0,1 pour une excitation de 10 % des atomes), après une impulsion de Bragg de durée t . Dans la théorie de la réponse linéaire, on peut montrer ([148]) que le taux $dP_{ex}(t)/dt$ s'écrit, après une durée t d'excitation d'intensité constante à la fréquence $\omega/2\pi$:

$$\frac{dP_{ex}(t)}{dt} = 2\pi \left(\frac{\Omega_B}{2} \right)^2 \int d\omega' [S_D(\mathbf{q}, \omega') - S_D(-\mathbf{q}, -\omega')] \frac{1}{\pi} \frac{\sin[(\omega - \omega')t]}{\omega - \omega'} \quad (5.113)$$

Pour une durée t_B d'excitation à la fréquence ω , l'intégrale temporelle de la formule

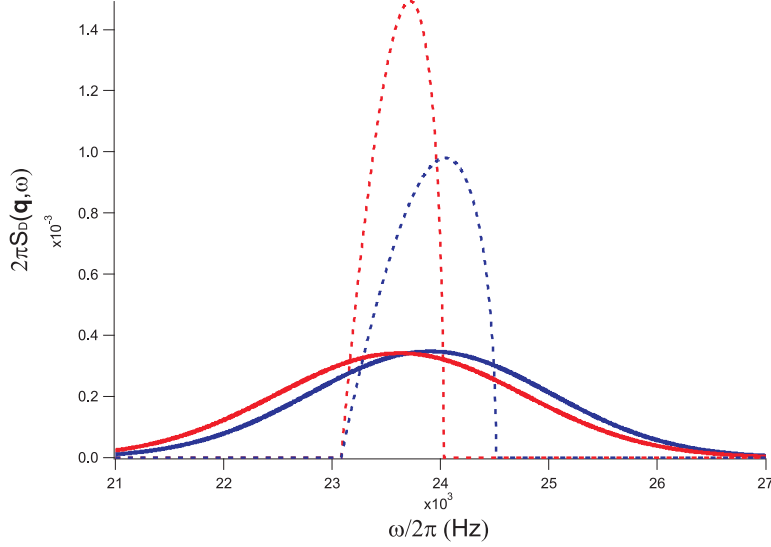


FIGURE 5.16 – *Facteur de structure dynamique dans le régime des particules à $q\xi = 4, 2$ pour $\theta_{\mathbf{q}} = 0[\pi]$ (courbe en trait plein à droite) $\theta_{\mathbf{q}} = \frac{\pi}{2}[\pi]$ (courbe en trait plein à gauche), incluant les effets de l'inhomogénéité en densité dans le BEC et l'élargissement Doppler. Ces deux distributions sont bien plus larges que les facteurs de structure dynamiques dans la LDA (tirets). A moment élevé, l'élargissement Doppler devient en effet dominant devant l'élargissement par inhomogénéité de densité du BEC ([14, 168]).*

précédente donne :

$$P_{ex}(t_B, \omega) = 4 \left(\frac{\Omega_B}{2} \right)^2 \int d\omega' [S_D(\mathbf{q}, \omega') - S_D(-\mathbf{q}, -\omega')] \frac{\sin^2[(\omega - \omega')\frac{t_B}{2}]}{(\omega - \omega')^2} \quad (5.114)$$

Comme on le voit sur les figures 5.15 et 5.16, $S_D(\mathbf{q}, \omega)$ est quasiment nul aux fréquences négatives. Ainsi, si $\omega > 0$ et $t_B \gg \frac{2\pi}{\omega}$, on peut négliger $S_D(-\mathbf{q}, -\omega')$ dans la formule précédente. En intégrant (5.114) sur toutes les fréquences positives, on obtient finalement :

$$\int_0^\infty d\omega P_{ex}(t_B, \omega) = 2\pi \left(\frac{\Omega_B}{2} \right)^2 t_B S_{\mathbf{q}}, \quad (5.115)$$

en utilisant le résultat de la formule (5.111).

L'intégrale, sur toutes les fréquences positives, d'un spectre d'excitation, nous donne donc directement le facteur de structure statique.

L'énergie $\epsilon_{h\mathbf{q}}$ de la quasi-particule peut également s'obtenir expérimentalement en constatant la validité de la règle de somme suivante :

$$\frac{\int_0^\infty d\omega \omega P_{ex}(t_B, \omega)}{\int_0^\infty d\omega P_{ex}(t_B, \omega)} = \epsilon_{h\mathbf{q}} \quad (5.116)$$

En pratique, nous mesurons $\epsilon_{h\mathbf{q}}$ et $S_{\mathbf{q}}$ en fittant le spectre expérimental par une distribution gaussienne asymétrique, que nous définirons en partie 5.4 (formule (5.118)). La moyenne et l'intégrale de cette distribution nous permettent d'estimer respectivement $\epsilon_{h\mathbf{q}}$ et $S_{\mathbf{q}}$.

Validité du régime linéaire Notons que, d'après [148], le régime linéaire n'est valable que pour une fréquence Ω_B et une durée d'excitation t_B suffisamment faibles. Les résultats des simulations présentées dans cet article nous portent à croire que l'approximation de la réponse linéaire n'engendre, pour nos paramètres expérimentaux, qu'une erreur de 10 % sur l'amplitude d'excitation. Cette erreur étant sensiblement inférieure à l'incertitude expérimentale de 40 % sur Ω_B^2 (voir partie 5.2.2), paramètre dont dépend l'amplitude d'excitation, nous négligerons par la suite cette erreur. De plus, la mesure de l'énergie moyenne d'une quasi-particule ne nécessitant pas, d'après (5.116), de connaître Ω_B , une telle erreur ne remet à priori pas en question la validité de cette mesure.

Nous avons montré comment établir les spectres théoriques incluant les effets liés à l'inhomogénéité en densité du BEC et à sa distribution en impulsion, ainsi qu'à la durée finie de l'impulsion de Bragg. Les résultats expérimentaux nous permettront de tester les conditions de validité des hypothèses faites dans cette partie.

5.4 Résultats expérimentaux

Nous présentons dans cette partie nos résultats expérimentaux. Nous montrons d'abord que la fréquence moyenne des spectres de diffusion de Bragg dépend de la direction du champ magnétique de polarisation. Ce phénomène est une signature de la DDI, et sa description est le résultat principal de ce chapitre. Nous comparons ensuite l'allure des spectres expérimentaux avec celle des spectres théoriques établis simultanément dans la LDA et le régime linéaire. Nous obtenons un bon accord théorie-expérience lorsque la longueur d'onde de l'excitation est relativement petite devant la taille du BEC. A l'inverse, aux longueurs d'onde trop proches de la taille du condensat, les ondes sonores ne peuvent pas se propager dans ce dernier. De plus, la LDA n'est alors pas valable. Dans ce cas, nous comparons brièvement nos résultats expérimentaux avec des simulations numériques. Dans la sous-partie suivante, nous commentons les courbes de dispersion mesurées, ainsi que leur accord avec la théorie. Nous déduisons de nos mesures la vitesse du son dans le BEC de chrome, pour deux orientations différentes du champ magnétique de polarisation. Dans une dernière sous-partie, nous présentons

nos mesures de l'influence de la DDI sur le facteur de structure statique du condensat. Ces mesures n'ont malheureusement pas encore abouti à des résultats concluants.

Remarques préliminaires

Sauf mention contraire, les images de l'excitation après temps de vol sont analysées en les fittant par des profils de Thomas-Fermi (voir partie 5.2.4).

Chaque spectre d'excitation est caractérisé par le paramètre $q\xi$ ou $\xi = \frac{\hbar}{\sqrt{2mgn_0}}$, n_0 étant la densité au centre du condensat. q est calculé, après une mesure de l'angle θ entre les deux faisceaux de Bragg, grâce à la relation

$$q = 2k \sin\left(\frac{\theta}{2}\right). \quad (5.117)$$

Nous rappelons que les deux faisceaux sont émis par un laser Verdi de longueur d'onde $\frac{2\pi}{k} = 532$ nm.

Les spectres théoriques sont établis grâce à la formule (5.114), valable dans la LDA et le régime des réponses linéaires. Nous estimons dans cette formule la pulsation Ω_B à l'aide de notre calibration de cette dernière, établie en annexe A.

Ni les spectres théoriques, ni les spectres expérimentaux, ne sont parfaitement symétriques. Nous utilisons donc pour les fitter la distribution gaussienne asymétrique $G_A(f)$ définie par :

$$G_A(f) = Ae^{-\frac{(f-f_0)^2}{w_G^2}} \quad \text{pour } f < f_0, \quad G_A(f) = Ae^{-\frac{(f-f_0)^2}{w_D^2}} \quad \text{pour } f \geq f_0, \quad (5.118)$$

où A est l'amplitude de cette distribution et f_0 la position de son maximum. w_G et w_D sont, respectivement à gauche et à droite de f_0 , les demi-largeurs à $1/e$ de la distribution $G_A(f)$.

L'ajustement des spectres expérimentaux avec cette distribution gaussienne asymétrique semble très satisfaisant. De plus, nous avons vérifié que les spectres théoriques obtenus par des calculs utilisant la LDA, lorsque celle-ci est valable, ou par des simulations numériques de l'équation de Gross-Pitaevskii, sont très bien fittés par cette distribution.

Nous pouvons ainsi assimiler la fréquence moyenne d'un spectre à la fréquence moyenne f_M de la gaussienne utilisée pour fitter ce spectre. Cette moyenne est donnée par :

$$f_M = f_0 + \frac{1}{2\sqrt{\pi}}(w_D - w_G) \quad (5.119)$$

De même, l'intégrale I_G de la gaussienne $G_A(f)$, que nous évaluons pour mesurer le

facteur de structure statique du BEC de chrome (voir résultats dans la partie 5.4.5), s'écrit :

$$I_G = \frac{A\sqrt{\pi}}{2}(w_G + w_D) \quad (5.120)$$

La méthode d'obtention des barres d'erreurs sur f_M et I_G , issues du fit, par la distribution $G_A(f)$, d'un spectre expérimental, utilise une technique de ré-échantillonnage des données, appelée "bootstrapping" ([173]).

Note sur les simulations numériques

Dans cette partie, nous comparons certains de nos résultats expérimentaux à des simulations numériques. Ces simulations ont pour but de prévoir l'évolution temporelle de la fonction d'onde $\psi(\mathbf{r}, t)$ dans l'équation de Gross-Pitaevskii

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2 \Delta}{2m} + V_{ho}(\mathbf{r}) + g|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 + \int V_{dd}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) |\psi(\mathbf{r}', t)|^2 d^3\mathbf{r}' + V_{bragg}(\mathbf{r}, t) \right) \psi(\mathbf{r}, t) \quad (5.121)$$

où $V_{ho}(\mathbf{r})$ est le potentiel, considéré comme harmonique, dans lequel est piégé le condensat de chrome. $V_{bragg}(\mathbf{r}, t)$ est le potentiel (5.54) créé par l'interférence des deux faisceaux de Bragg.

Les spectres d'excitations simulés sont établis en calculant, pour chaque fréquence $\omega/2\pi$ de l'excitation, le moment $\langle \psi(\mathbf{r}, t_B) | \hat{p} | \psi(\mathbf{r}, t_B) \rangle$ transféré aux atomes par une impulsion de Bragg de durée t_B .

Nous confrontons ces simulations aux résultats expérimentaux à des grandes longueurs des ondes d'excitation, pour lesquelles les conditions (5.76) de validité de la LDA ne sont pas, ou pas entièrement, vérifiées. Ces simulations ont été effectuées par Paolo Pedri à $q\xi = 0,59$ et $q\xi = 0,8$.

Décalages relatifs, dus à la DDI, des fréquences moyennes des spectres de diffusion de Bragg

Nous nous concentrons particulièrement sur le décalage de la fréquence moyenne des spectres d'excitation, constaté lorsque l'on modifie l'orientation du champ magnétique de polarisation. Dû à la DDI, ce décalage constitue le résultat principal décrit dans ce chapitre.

Les valeurs expérimentales de ce décalage, mesurées à plusieurs angles θ correspondant à des valeurs différentes de q , sont présentées dans la figure 5.17. Nous y faisons figurer la variation relative

$$\frac{\Delta\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}}{\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}} = \frac{\omega_{\mathbf{q},//}^{(exp)} - \omega_{\mathbf{q},\perp}^{(exp)}}{(\omega_{\mathbf{q},//}^{(exp)} + \omega_{\mathbf{q},\perp}^{(exp)})/2} \quad (5.122)$$

où $\omega_{\mathbf{q},//}^{(exp)}/2\pi$ et $\omega_{\mathbf{q},\perp}^{(exp)}/2\pi$ sont les fréquences moyennes des fits gaussiens asymétriques des spectres expérimentaux relevés lorsque le champ magnétique est respectivement parallèle ($\theta_{\mathbf{q}} = 0$) et perpendiculaire ($\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2$) à la direction de l'excitation.

Nous indiquons dans la figure 5.17 les valeurs théoriques, calculées dans la LDA, des décalages relatifs des énergies moyennes des quasi-particules de Bogoliubov. Ces décalages sont donnés par

$$\frac{\Delta\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}}{\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}} = \frac{\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}(\theta_{\mathbf{q}} = 0) - \epsilon_{\hbar\mathbf{q}}(\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2)}{(\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}(\theta_{\mathbf{q}} = 0) + \epsilon_{\hbar\mathbf{q}}(\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2))/2} \quad (5.123)$$

où $\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}(\theta_{\mathbf{q}} = 0)$ et $\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}(\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2)$ sont les énergies moyennes des quasi-particules de moment $\hbar\mathbf{q}$, calculées grâce à la formule (5.102) pour, respectivement, $\theta_{\mathbf{q}} = 0$ et $\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2$.

Les résultats de nos simulations numériques, à $q\xi = 0,59$ et $q\xi = 0,80$ sont également inclus dans la figure 5.17.

Les résultats de cette figure sont discutés dans la partie 5.4.1 pour le régime phononique et dans la partie 5.4.2 pour le régime des particules. Les résultats de l'expérience à 4 photons, se situant dans un régime intermédiaire, sont détaillés dans la partie 5.4.3.

5.4.1 Régime phononique

Pour qu'un phonon de moment $\hbar\mathbf{q}$ puisse se propager dans le condensat, il faut que \mathbf{q} soit un bon nombre quantique. Nous définissons le paramètre $\eta_{\mathbf{q}} = \frac{\lambda_{\mathbf{q}}}{2R_e}$. $\lambda_{\mathbf{q}} = \frac{2\pi}{q}$ est la longueur d'onde de l'excitation et R_e le rayon de Thomas-Fermi le long de l'axe d'excitation. Un phonon de moment $\hbar\mathbf{q}$ (avec $q\xi < 1$) peut se propager dans le condensat à condition que $\eta_{\mathbf{q}} \ll 1$. L'excitation fait, pour nos expériences à petit angle θ , un angle inférieur à 30° avec l'axe O_x de plus fort confinement du piège optique croisé. La condition précédente est donc équivalente aux trois conditions (5.76) de validité de la LDA en présence d'interaction dipôle-dipôle.

Lorsque $\eta_{\mathbf{q}}$ est supérieur à 1, l'excitation perd complètement son caractère phononique. À ces grandes longueurs des ondes, c'est à dire aux très basses fréquences, de l'ordre des fréquences vibrationnelles du piège, les modes d'excitations sont discrets et la relation de dispersion (5.105), établie dans la LDA, n'est pas valable. Pour ces modes discrets, dont font partie les modes de surface étudiés dans le chapitre 4, on s'attend

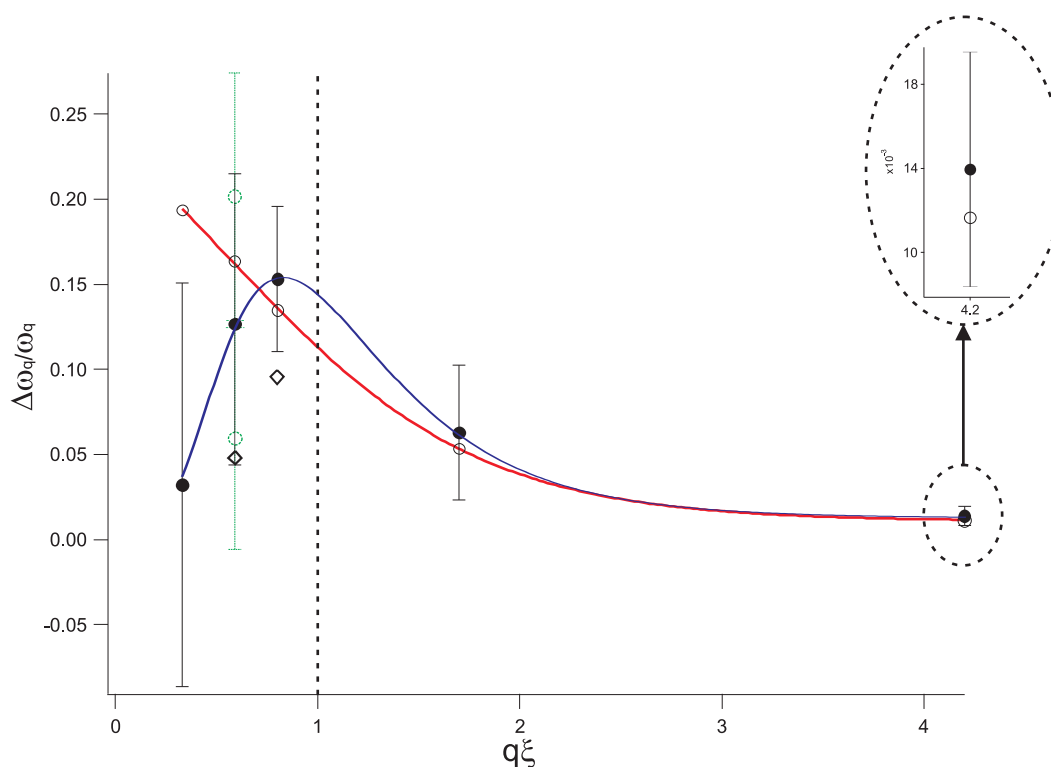


FIGURE 5.17 – *Points Noirs* : variations relatives, lors du basculement d'un angle de $\pi/2$ de la direction du champ magnétique de polarisation, des fréquences moyenne expérimentales, $\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}/2\pi$, des spectres d'excitations. Les barres d'erreur correspondent à un intervalle de confiance à 70 %. Les barres d'erreurs horizontales, correspondant à l'incertitude sur $q\xi$, n'ont pas été incluses sur la figure. A $q\xi = 0,59$, le point noir, et les barres d'erreurs associées, correspondent à l'analyse simultanée des données obtenues pour deux puissances différentes des faisceaux de Bragg (voir texte). Les résultats, obtenus séparément pour chacune des deux puissances, sont représentés en pointillés verts. En haut figure le résultat à basse puissance et en bas le résultat à haute puissance. La courbe bleue en trait plein est un guide pour l'oeil des résultats expérimentaux. Cercles : variations relatives des énergies moyennes des quasi-particules de Bogoliubov calculées dans la LDA avec nos paramètres expérimentaux. La courbe rouge en trait plein est un guide pour l'oeil de ces décalages relatifs théoriques. Losanges blancs : résultats de simulations numériques de l'équation de Gross-Pitaevskii, pour $q\xi = 0,59$ et $q\xi = 0,80$. La ligne verticale en pointillés représente la limite $q\xi = 1$ du régime phononique.

à ce que l'influence de la DDI sur la fréquence de résonance soit beaucoup plus faible que pour les phonons. Pour $\epsilon_{dd} = 0,16$, l'influence de la DDI est en effet supérieure à 10 % pour les phonons alors qu'elle est inférieure à 3 % pour les modes discrets de basse énergie.

Le tableau suivant dresse un récapitulatif des valeurs de $q\xi$ et $\eta_{\mathbf{q}}$ associées à l'angle θ entre les deux faisceaux de Bragg.

θ	$5,9^\circ$	$10,4^\circ$	$14,5^\circ$	$14,5^\circ*$	$81,5^\circ$
$q\xi$	0,33	0,59	0,80	1,7	4,2
$\eta_{\mathbf{q}}$	0,94	0,54	0,37	0,19	0,05

TABLE 5.1 – Valeurs de $q\xi$ et de $\eta_{\mathbf{q}}$ en fonction de l'angle θ . *expérience de diffusion de Bragg à 4 photons.

Mesure de l'influence de la DDI sur l'énergie moyenne des excitations : Dans nos expériences, nous avons relevé plusieurs spectres d'excitation à petit angle θ , afin de sonder le régime phononique ($q\xi < 1$). Ces spectres sont présentés, pour $\theta = 14,5^\circ \pm 0,5^\circ$ ($q\xi = 0,80 \pm 0,03$), $\theta = 10,4^\circ \pm 0,5^\circ$ ($q\xi = 0,59 \pm 0,03$) et $\theta = 5,9^\circ \pm 0,5^\circ$ ($q\xi = 0,33 \pm 0,03$), respectivement dans les figures 5.18, 5.19 et 5.20.

Nous nous concentrons d'abord sur le décalage, provoqué par le basculement du champ magnétique de polarisation et dû à l'interaction dipôle-dipôle, de l'énergie moyenne d'une quasi-particule.

Il est intéressant, en observant la figure 5.17, d'examiner le lien entre $\eta_{\mathbf{q}}$ et l'accord de nos résultats expérimentaux avec les prédictions théoriques faites dans la LDA. A $q\xi = 0,80$, correspondant à $\eta_{\mathbf{q}} = 0,37$, le décalage relatif expérimental, $\Delta\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}/\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}$, valant $15,5 \pm 4,5$ %, est proche de sa valeur de 13 % estimée dans la LDA. Les simulations numériques prévoient, elles, un décalage de 9,5 %, ce qui est légèrement en dehors des barres d'erreurs expérimentales. Le décalage, entre les spectres de diffusion de Bragg, pour $\theta_{\mathbf{q}} = 0$ et $\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2$, est clairement visible dans la figure 5.18 A).

Aux plus grandes longueurs des ondes, à $q\xi = 0,59$ et $q\xi = 0,33$, les données sont plus bruitées (voir figures 5.19 et 5.20). Cela est dû au fait qu'à ces longueurs des ondes, la partie excitée se sépare très peu du reste du BEC après temps de vol (voir fig. 5.9, photo b)).

A $q\xi = 0,59$, correspondant à $\eta_{\mathbf{q}} = 0,54$, on observe une influence assez nette de la direction du champ magnétique sur la fréquences moyennes des spectres expérimentaux. Le bruit important sur nos données nuit cependant à la reproductibilité de nos résultats. Nous avons reproduit l'expérience pour deux puissances différentes des faisceaux de Bragg. Les spectres obtenus sont présentés dans la figure 5.19. La puissance utilisée pour relever les spectres de la figure A), est 1,5 fois plus grande que pour la figure A'). Dans la figure A) (haute puissance), ces spectres ont une amplitude de 25 % environ alors que dans la figure A') (basse puissance), ils ont une amplitude de 15 % environ. A haute

puissance, on obtient $\Delta\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}/\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)} = 6 \pm 6,5 \%$ et à basse puissance, $\Delta\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}/\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)} = 20 \pm 7 \%$. Dans le régime linéaire, $\Delta\omega_{\mathbf{q}}/\omega_{\mathbf{q}}$ est indépendant de l'amplitude d'excitation. La différence d'amplitude entre les spectres présentés dans les figures A) et A') ne peut donc expliquer l'écart si important entre les deux valeurs obtenues pour $\Delta\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}/\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}$. Nous attribuons cet écart aux mauvais RSB de nos données expérimentales. L'analyse simultanée des spectres à haute et basse puissance donne $\Delta\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}/\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)} = 13 \pm 8 \%$, comme nous l'avons indiqué dans la figure 5.17. Les grandes barres d'erreurs rendent ce résultat à la fois compatible avec les prédictions théoriques faites dans la LDA, donnant $\Delta\omega_{\mathbf{q}}/\omega_{\mathbf{q}} = 16,4 \%$ et avec les simulations numériques, qui donnent $4,5 \%$ pour ce décalage relatif. L'écart très important entre les résultats des simulations et ceux de la LDA montre que lorsque $\eta_{\mathbf{q}} = 0,54$, la LDA n'est plus valable.

Pour $q\xi = 0,33$, correspondant à $\eta_{\mathbf{q}} = 0,94$, on mesure $\Delta\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}/\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)} = 3 \pm 12 \%$. Les barres d'erreurs sur le décalage relatif étant supérieures à sa valeur mesurée, nous ne pouvons pas affirmer avoir observé, à cette longueur d'onde, un effet de la DDI sur l'énergie d'une excitation. Les spectres expérimentaux, présentés dans la figure 5.20, sont effectivement trop bruités. Nos mesures semblent montrer que le décalage relatif $\Delta\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}/\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}$ est inférieur à la valeur de 20% prévue par la LDA à $q\xi = 0,33$ (voir figure 5.17).

Interprétation des résultats expérimentaux : Lorsque $\eta_{\mathbf{q}} = 0,37$ ($q\xi = 0,80$), la longueur d'onde de l'excitation est suffisamment petite devant la taille du BEC pour que cette excitation puisse être assimilée à un phonon. $\Delta\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}/\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}$ est proche de sa valeur prévue par la LDA. Les résultats des simulations à cette longueur d'onde sont également comparables à ceux de la LDA et en accord raisonnable avec nos résultats expérimentaux. Le décalage relatif $\Delta\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}/\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}$ est, à $q\xi = 0,80$, sensiblement plus élevé que pour les modes discrets de basse énergie, étudiés au chapitre 4, pour lesquels ce décalage est inférieur à 3% .

Lorsque la longueur d'onde de l'excitation augmente, s'approchant de la taille du BEC pour $\eta_{\mathbf{q}} = 0,54$ et $\eta_{\mathbf{q}} = 0,94$, la LDA n'est plus applicable. Nos simulations montrent que plus la longueur d'onde augmente, plus le décalage relatif dû à la DDI sur la fréquence moyenne des spectres d'excitations diminue, alors que la LDA prédit l'inverse. Ce décalage relatif devient alors inférieur à 5% . Malgré le faible RSB, nos résultats expérimentaux semblent confirmer cette tendance à s'éloigner des prédictions de la LDA aux grandes longueurs d'onde.

Pour $\eta_{\mathbf{q}} = 0,94$ ($q\xi = 0,33$), l'excitation perd complètement son caractère phononique et local, et s'apparente davantage à une excitation collective de tous les atomes du condensat. On peut constater qu'à cette longueur d'onde, $\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}/2\pi$ vaut environ 600 Hz (voir figure 5.20). Cette fréquence est proche de celle du mode de surface de plus haute fréquence, assimilé à un monopôle, et que nous évaluons à 500 Hz environ. Il est donc probable qu'à cette longueur d'onde d'excitation, nous ayons excité ce mode. D'après la théorie, l'influence de la DDI sur la fréquence du mode monopolaire est

inférieure à 1 % ([24]). Ainsi, bien que nous n'ayons pas encore effectué de simulation numérique à $q\xi = 0,33$, il y a fort à parier qu'une telle simulation donnerait, pour $\Delta\omega_{\mathbf{q}}/\omega_{\mathbf{q}}$, un résultat inférieur aux 4,5 % obtenus pour $q\xi = 0,59$.

Allure des spectres Nous commentons ici brièvement l'allure des spectres relevés dans le régime phononique. Nous les comparons aux spectres utilisant la LDA dans le régime des réponses linéaires.

Pour $q\xi = 0,8$ (figs. 5.18 B) et C)), l'accord théorie-expérience est bon tant au niveau des positions, des largeurs et des amplitudes des spectres. Cela confirme la validité de la LDA à cette longueur d'onde.

Pour $q\xi = 0,59$, l'accord théorie-expérience au niveau de la forme des spectres est assez bon (figs. 5.19 B) C), B') et C')) : l'asymétrie des spectres expérimentaux est plus marquée que celle des spectres théoriques mais les demi-largeurs à $1/\sqrt{e}$, de ces spectres sont très proches (≈ 400 Hz). La différence entre les amplitudes des spectres expérimentaux et théoriques est inférieure à l'incertitude de 40 % sur les amplitudes théoriques, inhérente à la calibration de la pulsation de Rabi à deux photons Ω_B . Les spectres de la figure 5.19 ont été obtenus en utilisant la méthode d'analyse directe des images, que nous avons décrite dans la partie 5.2.4.

Les spectres expérimentaux à $q\xi = 0,33$ (figure 5.20), sont extrêmement bruités et très difficiles à interpréter. Ils ont été obtenus avec la méthode d'analyse directe des images. Nous avons, à titre indicatif, fait figurer avec ces spectres les spectres théoriques dans la LDA (figures B) et C)), bien que cette dernière ne soit plus du tout valable ici, car $\eta_{\mathbf{q}} = 0,94$.

5.4.2 Régime des particules

Nous avons également étudié le spectre de diffusion de Bragg du BEC de chrome aux courtes longueurs d'onde, pour lesquelles le régime des particules ($q\xi \gg 1$) est quasiment atteint. Les spectres expérimentaux à $q\xi = 4,2 \pm 0,06$ ($\theta = 81,5^\circ \pm 1^\circ$) sont représentés dans la figure 5.21.

La fraction thermique était particulièrement élevée lors de l'obtention de ces données (6000 atomes condensés, 2500 atomes thermiques). La rampe d'évaporation n'a en effet pas pu être menée à son terme habituel, afin de limiter le bruit Doppler (voir partie 5.2.5).

Le décalage relatif induit par l'interaction dipôle-dipôle, $\Delta\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}/\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)} = 1,4 \pm 0,5$ %, est tout à fait en accord avec les prédictions dans la LDA (voir figure 5.17). Ce décalage est nettement visible sur les spectres expérimentaux de la figure 5.21 A).

Dans la figure 5.21, en B) et en C), nous avons superposé les spectres expérimentaux avec les spectres théoriques utilisant la LDA dans le régime des réponses linéaires.

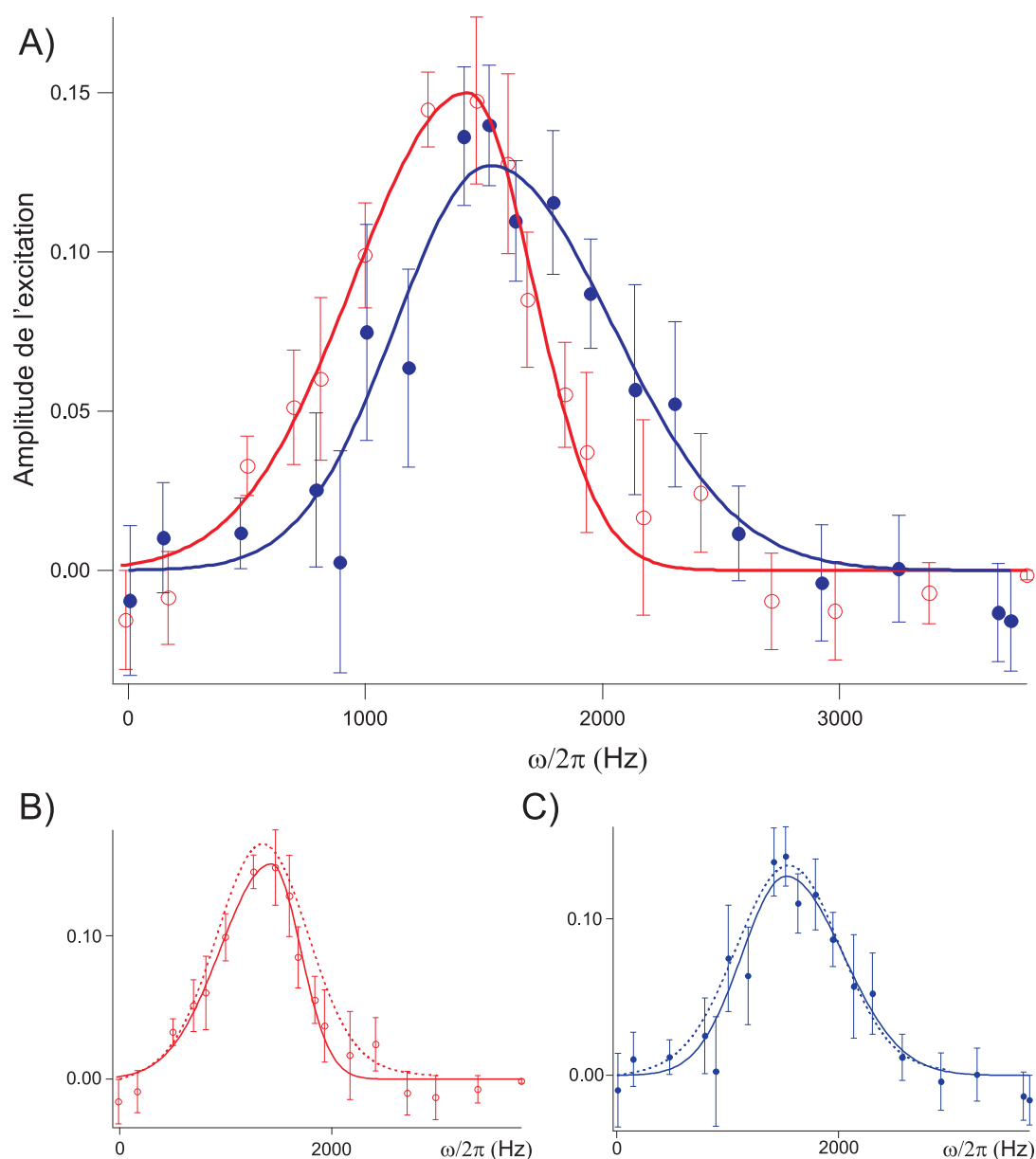


FIGURE 5.18 – A) Spectres expérimentaux de diffusion Bragg, à $q\xi = 0,80 \pm 0,03$, pour un champ magnétique parallèle (points bleus) ou perpendiculaire (cercles rouges) à la direction d'excitation. Chaque point est la moyenne de 3 mesures. Le nombre d'atomes dans le condensat est estimé à $N = 10150 \pm 1200$. Les courbes en trait plein sont les fits, par des gaussiennes asymétriques (voir formule (5.118)), des données expérimentales. B) et C) Comparaison des spectres expérimentaux (en trait plein figurent les fits de ces derniers) avec les spectres théoriques (courbes en pointillés) établis simultanément dans la LDA et le régime des réponses linéaires, sans paramètres ajustables, pour $\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2$ (B) et $\theta_{\mathbf{q}} = 0$ (C).

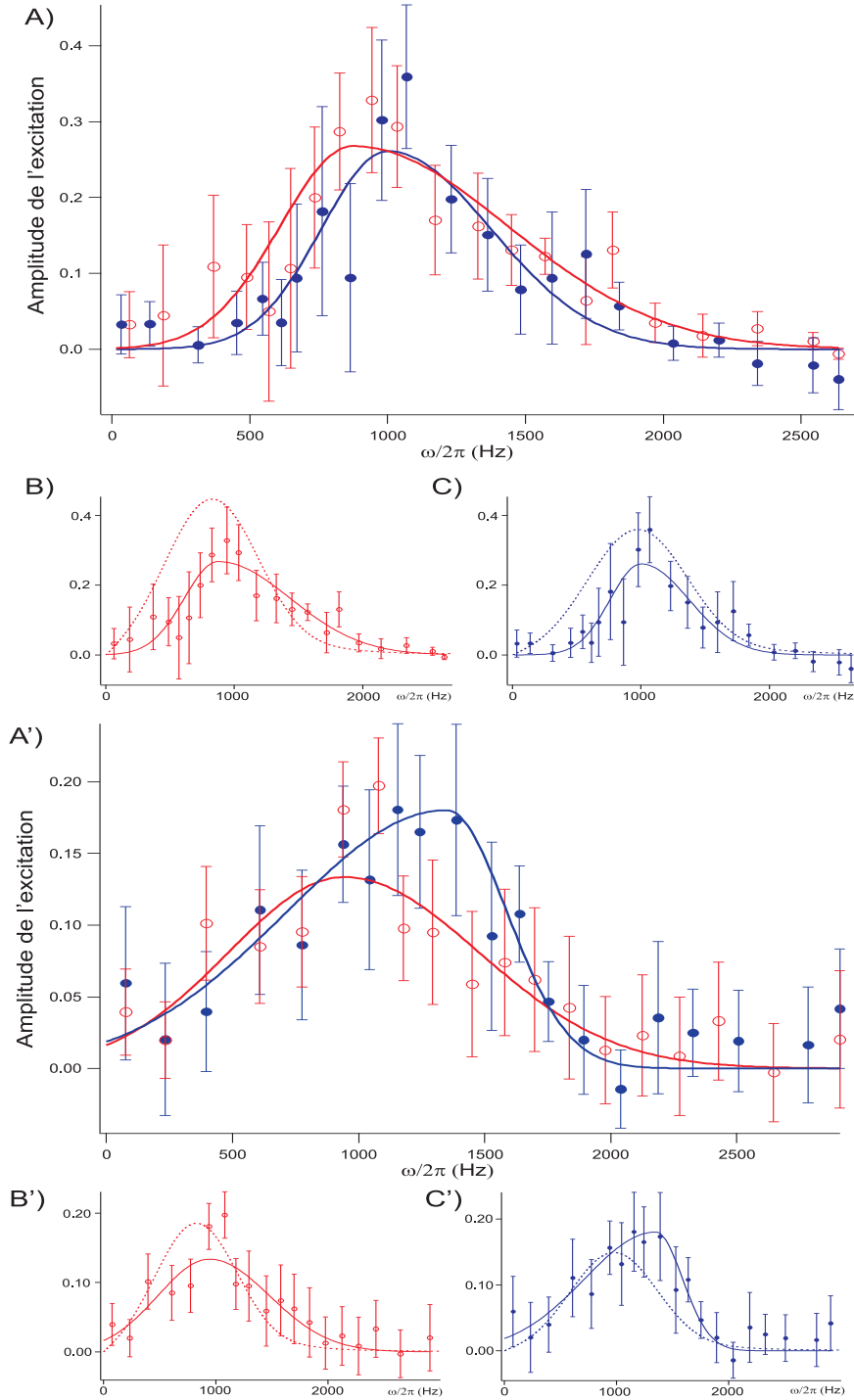


FIGURE 5.19 – A) et A') Spectres expérimentaux, respectivement à haute et basse puissance, à $q\xi = 0,59 \pm 0,03$, pour un champ magnétique parallèle (points bleus) ou perpendiculaire (cercles rouges) à la direction de l'excitation. Chaque point est la moyenne de 4 mesures. Le nombre d'atomes dans le condensat est estimé à $N = 8300 \pm 1600$ pour A) et à 8000 ± 1000 pour A'). Les courbes en trait plein sont les fits, par des gaussiennes asymétriques (voir formule (5.118)), des données expérimentales. B) et C) (B') et C')) Comparaison des spectres expérimentaux obtenus à haute puissance (basse puissance) avec les spectres théoriques, représentés en pointillés, établis simultanément dans la LDA et le régime des réponses linéaires, sans paramètres ajustables, pour $\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2$ (B)) et $\theta_{\mathbf{q}} = 0$ (C)).

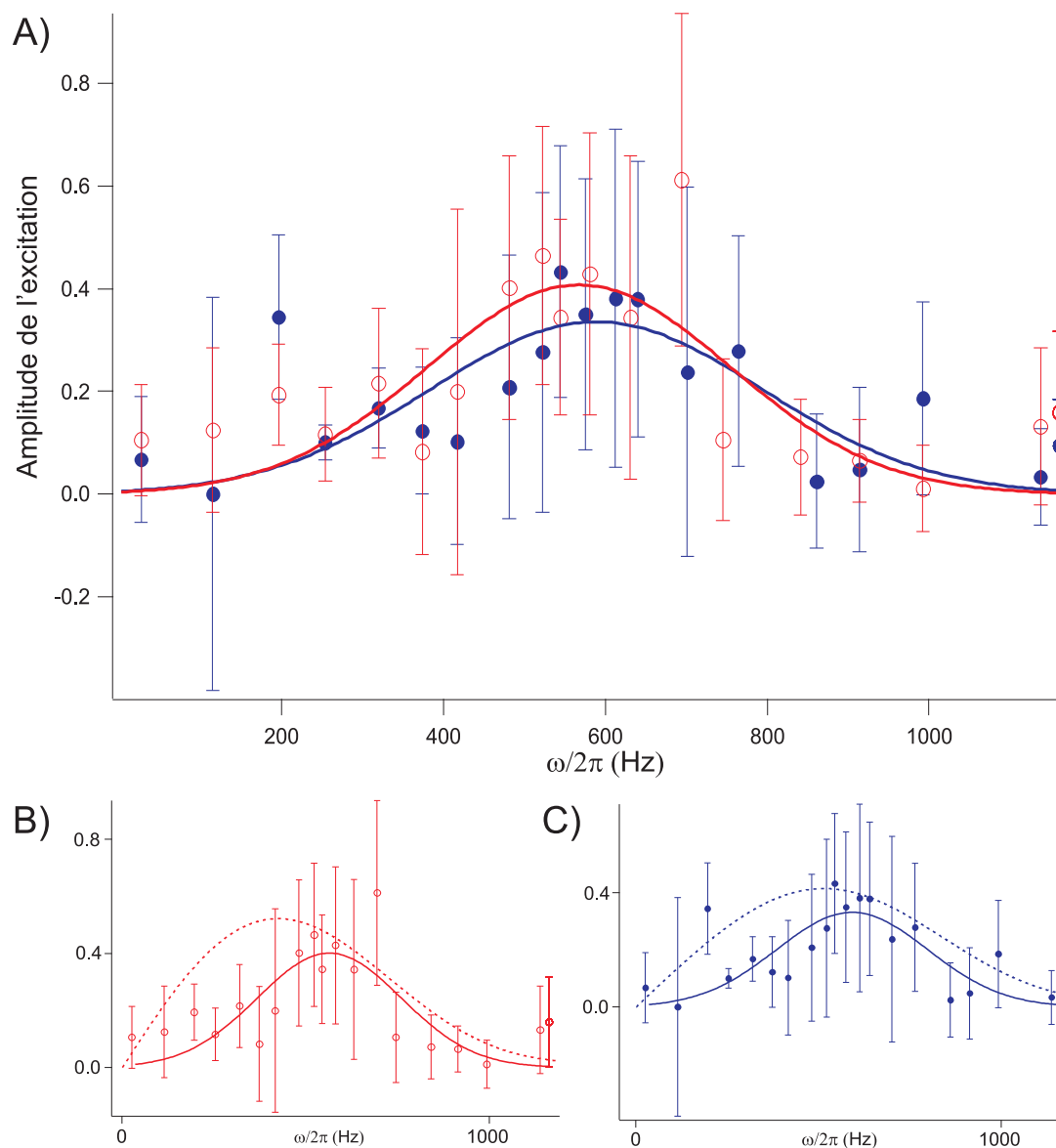


FIGURE 5.20 – A) Spectres expérimentaux de diffusion Bragg, à $q\xi = 0,33 \pm 0,03$, pour un champ magnétique parallèle (points bleus) ou perpendiculaire (cercles rouges) à la direction d'excitation. Chaque point est la moyenne de 4 mesures. Le nombre d'atomes dans le condensat est estimé à $N = 8700 \pm 1800$. Les courbes en trait plein sont les fits, par des gaussiennes asymétriques (voir formule (5.118)), des données expérimentales. B) et C) Comparaison des spectres expérimentaux (en trait plein figurent les fits de ces derniers) avec les spectres théoriques (courbes en pointillés) établis simultanément dans la LDA et le régime des réponses linéaires, sans paramètres ajustables, pour $\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2$ (B) et $\theta_{\mathbf{q}} = 0$ (C).

Les amplitudes des deux spectres théoriques ont dû être multipliées par un même facteur valant environ 2, de façon à ce que ces derniers soient en bon accord avec les spectres expérimentaux. L'écart, avant cette multiplication, de 50 % environ, entre les amplitudes théoriques et expérimentales, peut être expliqué par une erreur dans la calibration de la profondeur du réseau optique créé par l'interférence des faisceaux de Bragg, au moment où ces spectres ont été obtenus.

En revanche, l'accord théorie-expérience sur les positions et les largeurs des spectres est bon. Nous avons décalé les spectres théoriques de 500 Hz vers les hautes fréquences de façon à maximiser leur accord avec les spectres expérimentaux. Ce décalage est rendu nécessaire par l'incertitude de 1° sur l'angle θ . L'angle donnant le meilleur accord théorie-expérience est de $\theta = 82,5^\circ$, ce qui correspond à $q\xi = 4,26$.

5.4.3 Expérience à 4 photons

Le spectre expérimental de l'expérience de diffusion de Bragg à 4 photons à $\theta = 14,5^\circ$ est représenté dans la figure 5.22 pour un champ magnétique perpendiculaire et parallèle à la direction de transfert de moment. On peut également voir sur cette figure le fit gaussien des données expérimentales correspondant à l'excitation des atomes par une transition à 2 photons. Par souci de clarté, ces données expérimentales n'apparaissent pas sur la figure. Nous n'avons également pas représenté de spectre théorique en figure 5.22, car la dynamique d'excitation est difficile à établir pour une transition de Bragg d'ordre 2.

Les transitions à 2 et 4 photons sont excitées simultanément car leurs spectres ne sont pas entièrement disjoints. Les fréquences moyennes de ces spectres sont cependant sensiblement différentes (1100 Hz pour la transition à 2 photons contre 1900 Hz pour la transition à 4 photons) ce qui nous permet de considérer ces transitions comme étant bien distinctes.

Dans ces mesures, le condensat est assez peu peuplé (7000 atomes). La densité atomique est donc inférieure, d'environ 10 %, aux densités atomiques du condensat dans les expériences faites dans le régime phononique.

Si nous appelons $\hbar\mathbf{q}$ le moment transféré par la transition de Bragg d'ordre 1, nous calculons, pour la transition d'ordre 2, $2q\xi = 1,7 \pm 0,06$. On obtient, pour cette transition, $\Delta\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}/\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)} = 6,3 \pm 4 \%$, en bon accord avec les résultats de la LDA, qui prédit $\Delta\omega_{\mathbf{q}}/\omega_{\mathbf{q}} = 5,4 \%$. Ce bon accord est justifié par la relativement faible valeur du paramètre $\eta_{\mathbf{q}}$, qui, ici, vaut 0,19.

5.4.4 Courbes de dispersion

Accord théorie-expérience sur les fréquences moyennes des spectres : Sur la figure 5.23, nous avons rassemblé les fréquences moyennes des spectres mesurés, afin de former une courbe de dispersion expérimentale. Les valeurs théoriques de ces

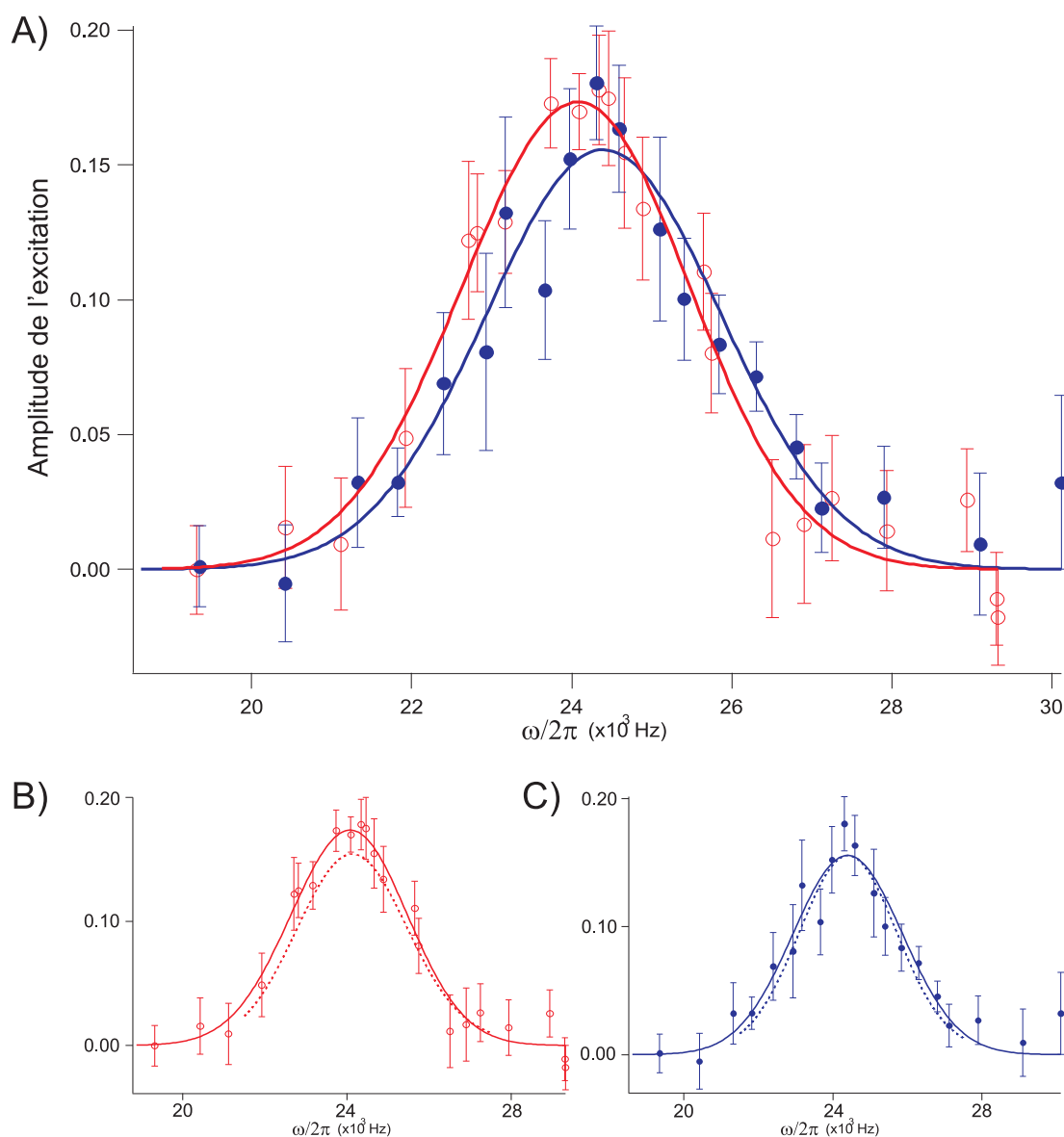


FIGURE 5.21 – A) Spectres expérimentaux de diffusion Bragg, à $q\xi = 4,2 \pm 0,06$, pour un champ magnétique parallèle (points bleus) ou perpendiculaire (cercles rouges) à la direction d'excitation. Chaque point est la moyenne de 3 mesures. Les courbes en trait plein sont les fits, par des gaussiennes asymétriques (voir formule (5.118)), des données expérimentales. B) et C) Comparaison des spectres expérimentaux (en trait plein figurent les fits de ces derniers) avec les spectres théoriques (courbes en pointillés) établis simultanément dans la LDA et le régime des réponses linéaires, pour $\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2$ (B) et $\theta_{\mathbf{q}} = 0$ (C)). Les amplitudes des spectres théoriques ont été multipliées par 1,80 et la position de ces spectres à été décalée de 500 Hz vers la droite, de façon à optimiser l'accord théorie-expérience en C) (voir texte).

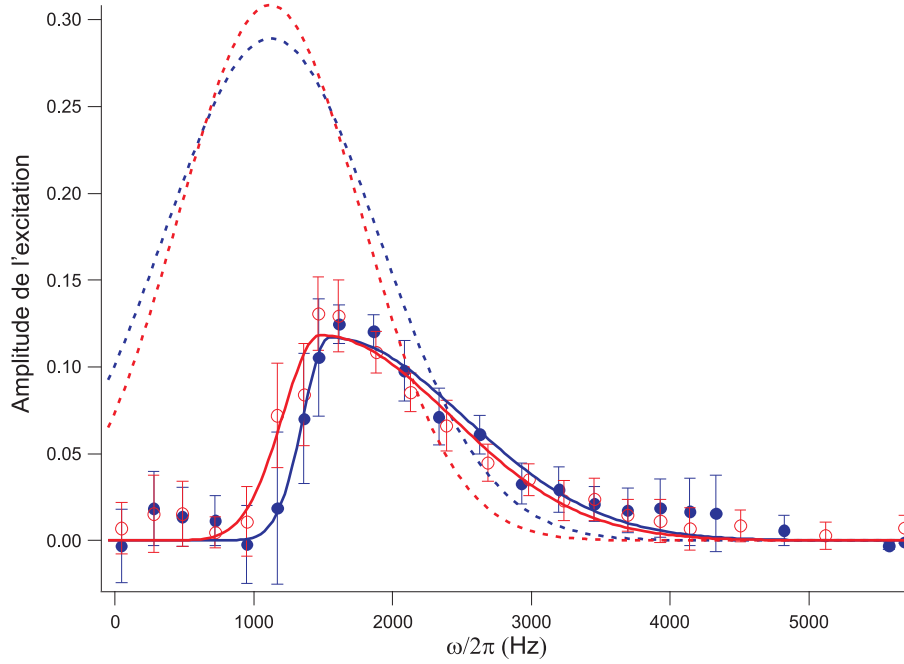


FIGURE 5.22 – Spectre expérimental d'une excitation d'ordre 2 (à 4 photons). Le moment $2\hbar\mathbf{q}$ transféré aux atomes lors d'une transition de Bragg d'ordre 2 est tel que $2q\xi = 1,7 \pm 0,06$. Sont représentées les amplitudes d'excitation de quasi-particules de Bogoliubov de moment $2\hbar\mathbf{q}$ pour un champ magnétique parallèle (points bleus) ou perpendiculaire (cercles rouges) à la direction d'excitation. Chaque point est la moyenne de 5 mesures. Les courbes en trait plein sont les fits, par des gaussiennes asymétriques (voir formule (5.118)), des courbes expérimentales. En pointillés figurent les fits gaussiens des spectres des excitations à 2 photons. Ces excitations sont créées en même temps que les excitations à 4 photons (voir texte).

fréquences, calculées dans la LDA, ainsi que les résultats de nos simulations numériques à $q = 2,1 \mu\text{m}^{-1}$ ($q\xi = 0,59$) et $q = 3,0 \mu\text{m}^{-1}$ ($q\xi = 0,80$), sont également indiqués sur cette figure. On remarque, en particulier à $q = 2,1 \mu\text{m}^{-1}$ et à $q = 6,0 \mu\text{m}^{-1}$, que les résultats expérimentaux et théoriques ne sont pas en bon accord, au-delà des barres d'erreurs sur les fréquences mesurées, qui ont été déterminées rigoureusement.

Cela nous porte à croire que l'incertitude sur le nombre d'onde q , inhérente à la mesure de l'angle θ lié à q par la relation (5.117), et représentée sur la figure 5.23 par les barres d'erreurs horizontales, a été sous-estimée. Cela est tout à fait envisageable, compte tenu de la difficulté, causée par l'encombrement optique de notre dispositif expérimental, de faire une mesure précise de l'angle θ . Pour que les résultats expérimentaux soient cohérents avec la théorie, il faudrait multiplier par 3 les barres d'erreurs sur q . Cela n'affecterait fort heureusement pas la validité des résultats présentés dans la figure 5.17, pour lesquels les incertitudes des mesures expérimentales sont dominées par les barres d'erreurs verticales. Nous avons d'ailleurs choisi, par souci de clarté, de ne pas représenter les barres d'erreurs horizontales sur cette figure.

Variation du potentiel chimique : Dans les expériences décrites dans le présent chapitre, le potentiel chimique μ du BEC de chrome vérifie $\mu/h \approx 1400$ Hz (h étant la constante de Planck). Notre condensat n'étant pas parfaitement sphérique, la contribution de la DDI au potentiel chimique est faible, mais non nulle. Pour toutes nos mesures, nous avons vérifié par calcul que lorsqu'on bascule le champ magnétique de polarisation des dipôles, $\theta_{\mathbf{q}}$ passant de $\pi/2$ à 0 rad, la variation $\Delta\mu/h$ du potentiel chimique est inférieure à 50 Hz. Or la variation $\Delta\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}/2\pi$ de la fréquence moyenne des spectres d'excitation est de l'ordre de 300 Hz pour $q\xi \geq 0,8$ (voir fig. 5.23 pour nos points expérimentaux à $q \geq 3,0 \mu\text{m}^{-1}$). Cette variation est bien supérieure à la variation $\Delta\mu/h$ du potentiel chimique. On s'aperçoit ici que l'énergie des excitations locales du condensat subit assez fortement l'influence de la DDI, alors que le potentiel chimique, qui représente l'énergie du condensat dans sa globalité, est peu modifié par cette interaction. Ce phénomène est exacerbé dans le cas 3D homogène, pour lequel l'influence de la DDI sur le potentiel chimique est nulle.

Courbe de dispersion normalisée : Les spectres d'excitation présentés dans les figures 5.18 à 5.22, n'ont pas été relevés avec le même nombre d'atomes. La densité atomique diffère donc d'un spectre à l'autre. Nous choisissons de représenter l'énergie des quasi-particules de Bogoliubov dans la LDA en la normalisant de la façon suivante, la rendant indépendante de la densité atomique : d'après la formule (5.105), nous savons que, dans la LDA, cette énergie vérifie :

$$\frac{\epsilon_{h\mathbf{q}}}{\hbar^2/2m\xi_{\mathbf{q}}^2} = f(q\xi_{\mathbf{q}}) \quad (5.124)$$

où $f(x) = \sqrt{x^2(x^2 + 2)}$ et $\xi_{\mathbf{q}}$ est défini dans la formule (5.106).

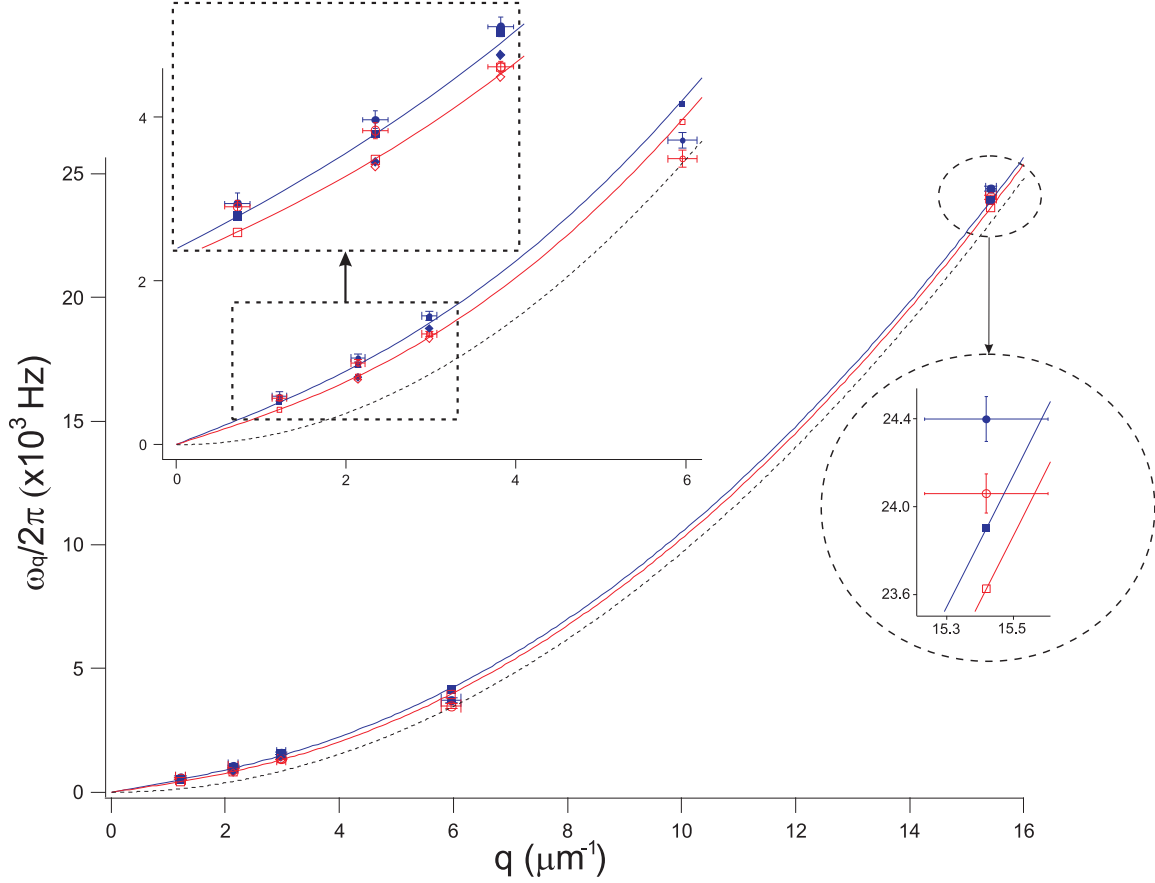


FIGURE 5.23 – Fréquence moyenne des spectres d'excitation, en fonction de q , $\hbar q$ étant le moment transféré aux atomes par les faisceaux de Bragg. Les points bleus et les cercles rouges correspondent respectivement à un champ magnétique parallèle ($\theta_{\mathbf{q}} = 0$) et perpendiculaire ($\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2$) à l'axe d'excitation. Les barres d'erreurs verticales correspondent à l'écart-type des fréquences centrales des spectres d'excitation et correspondent à un intervalle de confiance à 70 %. Les barres d'erreurs horizontales correspondent à l'incertitude expérimentale sur le moment $\hbar q$ associé à chaque point. Carrés : Fréquences théoriques moyennes des excitations dans la LDA pour $\theta_{\mathbf{q}} = 0$ (bleu) et $\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2$ (rouge). La courbe bleue (rouge) est un guide pour l'oeil des fréquences théoriques moyennes dans la LDA, pour $\theta_{\mathbf{q}} = 0$ ($\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2$). Losanges : résultats de simulations numériques de l'équation de Gross-Pitaevskii, à $q = 2,1 \mu\text{m}^{-1}$ ($q\xi = 0,59$) et $q = 3,0 \mu\text{m}^{-1}$ ($q\xi = 0,80$), pour $\theta_{\mathbf{q}} = 0$ (bleu) et $\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2$ (rouge). Courbe en pointillés : courbe parabolique de dispersion d'une particule libre, définie par $\omega = \hbar q^2/2m$. Insert : agrandissements aux grandes longueurs d'onde. Cercle en tirets : Agrandissement près du régime des particules à $q = 15,4 \mu\text{m}^{-1}$ ($q\xi = 4,2$).

Dans la figure 5.24, nous superposons à la courbe de $f(q\xi_{\mathbf{q}})$ les énergies normalisées $\frac{\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^{(exp)}}{\hbar^2/2m\xi_{\mathbf{q}}^2}$, où $\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^{(exp)}$ est l'énergie moyenne d'une excitation de moment $\hbar\mathbf{q}$, tirées de nos données expérimentales. Nous pouvons donc juger de l'accord de résultats expérimentaux avec la courbe de dispersion théorique obtenue dans la LDA.

Notons que pour un moment $\hbar\mathbf{q}$ et une densité atomique donnés, le paramètre $\xi_{\mathbf{q}}$ dépend de l'angle $\theta_{\mathbf{q}}$ que fait le champ magnétique avec l'axe d'excitation. Il n'est donc pas étonnant de voir que sur la figure 5.24 les points expérimentaux, correspondant à des excitations de même moment $\hbar\mathbf{q}$, ne figurent pas à la même abscisse pour deux angles $\theta_{\mathbf{q}}$ différents.

Mesure de la vitesse du son : Les données expérimentales obtenues à $\theta = 14,5^\circ$ ($q\xi = 0,80$) sont, comme nous l'avons mentionné précédemment, en bon accord avec les prédictions théoriques faites dans la LDA. Cela se constate aisément sur la figure 5.24. La fréquence de résonance $\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}/2\pi$ à $q\xi = 0,80$ est de l'ordre de 1500 Hz (voir figure 5.23 à $q = 3,0 \mu\text{m}^{-1}$). Cette fréquence est sensiblement supérieure aux fréquences du piège, qui, rappelons-le, valent $\omega_x/2\pi = 260$ Hz, $\omega_y/2\pi = 145$ Hz et $\omega_z/2\pi = 180$ Hz. Cela confirme une fois de plus, qu'à cette longueur d'onde, on est bien dans le régime dans lequel les excitations du condensat sont locales, et pour lequel la LDA est valable. Les deux mesures de $\omega_{\mathbf{q}}^{(exp)}$ à $q\xi = 0,80$, pour $\theta_{\mathbf{q}} = 0$ et $\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2$, nous permettent d'en déduire la vitesse du son $c_s(\theta_{\mathbf{q}})$, définie, dans la LDA, dans la formule (5.107). On trouve $c_s(0) = 2,64 \pm 0,1 \text{ mm.s}^{-1}$ et $c_s(\pi/2) = 2,06 \pm 0,05 \text{ mm.s}^{-1}$. L'écart relatif entre ces deux vitesses est de 25 %. Ces résultats expérimentaux sont en bon accord avec les valeurs théoriques de la vitesse du son, calculées, dans la LDA, en utilisant les paramètres de notre expérience ($N = 10150$ atomes dans le BEC, les fréquences du piège étant données plus haut) : $2,56 \text{ mm.s}^{-1}$ lorsque $\theta_{\mathbf{q}} = 0$ et $2,05 \text{ mm.s}^{-1}$ lorsque $\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2$.

Nos mesures montrent que les ondes sonores se propagent plus rapidement dans la direction parallèle à l'axe de polarisation des dipôles, qu'elles ne se propagent perpendiculairement à cet axe. On retrouve le comportement prévu par la formule (5.27) dans le cas homogène 3D. Cet effet de la DDI sur la vitesse de propagation d'une onde de densité présente des similarités avec le phénomène de striction du condensat par la DDI, lors de l'expansion de ce dernier. En effet, comme nous l'avons vu dans la partie 4.1.1, l'expansion du BEC de chrome est accélérée par la DDI dans la direction parallèle à l'axe de polarisation des dipôles. Elle est ralentie par la DDI dans les directions perpendiculaires à cet axe.

5.4.5 Influence de la DDI sur le facteur de structure statique

Mesure du facteur de structure statique : Pour une excitation de moment $\hbar\mathbf{q}$, nous déterminons le facteur de structure statique expérimental $S_{\mathbf{q}}^{(exp)}$ grâce à la relation

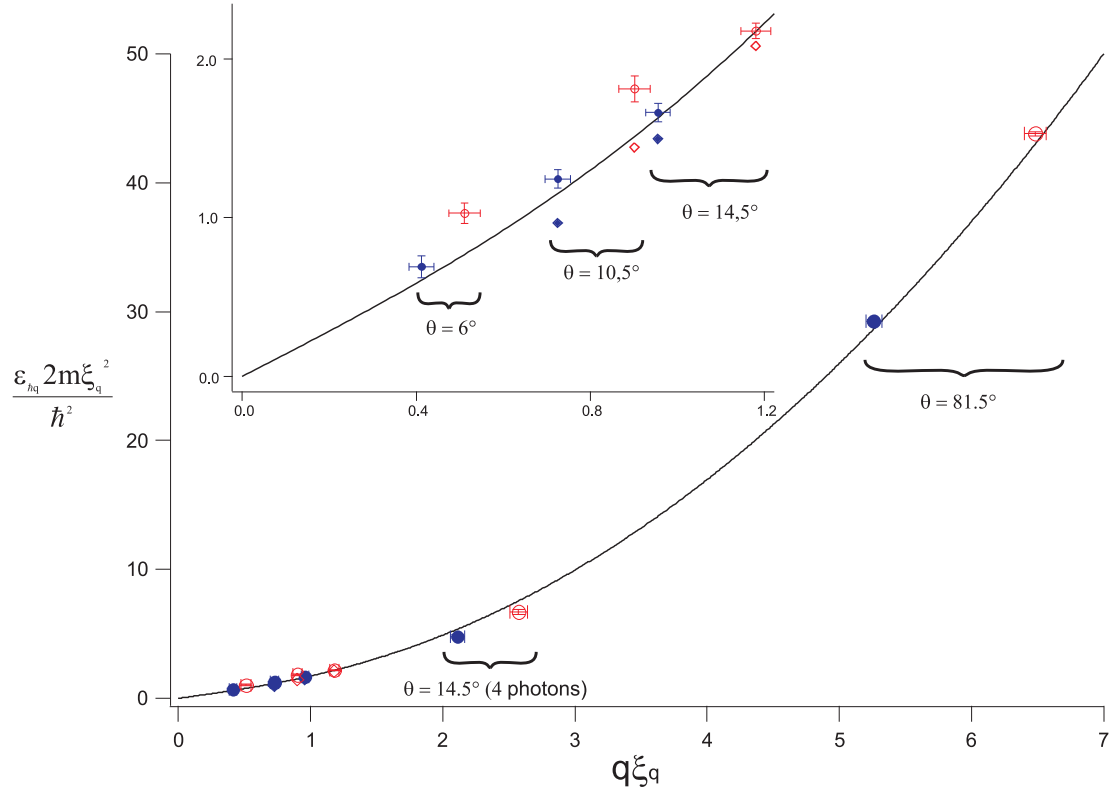


FIGURE 5.24 – Accord théorie-expérience de l'énergie moyenne d'une quasi-particule de Bogoliubov dans un BEC de chrome. Sont représentées les énergies des quasi-particules de Bogoliubov, en unités de $\frac{\hbar^2}{2m\xi_{\mathbf{q}}^2}$, pour un champ magnétique parallèle (points bleus) et perpendiculaire (cercles rouges) à la direction de l'excitation. En abscisse se trouve le moment $\hbar q$ transféré aux atomes par les faisceaux Bragg, en unités de $\hbar\xi_{\mathbf{q}}^{-1}$. La courbe en trait plein est celle de la fonction $f(x) = \sqrt{x^2(x^2 + 2)}$, et représente la relation de dispersion dans la LDA. Les barres d'erreurs verticales correspondent à l'écart-type des fréquences centrales des spectres d'excitation et correspondent à un intervalle de confiance à 70 %. Les barres d'erreurs horizontales correspondent à l'incertitude expérimentale sur le moment $\hbar q$ associé à chaque point. Insert : agrandissement aux grandes longueurs d'onde. Losanges : résultats de simulations numériques de l'équation de Gross-Pitaevskii, pour $\theta = 10,4^\circ$ ($q\xi = 0,59$) et $\theta = 14,5^\circ$ ($q\xi = 0,80$), avec $\theta_{\mathbf{q}} = 0$ (losanges bleus) et $\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2$ (losanges rouges).

suivante, obtenue à partir de (5.115) :

$$S_{\mathbf{q}}^{(exp)} = \frac{\int_0^\infty d\omega P_{ex}^{(exp)}(t_B, \omega)}{2\pi t_B (\Omega_B/2)^2} \quad (5.125)$$

où $P_{ex}^{(exp)}(t_B, \omega)$ est l'amplitude d'excitation expérimentale après une impulsion de Bragg de fréquence $\omega/2\pi$ et de durée t_B .

Le terme $\int_0^\infty d\omega P_{ex}^{(exp)}(t_B, \omega)$, dans la formule (5.125), est estimé en posant, pour un spectre donné :

$$\int_0^\infty d\omega P_{ex}^{(exp)}(t_B, \omega) \approx 2\pi I_G^{(\mathbf{q})} \quad (5.126)$$

où $I_G^{(\mathbf{q})}$ est l'intégrale de la gaussienne asymétrique $G_A(f)$ utilisée pour fitter ce spectre (avec $f = \omega/2\pi$). Pour tous nos spectres expérimentaux, les fréquences négatives ont une contribution négligeable à l'intégrale de $G_A(f)$. On peut donc dire que $I_G^{(\mathbf{q})} \approx \int_0^\infty df G_A(f)$, ce qui justifie l'équation (5.126).

Nos mesures de $S_{\mathbf{q}}^{(exp)}$ sont représentées en figure 5.25, pour les deux orientations du champ magnétique. Nous n'avons ici pas tenu compte des résultats de l'expérience de diffusion de Bragg à 4 photons, pour laquelle la dynamique d'excitation est complexe. Les grandes barres d'erreurs sur $S_{\mathbf{q}}^{(exp)}$ sont dues à l'incertitude expérimentale de 40 % sur notre calibration de Ω_B^2 . Sur la figure 5.25 figurent également les facteurs de structure théoriques dans la LDA. Les points à $q\xi = 0,33$ n'apparaissent qu'à titre indicatif car nous savons que la LDA n'est pas du tout applicable à une longueur d'onde aussi grande.

L'accord théorie expérience est bon à $q\xi = 0,8$. Il est moins bon aux moments plus faibles où l'on s'attend à ce que les prédictions de la LDA ne soient pas vérifiées. A $q\xi = 4,2$, on obtient un résultat aberrant car on a $S_{\mathbf{q}}^{(exp)} > 1$. Cela est probablement lié à une erreur dans notre calibration de Ω_B^2 , ou dans notre mesure de la puissance des faisceaux de Bragg.

Influence de la DDI : Pour étudier l'influence de la DDI sur le facteur de structure statique, on mesure la variation relative de $S_{\mathbf{q}}^{(exp)}$, liée au basculement du champ magnétique.

Cette variation est définie par :

$$\frac{\Delta S_{\mathbf{q}}^{(exp)}}{S_{\mathbf{q}}^{(exp)}} = \frac{S_{\mathbf{q},\perp}^{(exp)} - S_{\mathbf{q},//}^{(exp)}}{(S_{\mathbf{q},\perp}^{(exp)} + S_{\mathbf{q},//}^{(exp)})/2} \quad (5.127)$$

où $S_{\mathbf{q},//}^{(exp)}$ ($S_{\mathbf{q},\perp}^{(exp)}$) est le facteur de structure statique expérimental lorsque le champ magnétique est parallèle (perpendiculaire) au moment $\hbar\mathbf{q}$ de l'excitation.

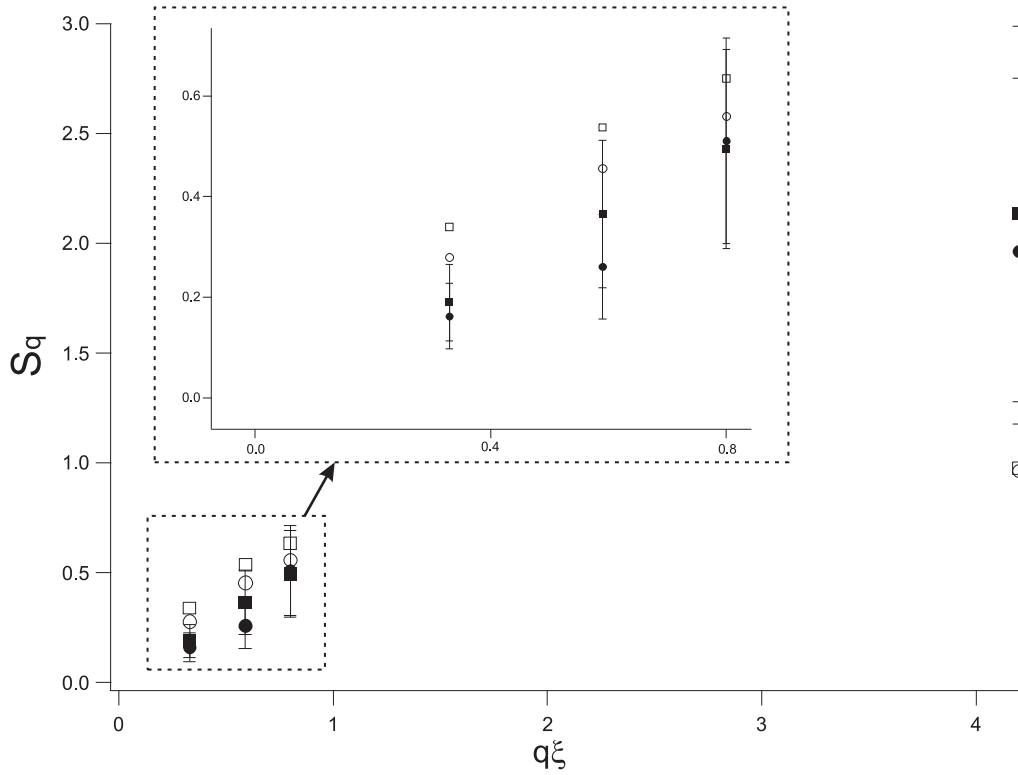


FIGURE 5.25 – Points noirs : facteur de structure statique expérimental $S_{\mathbf{q}}^{(exp)}$ lorsque le champ magnétique est parallèle à la direction de l'excitation ($\theta_{\mathbf{q}} = 0$). Carrés noirs : facteur de structure statique expérimental $S_{\mathbf{q}}^{(exp)}$ lorsque le champ magnétique est perpendiculaire à la direction de l'excitation ($\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2$). Les barres d'erreurs correspondent à notre incertitude de 40 % sur Ω_B^2 . Cercles et carrés blancs : valeurs théoriques, dans la LDA, du facteur de structure statique, respectivement pour $\theta_{\mathbf{q}} = 0$ et $\theta_{\mathbf{q}} = \pi/2$. Insert : Agrandissement aux grandes longueurs d'onde.

En utilisant les relations (5.125) et (5.126), (5.127) devient :

$$\frac{\Delta S_{\mathbf{q}}^{(exp)}}{S_{\mathbf{q}}^{(exp)}} = \frac{I_{G,\perp}^{(\mathbf{q})} - I_{G,\parallel}^{(\mathbf{q})}}{(I_{G,\perp}^{(\mathbf{q})} + I_{G,\parallel}^{(\mathbf{q})})/2} \quad (5.128)$$

où $I_{G,\parallel}^{(\mathbf{q})}$ ($I_{G,\perp}^{(\mathbf{q})}$) est l'intégrale du fit du spectre expérimental lorsque le champ magnétique est parallèle (perpendiculaire) au moment $\hbar\mathbf{q}$ de l'excitation.

Les valeurs de $\Delta S_{\mathbf{q}}^{(exp)}/S_{\mathbf{q}}^{(exp)}$ calculées, à partir des spectres expérimentaux, d'après la formule (5.128), sont représentées dans la figure 5.26. $\Delta S_{\mathbf{q}}^{(exp)}/S_{\mathbf{q}}^{(exp)}$ est indépendante de Ω_B et les barres d'erreurs sur cette variation relative sont uniquement dues aux incertitudes sur $I_{G,\parallel}^{(\mathbf{q})}$ et $I_{G,\perp}^{(\mathbf{q})}$.

Les valeurs théoriques, dans la LDA, de $\Delta S_{\mathbf{q}}/S_{\mathbf{q}}$, ainsi que les résultats de simulations numériques, sont également indiqués sur la figure 5.26.

Les résultats de la figure 5.26 montrent que nos barres d'erreurs sont encore trop grandes, nos données encore trop bruitées, pour nous permettre de conclure quant à l'observation d'un effet de la DDI sur le facteur de structure statique d'un BEC de chrome.

Une mesure précise de cet effet constituerait un résultat intéressant puisque révélateur de l'influence de la DDI sur les corrélations de densité aux longues distances dans le BEC.

Conclusion

Nous avons étudié expérimentalement, grâce à la diffusion de Bragg, l'influence de la DDI sur l'énergie des excitations de Bogoliubov, dans un condensat de chrome. Cette expérience nous a permis de sonder la courbe de dispersion des excitations sur un domaine assez large. Nous avons exploré le régime phononique, pour lequel les excitations sont collectives, et nous nous sommes approchés du régime des particules. Nous avons observé, après le basculement, d'un angle de $\pi/2$, de la direction du champ magnétique de polarisation relativement à la direction de l'excitation, une variation d'environ 15 % de l'énergie d'un phonon. Ce résultat, sensiblement supérieur aux variations relatives, qui ne dépassent pas 4 %, de la fréquence du mode collectif étudié au chapitre 4, et du potentiel chimique, est une conséquence du caractère local de l'excitation d'un phonon.

Lorsque la longueur d'onde de l'excitation est suffisamment petite devant les dimensions du condensat, nos résultats sont en bon accord avec les prédictions théoriques établies dans la LDA. De ces résultats expérimentaux, nous avons déduit la vitesse du son dans le condensat de chrome. Nous avons démontré que cette dernière augmente de 25 % environ lorsque l'angle $\theta_{\mathbf{q}}$, fait par l'axe de polarisation des dipôles et la direction de l'excitation, passe de $\pi/2$ à 0. Ce résultat est propre à la propagation d'une onde

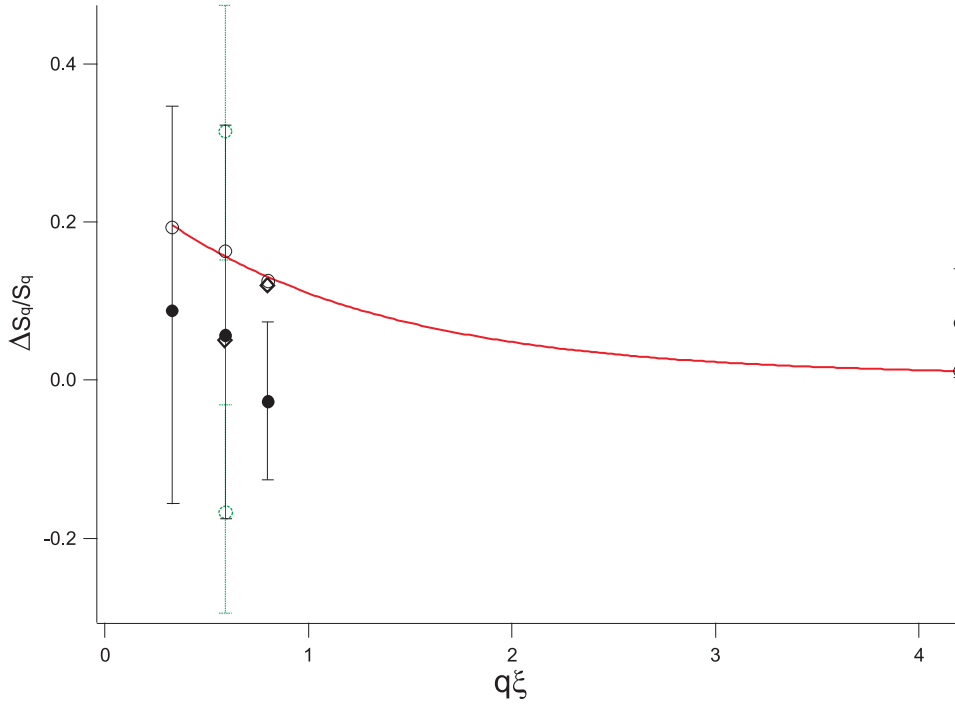


FIGURE 5.26 – *Points noirs* : Variation relative $\Delta S_{\mathbf{q}}^{(exp)}/S_{\mathbf{q}}^{(exp)}$ du facteur de structure statique expérimental lorsque l'angle $\theta_{\mathbf{q}}$ entre l'axe de polarisation des dipôles et l'axe d'excitation passe de $\pi/2$ à 0 rad. Les barres d'erreurs sont liées aux incertitudes sur les intégrales de nos spectres expérimentaux. Elles correspondent à un intervalle de confiance à 70 %. A $q\xi = 0,59$, le point noir, et les barres d'erreurs associées, correspondent à l'analyse simultanée des données obtenues pour deux puissances différentes des faisceaux de Bragg (voir texte partie 5.4.1). Les résultats, obtenus séparément pour chacune des deux puissances, sont représentés en pointillés verts. En haut figure le résultat à haute puissance et en bas le résultat à basse puissance. Cercles blancs : valeur théorique, dans la LDA, de $\Delta S_{\mathbf{q}}/S_{\mathbf{q}}$. Losanges blancs : résultats de simulations numériques de l'équation de Gross-Pitaevskii.

sonore dans un BEC dipolaire en géométrie 3D.

Ces mesures nous encouragent à étudier l'influence de la DDI sur l'énergie des excitations dans des systèmes de plus basse dimensionnalité. Dans ces systèmes, cette influence diffère fortement du cas 3D ([155, 152, 151]). Nous pourrions, par exemple, reproduire nos expériences de diffusion de Bragg sur un condensat de chrome confiné dans un réseau 1D de crêpes quasi-2D. En excitant le condensat dans le plan des crêpes, la diffusion de Bragg peut être utilisée pour observer des phénomènes d'interaction dipôle-dipôle inter-site ([154]). On peut également faire varier la longueur d'onde de l'excitation, entre des valeurs très inférieures à l'épaisseur d'une crêpe et des valeurs très supérieures à cette épaisseur. En observant les différences de comportement de la DDI aux grandes et aux petites longueurs d'onde, correspondant respectivement à des excitations 2D et 3D, nous pourrions peut-être mettre en évidence des phénomènes communs à la physique des rotons ([151, 32]).

Troisième partie

Dynamique de spin d'un condensat de Bose-Einstein dipolaire

Chapitre 6

Relaxation dipolaire et démagnétisation spontanée dans un BEC de Chrome

Dans ce chapitre sont récapitulés des résultats expérimentaux importants, obtenus au cours de ma thèse, et qui ont trait à la physique des condensats de magnétisation libre. Ces résultats sont très largement documentés dans la thèse de Benjamin Pasquiou ([81]). Ils ont fait l'objet de trois publications ([71, 72, 73]). Dans la première partie de ce chapitre, nous présentons l'étude la relaxation dipolaire dans un BEC de chrome. Nous observons que la relaxation dipolaire est, d'une part, très sensible aux corrélations de paire dans un gaz quantique, et, d'autre part, fortement influencée par le confinement. Dans la deuxième partie, nous décrivons la démagnétisation spontanée du condensat de chrome à très bas champ magnétique. Ce phénomène est rendu énergétiquement favorable par la dépendance en spin de l'énergie d'interaction de contact. Il est provoqué par des collisions semblables à la relaxation dipolaire, mais pouvant avoir lieu à des distances supérieures à la distance inter-particules, distances pour lesquelles est applicable une théorie de champ moyen non local.

6.1 Étude de la relaxation dipolaire

La relaxation dipolaire

La relaxation dipolaire est un mécanisme de collisions inélastiques dues à l'interaction dipôle-dipôle. Ce mécanisme se caractérise par la non-conservation du moment magnétique total des particules entrant en collision. Les atomes de chrome peuvent, par ce processus, perdre de l'énergie Zeeman, qui se transforme en énergie cinétique. Dans des systèmes à symétrie cylindrique, il y a un transfert du moment magnétique vers le moment orbital relatif des particules subissant la relaxation dipolaire. Les produits de

collision sont alors mis en rotation l'un autour de l'autre.

A champ magnétique non nul, la relaxation dipolaire ne peut pas avoir lieu dans le sous-état Zeeman de plus basse énergie, $|m_J = -3\rangle$, dans lequel le BEC est produit ([63]). Pour amorcer la relaxation dipolaire, on transfère les atomes dans le sous-état magnétique de plus haute énergie, $|m_J = +3\rangle$, grâce au balayage adiabatique d'un champ magnétique radio-fréquence (RF).

Il existe deux canaux de relaxation dipolaire pour des collisions à deux atomes dans l'état $|m_J^{(1)} = +3, m_J^{(2)} = +3\rangle$ ($m_J^{(1)}$ et $m_J^{(2)}$ sont respectivement les moments magnétiques de chacun des deux atomes).

Le premier canal est :

$$|3, 3\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|3, 2\rangle + |2, 3\rangle), \quad (6.1)$$

$$\Delta E^{(1)} = g_J \mu_B B, \quad (6.2)$$

alors que le deuxième canal est :

$$|3, 3\rangle \longrightarrow |2, 2\rangle, \quad (6.3)$$

$$\Delta E^{(2)} = 2g_J \mu_B B, \quad (6.4)$$

où $\Delta E^{(1)}$ et $\Delta E^{(2)}$ sont respectivement les gains en énergie cinétique de la paire d'atomes, après une collision, pour les canaux 1 et 2 de relaxation dipolaire. $g_J = 2,00$ est le facteur de Landé des atomes de chrome dans l'état 7S_3 . μ_B est le magnéton de Bohr.

6.1.1 Relaxation dipolaire dans un potentiel d'interaction moléculaire

Mesure du paramètre de relaxation dipolaire

La relaxation dipolaire a déjà été étudiée expérimentalement dans les cas du césium ([45]), du lithium ([174]), de l'hélium métastable ([175]) et du chrome ([43]).

Dans le cas du chrome, le taux de relaxation dipolaire a été estimé théoriquement dans [43], grâce à l'approximation de Born, sans considérer les effets du potentiel d'interaction moléculaire à courte portée. Nous allons voir que cette approche n'est valable qu'à des champs magnétiques relativement faibles ($B \ll 5$ G).

Dans notre expérience, nous avons étudié la relaxation dipolaire dans le BEC de chrome, pour un champ magnétique B allant de 0,02 G à 10 G. A fort champ magnétique, l'énergie relâchée par relaxation dipolaire est suffisante pour que des atomes soient éjectés du piège. La densité atomique au point \mathbf{r} , $n(\mathbf{r}, t)$, évolue selon l'équation suivante.

$$\frac{dn(\mathbf{r}, t)}{dt} = -\beta_r n^2(\mathbf{r}, t) - \Gamma_l n(\mathbf{r}, t), \quad (6.5)$$

où β_r est le paramètre de pertes à deux corps associé à la relaxation dipolaire. $\Gamma_l \approx 0,1 \text{ s}^{-1}$ est le taux de pertes à un corps, dues aux collisions avec le gas résiduel.

On a

$$\beta_r = \beta_{r,1} + \beta_{r,2} \quad (6.6)$$

où $\beta_{r,1}$ et $\beta_{r,2}$ sont respectivement les paramètres de collisions associés au premier et deuxième canal de relaxation dipolaire.

Les résultats de la mesure du paramètre β_r en fonction du champ magnétique B sont présentés dans la figure 6.1.

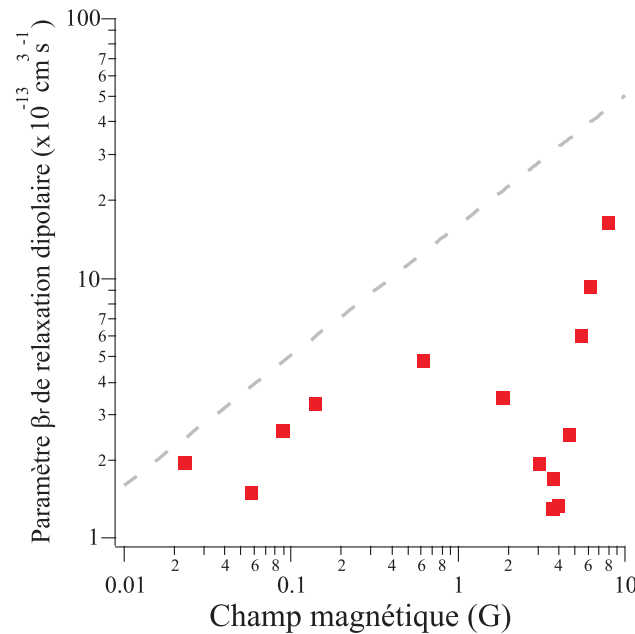


FIGURE 6.1 – Carrés rouges : mesures expérimentales du paramètre β_r de relaxation dipolaire. Courbe en tirets : estimations théoriques de β_r , utilisant l'approximation de Born, sans considérer les potentiels d'interaction moléculaire. Dans cette approximation, on a $\beta_r \propto \sqrt{B}$.

La courbe en tirets sur la figure 6.1 représente les résultats théoriques s'inspirant de [43], qui utilisent l'approximation de Born, sans considérer le potentiel d'interaction moléculaire. Dans cette approximation, on a $\beta_r \propto \sqrt{B}$.

Autour de $B = 4 \text{ G}$, les résultats expérimentaux sont en fort désaccord avec la courbe en tirets. En effet, on observe entre 2 et 8 G environ, une forte réduction de la relaxation dipolaire, le minimum se trouvant à $B \approx 4 \text{ G}$.

Pour interpréter ce phénomène, il est nécessaire de tenir compte des effets du potentiel d'interaction moléculaire à courte portée. C'est ce que nous faisons ci-dessous.

Une sonde des corrélations de paire dans le condensat

La relaxation dipolaire couple une onde s à une onde de moment orbital $l = 2$ ([71]).

Pour une onde de moment orbital relatif l , la force centrifuge crée une barrière de potentiel dont l'énergie, à la distance r , est égale à $\hbar^2 l(l+1)/mr^2$. Pour $l = 0$, il n'y a pas de barrière centrifuge. Les potentiels d'interaction moléculaire, avant ($l = 0$) et après ($l = 2$) un événement de relaxation dipolaire, sont représentés dans la figure 6.2.

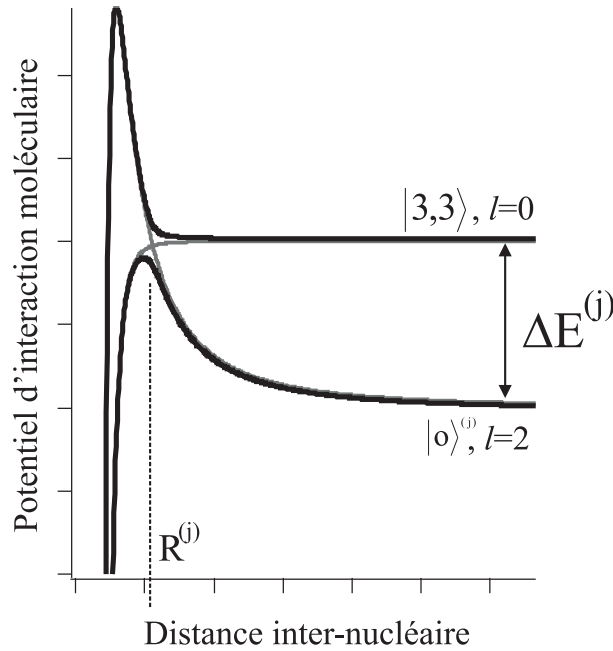


FIGURE 6.2 – Représentation des potentiels d'interaction moléculaire, avant ($l = 0$) et après ($l = 2$) un événement de relaxation dipolaire. A grande distance inter-nucléaire, l'écart énergétique entre ces deux potentiels est égal à $\Delta E^{(j)}$, correspondant à l'énergie cinétique gagnée par la paire d'atomes pour le canal j de relaxation dipolaire. $|o^{(j)}\rangle$ est l'état magnétique de sortie des deux atomes après la diffusion. On a $|o^{(1)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|3, 2\rangle + |2, 3\rangle)$ et $|o^{(2)}\rangle = |2, 2\rangle$. le trait vertical en pointillés indique la distance $R^{(j)}$ à laquelle les potentiels $l = 0$ et $l = 2$ se croisent.

On remarque sur cette figure que les potentiels $l = 0$ et $l = 2$ se croisent lorsque

$$\hbar^2 \frac{2(2+1)}{mr^2} = \Delta E^{(j)}, \quad (6.7)$$

où $j = 1$ ($j = 2$) pour le canal 1 (2) de relaxation dipolaire.

Les deux potentiels se croisent donc à la distance $r = R^{(j)}$, où $R^{(j)}$ est définie par :

$$R^{(j)} = \hbar \sqrt{\frac{6}{jmg_J\mu_B B}}, \quad (6.8)$$

La distance $R^{(j)}$ correspond à la position du point de rebroussement classique d'un atome se dirigeant, avec une énergie cinétique $\Delta E^{(j)}$, vers le centre du potentiel moléculaire $l = 2$. Nous pouvons montrer que la relaxation dipolaire a lieu principalement à une distance $R_{RD}^{(j)}$ valant $\frac{16}{3\pi\sqrt{6}}R^{(j)}$ ([71]). Le paramètre $\beta_r^{(j)}$ est donc proportionnel à la probabilité de présence de deux particules situées à la distance $R_{RD}^{(j)}$ l'une de l'autre.

Comme $R_{RD}^{(j)} \propto 1/\sqrt{B}$, notre expérience nous permet, en faisant varier le champ magnétique B , de sonder la fonction de corrélation de paire dans le condensat. Cette fonction est proportionnelle au carré du module de la fonction d'onde de collision, qui présente un nœud à la distance $r = a_6$ (a_6 est la longueur de diffusion en onde s , associée aux interactions de contact de deux atomes dont le spin total S est égal à 6. Dans les chapitres précédents, nous nous étions, par commodité, référés à cette longueur de diffusion en l'appelant a). Ainsi, le paramètre $\beta_r^{(j)}$ s'annule lorsque le champ magnétique B est tel que $R_{RD}^{(j)} = a_6$. $\beta_r^{(1)}$ et $\beta_r^{(2)}$ ne s'annulant pas au même champ magnétique B , il n'y a jamais d'annulation totale de la relaxation dipolaire. Néanmoins, nos arguments nous permettent d'expliquer la forte réduction, visible dans la figure 6.1, du paramètre $\beta_r = \beta_r^{(1)} + \beta_r^{(2)}$ de relaxation dipolaire, autour de $B = 4$ G. Nous avons vérifié qu'à cette valeur du champ magnétique, $R_{RD}^{(1)}$ et $R_{RD}^{(2)}$ sont de l'ordre de a_6 (d'après [76, 64], $a_6 \approx 110a_B$, où a_B est le rayon de Bohr).

De plus, on remarque, sur la figure 6.1, que pour les faibles champs magnétiques ($\ll 5$ G), l'approximation de Born ne tenant pas compte du potentiel d'interaction moléculaire permet une estimation relativement bonne de β_r . Cela est cohérent avec le fait qu'à ces bas champs magnétiques, on a $R_{RD}^{(j)} \gg a_6$. La relaxation dipolaire a alors lieu à des distances où les effets, à courte portée, du potentiel moléculaire sont quasiment absents.

Autres résultats

Grâce aux calculs d'Anne Crubellier du Laboratoire Aimé Cotton, nous avons pu tenir compte des effets à très courte portée, inférieure au rayon de van der Waals, du potentiel d'interaction moléculaire, sur la relaxation dipolaire. En comparant ces calculs à nos résultats expérimentaux, nous en avons déduit de nouvelles estimations précises des longueurs de diffusion a_6 et a_4 . Ces estimations sont $a_6 = (103 \pm 4)a_B$ et $a_4 = (64 \pm 4)a_B$. Elles sont en bon accord avec [76, 64].

Nous avons reproduit les expériences de relaxation dipolaire sur un gaz thermique à des températures de l'ordre du μK . Nous avons observé une réduction de la relaxation dipolaire semblable à celle de la figure 6.1. A la lumière de ce résultat, nous avons démontré que dans un gaz thermique, à un champ magnétique suffisamment élevé, seule l'onde partielle $l = 0$ contribue à la relaxation dipolaire. Cela nous mène à des conclusions intéressantes sur le piégeage magnétique d'un gaz dégénéré de Fermions de chrome ([71]). Ce résultat ouvre également la voie vers la mesure des corrélations du second ordre dans un gaz thermique. Il pourrait nous permettre d'observer des

phénomènes similaires à l'effet Hanbury-Brown et Twiss ([176, 177]).

Enfin, nous avons utilisé un champ magnétique radio-fréquence (RF) pour contrôler la relaxation dipolaire. Les atomes étant polarisés dans le sous-état Zeeman de plus faible énergie, $|m_J = -3\rangle$, nous avons ouvert, grâce à ce champ, des canaux de relaxation dipolaire qui sont, normalement, énergétiquement interdits. L'association de ces canaux avec l'absorption de photons RF les rend énergétiquement favorables ([71]).

6.1.2 Relaxation dipolaire dans un BEC fortement confiné

Influence du confinement sur les interactions

L'influence du confinement sur les interactions de contact a été étudiée théoriquement dans le cas 3D ([178, 179]), quasi-2D ([180, 181]) et quasi-1D ([182, 183]). Ces interactions ne sont modifiées par le confinement que si leur longueur de diffusion est du même ordre de grandeur que la taille de l'oscillateur harmonique. Les plus forts confinements sont atteints actuellement grâce à des réseaux optiques. La taille typique de l'oscillateur harmonique dans les sites de ces réseaux est de 50 nm, ce qui est bien supérieur aux longueurs de diffusions usuelles dans les gaz quantiques (dans le cas du chrome, on a $a_6 \approx 5$ nm). Pour étudier l'influence du confinement sur la diffusion en onde s , il est donc nécessaire d'augmenter la longueur de diffusion grâce à des résonances de Feshbach.

Pour la relaxation dipolaire, la situation est différente. Comme nous allons le voir, ce type de collision subit l'influence du confinement lorsque la distance $R_{RD}^{(j)}$ ($j = 1$ ou 2 selon le canal considéré) est de l'ordre de, ou supérieure à la taille de l'oscillateur harmonique. Comme $R_{RD}^{(j)} \propto 1/\sqrt{B}$, il suffit de baisser suffisamment la valeur du champ magnétique pour vérifier cette condition. Il n'est donc nullement besoin d'utiliser une résonance de Feshbach pour observer les effets du confinement sur la relaxation dipolaire.

Relaxation dipolaire dans un réseau 2D de tubes quasi-1D

Pour confiner fortement le BEC de chrome selon un ou deux axes, nous avons utilisé des réseaux optiques. Un réseau optique 1D formé de crêpes quasi-2D a été créé grâce à un faisceau laser horizontal rétro-réfléchi à 532 nm ([71]). Pour créer un réseau optique 2D formé de tubes quasi-1D, nous avons rajouté, à ce premier faisceau, un deuxième faisceau, vertical et rétro-réfléchi, de même longueur d'onde que le premier ([72]). Dans cette partie, nous nous limiterons au cas des tubes quasi-1D, pour lesquels les effets du confinement, sur la relaxation dipolaire, sont plus marqués que dans les crêpes quasi-2D.

En augmentant lentement la puissance des faisceaux laser à $\lambda = 532$ nm, on charge adiabatiquement le condensat dans le réseau 2D. Au terme de ce chargement, la pro-

fondeur du réseau est de $25 E_R$, où $E_R = \frac{\hbar^2}{2m\lambda^2}$. À cette profondeur, le temps d'effet tunnel est long (40 ms). Nous obtenons donc une collection de gaz quantiques quasi-1D, indépendants et localisés dans chacun des sites du réseau. Le champ magnétique est précisément orienté selon l'axe O_x des tubes (voir fig. 6.3 a)), ce qui garantit la symétrie cylindrique de chaque nuage 1D polarisé.

Au terme du chargement du BEC dans le réseau, nous avons transféré les atomes de l'état $|m_J = -3\rangle$ à l'état $|m_J = +3\rangle$ pour déclencher la relaxation dipolaire. Dans cette expérience, nous avons fait varier le champ magnétique dans une plage de valeurs relativement faibles ($0,01 \text{ G} < B < 0,07 \text{ G}$). Pour ces valeurs de B , l'énergie relâchée par relaxation dipolaire n'est pas suffisante pour éjecter des atomes du piège. La relaxation dipolaire se manifeste alors par un peuplement des premières bandes excitées du réseau, ainsi que par un chauffage dû à la désexcitation collisionnelle des atomes de la deuxième bande excitée ([72]). Il en résulte un gain en énergie, que nous avons mesuré, après 75 ms de relaxation dipolaire, en fonction de la valeur de la fréquence de Larmor $\omega_0 = g_J \omega \mu_B B$ (voir 6.3 b)). Cette mesure a été effectuée à l'aide d'une procédure de "band mapping" ([184, 185]).

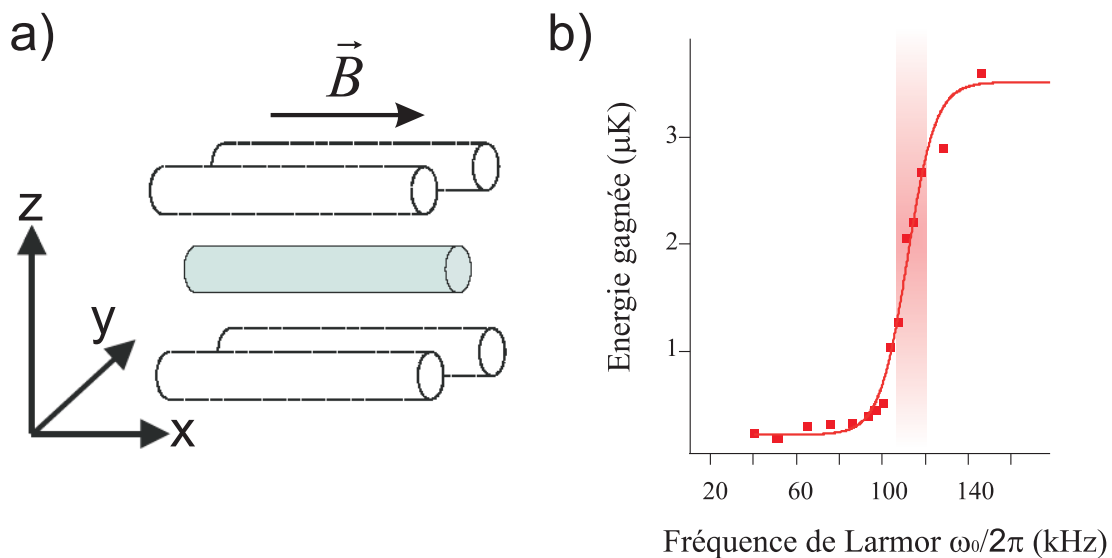


FIGURE 6.3 – a) : Schéma des tubes quasi-1D créés par le réseau optique 2D. Les deux faisceaux du réseau optique sont orientés selon les axes O_y et O_z . Les tubes sont alors orientés selon l'axe O_x . Dans notre expérience, le champ magnétique \mathbf{B} est polarisé le long de l'axe des tubes. b) : Énergie gagnée par le nuage chargé dans le réseau après 75 ms de relaxation dipolaire, en fonction de la fréquence Larmor. La bande rouge représente la position et la largeur du seuil de relaxation dipolaire. La courbe rouge est un guide pour l'œil.

On constate, sur la figure 6.3 b), que dans les tubes 1D, il existe un seuil de champ magnétique au-dessous duquel la relaxation dipolaire disparaît presque totalement.

Ce seuil se situe à $\omega_0 = \omega_L$, où $\omega_L = 2\pi \times 120$ kHz est l'écart énergétique entre la bande fondamentale et la première bande excitée du réseau. Lorsque $\omega_0 < \omega_L$, l'énergie relâchée par relaxation dipolaire n'est pas suffisante pour transférer les atomes dans une bande excitée du réseau. La relaxation dipolaire est alors énergétiquement interdite. Au-dessous du seuil, la température du gaz quantique est, au bout de 75 ms, encore bien inférieure à la température de dégénérescence en géométrie 1D ([186]). La présence de ce seuil reflète la forte réduction de la densité d'état, liée à la basse dimensionnalité du système.

Si l'on calcule la distance de relaxation dipolaire $R_{RD}^{(j)}$ ($j = 1$ ou 2 selon le canal considéré) lorsque le champ magnétique B est tel que $\omega_0 = \omega_L$, on obtient :

$$R_{RD}^{(j)} = \frac{16}{3\pi\sqrt{j}}a_L, \quad (6.9)$$

où $a_L = \sqrt{\hbar/m\omega_L}$ est la taille de l'oscillateur harmonique dans un site du réseau. La quasi-suppression de la relaxation dipolaire intervient donc lorsque $R_{RD}^{(j)} \gtrsim a_L$.

Nous avons calculé, d'après les données de la figure 6.3, le paramètre de relaxation dipolaire au-dessous du seuil. Nous avons obtenu $\beta_r = (5 \pm 1,5).10^{-22}\text{m}^3.\text{s}^{-1}$. Cette valeur est typiquement 1000 fois inférieure aux valeurs obtenues dans le cas 3D (voir figure 6.1).

Au-dessus du seuil ($\omega_0 > \omega_L$), il est énergétiquement possible, par relaxation dipolaire, de peupler les deux premières bandes excitées du réseau. On trouve alors $\beta_r = (4,6 \pm 1,4).10^{-20}\text{m}^3.\text{s}^{-1}$, en accord raisonnable avec des calculs théoriques utilisant une règle d'or de Fermi ([72]).

Vers une observation de l'effet Einstein-de Haas

Dans un système à symétrie cylindrique, des collisions modifiant la magnétisation du système engendrent une mise en rotation des particules. Ce phénomène est analogue à l'effet Einstein-de Haas existant dans les ferroaimants ([49]). Son observation dans un gaz quantique, suggérée dans [187, 48, 50, 188], constituerait un résultat expérimental important.

Dans les tubes quasi-1D de notre expérience, la suppression de la relaxation dipolaire, au-dessous du seuil, est une forte indication de la symétrie cylindrique. En effet, nous avons constaté que lorsqu'on oriente le champ magnétique perpendiculairement aux tubes, ce qui brise la symétrie cylindrique, la relaxation dipolaire ne s'annule plus ([72]). Au-dessus du seuil, les atomes peuplant, par relaxation dipolaire, les bandes excitées du réseau, sont mis en rotations si la symétrie cylindrique est respectée. Malheureusement, en raison du fort effet tunnel existant dans ces bandes, l'excitation cohérente de ces états tournants est impossible. Pour y remédier, il faudrait utiliser un réseau au moins 3 fois plus profond que le nôtre, afin de réduire suffisamment la largeur

des premières bandes excitées, et donc le taux d'effet tunnel entre sites du réseau dans ces bandes ([72]).

6.2 Démagnétisation spontanée dans un BEC dipolaire

Dans un BEC à plusieurs composantes de spin, l'énergie due aux interactions de contact est dépendante du spin total S_m de deux atomes entrant en collision. En effet, les longueurs de diffusion en onde s des potentiels moléculaires associés au spin S_m sont différentes l'une de l'autre. Cela peut donner naissance à plusieurs phases quantiques spinorielles ([189, 190]). Les collisions d'échange de spin, dues aux interactions de contact, peuvent engendrer des transitions entre les différentes phases. Ces dernières ont été explorées expérimentalement dans [191, 192, 193, 194, 195, 196], pour des atomes de spin $F = 1$ ou $F = 2$, dans des condensats de Rb ou de Na.

Les condensats dipolaires ouvrent de nouvelles perspectives dans le domaine de la physique des spineurs. En effet, contrairement aux interactions de contact, l'interaction dipôle-dipôle ne conserve pas la magnétisation du système. Dans un gaz quantique dipolaire, il est donc possible d'observer des transitions entre des phases spinorielles de magnétisations différentes ([51, 50]), jamais observées avant l'expérience décrite ici.

Dans notre expérience, nous avons observé la démagnétisation spontanée d'un condensat de chrome.

Observation de la dépolarisation du BEC de chrome

A fort champ magnétique B , le BEC de chrome, polarisé dans l'état $|m_J = -3\rangle$, est stable magnétiquement : la phase ferromagnétique dont la magnétisation vaut $-3g_J\mu_B$ est la phase de plus basse énergie.

Dans l'état $|m_J = -3\rangle$, les atomes n'interagissent que dans un potentiel moléculaire $S_m = 6$, dont la longueur de diffusion a_6 est la plus grande de toutes les longueurs de diffusion en onde s du ^{52}Cr . Dans cet état, l'énergie d'interaction est donc plus grande que dans les autres états magnétiques. Ainsi, en se démagnétisant, le condensat peut perdre de l'énergie d'interaction. Si l'on baisse le champ magnétique, de façon à ce que le coût en énergie Zeeman, induit par cette démagnétisation, soit compensé par la baisse de l'énergie d'interaction, la démagnétisation devient énergétiquement favorable.

Nous décrivons maintenant brièvement nos résultats expérimentaux. Après avoir produit le BEC de chrome dans l'état $|m_J = -3\rangle$, nous avons fortement réduit le champ magnétique B . Après 155 ms d'attente, nous avons analysé la répartition des atomes dans les différents sous-états magnétiques, grâce à une procédure de Stern-Gerlach. Au-dessous d'un champ critique B_c , valant environ 0,3 mG, nous avons observé une dépolarisation du condensat (voir figure 6.4). Dans notre expérience, la valeur du champ

magnétique a été précisément contrôlée, avec une précision de $100 \mu\text{G}$ ([73]). À champ magnétique “nul” ($<100 \mu\text{G}$), la démagnétisation est presque totale : il subsiste une magnétisation de $-0,5g_J\mu_B$.

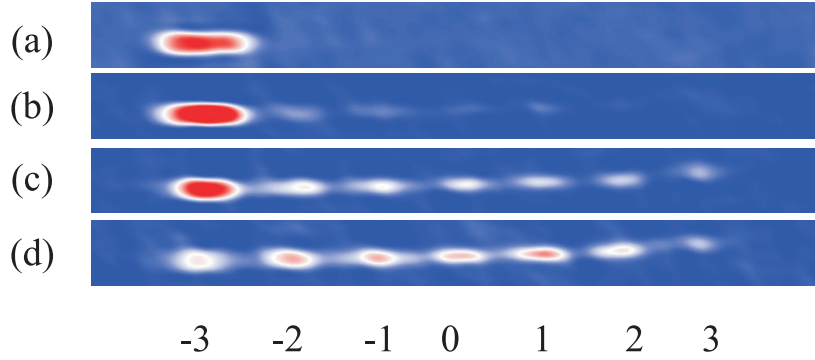


FIGURE 6.4 – Répartition des atomes dans les différents sous-états Zeeman, pour plusieurs valeurs du champ magnétique B , après 155 ms d’attente. Ces images sont obtenues grâce à une procédure de Stern-Gerlach ([73]). a) $B = 1 \pm 0,1 \text{ mG}$. b) $B = 0,5 \pm 0,1 \text{ mG}$. c) $B = 0,25 \pm 0,1 \text{ mG}$. d) $B = 50 \pm 50 \mu\text{G}$. Au champ magnétique le plus faible (image d), la magnétisation est de $-0,5g_J\mu_B$.

Un seuil de démagnétisation dépendant du champ moyen d’interaction de contact

À la température $T = 0$, le champ magnétique critique B_c , au-dessous duquel le BEC se dépolarise s’écrit ([51, 73]) :

$$g_J\mu_B B_c \approx 0,7 \frac{2\pi\hbar^2(a_6 - a_4)n}{m} \quad (6.10)$$

a_4 est la longueur de diffusion, associée au potentiel moléculaire $S_m = 4$, dans lequel peuvent interagir deux atomes dans l’état $|m_J = -2\rangle$. n est la densité atomique. $g_J\mu_B B_c$ est donc proportionnel à la différence entre les énergies de champ moyen d’interaction de contact, pour $S_m = 6$ et $S_m = 4$.

Le calcul théorique de B_c donne $0,25 \text{ mG}$, en bon accord avec la valeur mesurée ($\approx 0,3 \text{ mG}$).

Nous avons reproduit l’expérience de démagnétisation, en chargeant cette fois-ci le BEC dans un réseau optique 2D de tubes quasi-1D (identique au réseau décrit en partie 6.1.2). Nous avons alors obtenu $B_c \approx 1,2 \text{ mG}$ (voir figure 6.5). La densité atomique dans les tubes est sensiblement supérieure à celle du BEC 3D, ce qui explique l’augmentation du champ critique. Le calcul théorique nous donne, pour les tubes, $B_c \approx 1,15 \text{ mG}$, en bon accord avec le résultat expérimental correspondant.

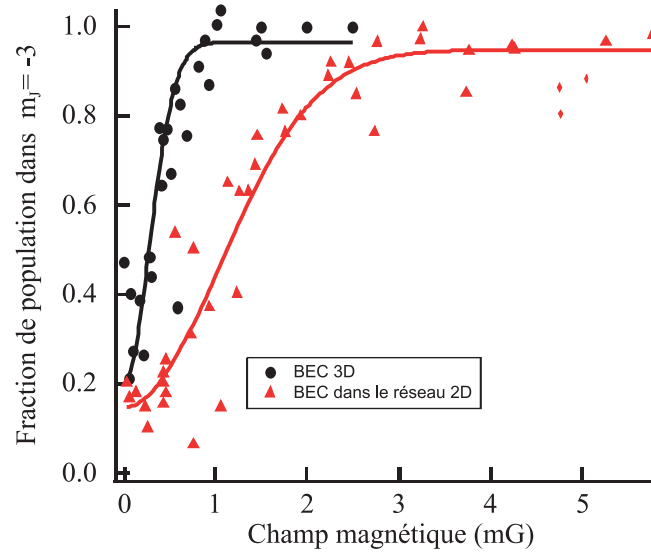


FIGURE 6.5 – Courbes expérimentales de démagnétisation, pour un BEC 3D (points noirs) et pour un réseau 2D de tubes quasi-1D (triangles rouges). On représente la fraction de population atomique dans l'état $|m_J = -3\rangle$, après 155 ms, en fonction du champ magnétique. Les courbes en trait plein sont des fits gaussiens des données expérimentales. La largeur à $1/e$ de ces fits est de 0,3 mG pour le BEC 3D et de 1,2 mG pour le réseau 2D.

Une démagnétisation médiée par des interactions non locales

Lorsque $B < 1$ mG, la distance typique de relaxation dipolaire est supérieure à 300 nm. Elle est donc sensiblement supérieure à la distance interatomique (de l'ordre de 100 nm). Ainsi, les collisions, dues à l'interaction dipôle-dipôle, qui provoquent la démagnétisation du système, n'ont pas lieu entre plus proches voisins. L'énergie associée à ces collisions peut être modélisée par un champ moyen non local, qui reflète la longue portée de la DDI.

Cette non-localité est particulièrement flagrante dans le cas du réseau optique 2D. La distance typique de relaxation dipolaire, aux champs magnétiques pour lesquels le gaz dipolaire se dépolarise ($B < 1$ mG), est supérieure à la distance séparant deux sites du réseau (≈ 270 nm). Nous avons comparé les dynamiques de dépolarisation du gaz quantique de chrome, dans le cas 3D et dans le réseau. Alors que la densité atomique au sein des tubes du réseau est sensiblement plus forte (typiquement trois fois plus forte) que dans le BEC 3D, on constate que la démagnétisation dans le réseau est plus lente que dans le BEC 3D ([73]). Pour interpréter cela, nous invoquons le fait que le taux de dépolarisation est fixé par le champ moyen non local, dû à la DDI ([48]). C'est donc la densité atomique moyenne, dans le volume occupé par le réseau, qu'il faut considérer, et non pas la densité au sein de chaque site du réseau. Or, sous l'effet de la forte augmentation, due au confinement dans le réseau, des forces répulsives d'interaction

de contact, le volume global du nuage augmente environ d'un facteur trois. La densité moyenne dans le réseau est donc environ trois fois plus faible que dans le BEC 3D. Le fait que la dynamique de dépolarisation soit plus lente dans le réseau est bien une conséquence de la non-localité de la DDI. Ce phénomène est indicateur des couplages dipolaires inter-site. Nous avons vérifié que la démagnétisation du condensat persiste, quelle que soit l'orientation du champ magnétique, et en particulier lorsque ce dernier est parallèle aux tubes du réseau. La relaxation dipolaire n'est alors pas supprimée, contrairement au cas décrit en partie 6.1.2, car, aux très longues distances (supérieures à la distance inter-site), le réseau de tubes 1D n'a pas la symétrie cylindrique.

Ces résultats ont été publiés dans [73]. Dans cet article, nous mentionnons également l'observation d'une augmentation de la fraction thermique, associée à une diminution de la température critique de condensation, due à la dépolarisation ([197]). Cette observation a orienté notre équipe vers l'exploration des propriétés thermodynamiques d'un condensat à magnétisation libre ([198]).

6.3 Conclusion

Les résultats présentés dans ce chapitre sont une première exploration de la dynamique des gaz quantiques dipolaires à magnétisation libre. Ils montrent que la DDI peut être utilisée pour caractériser les interactions entre particules à des distances variables : à courte portée, pour sonder les corrélations de paires ; à moyenne portée, pour observer les effets du confinement dans un réseau optique ; et à longue portée, pour explorer les effets de champ moyen, qui, dans le cas d'un BEC à plusieurs composantes de spin, donnent lieu à une dynamique spinorielle.

De plus, la symétrie cylindrique joue un rôle particulier dans ces expériences. L'interaction dipôle-dipôle nous permet de la caractériser, à plusieurs échelles de longueurs : dans un réseau optique 2D de tubes quasi-1D, la relaxation dipolaire est aussi bien sensible à la symétrie cylindrique locale dans ces tubes, qu'à l'absence de symétrie cylindrique à longue distance.

Conclusion

Conclusion

Les résultats expérimentaux présentés dans cette thèse dévoilent plusieurs propriétés hydrodynamiques d'un BEC dipolaire. Nous nous sommes intéressés aux effets dipolaires sur les excitations de faible amplitude d'un BEC de chrome, dans un régime où les interactions de contact sont prédominantes ($\epsilon_{dd} = 0,16$). Nous avons parcouru le spectre d'excitation du condensat, des basses aux hautes énergies.

Aux très basses fréquences, de l'ordre des fréquences vibrationnelles du piège (≈ 500 Hz dans notre expérience), le spectre d'excitation du condensat est discret. Il comporte, en particulier, trois modes collectifs, dits "de surface", caractérisés par des oscillations couplées selon plusieurs axes du piège, et qui subissent l'influence de la DDI ([26]).

Nous avons excité les modes de surface en modulant la profondeur du piège. Nous avons mis en évidence une modification de la fréquence du mode de surface intermédiaire, de type quadrupolaire ([78]), lorsque le champ magnétique est basculé de 90° . L'effet que nous avons observé varie de 0 à 2,5 % environ, en fonction de la géométrie du piège ([70]). Pour un condensat de 12000 atomes, ces résultats sont en bon accord avec des calculs numériques faits dans l'approximation de Thomas-Fermi. Pour des condensats moins peuplés, un ansatz gaussien nous permet de rendre compte de la diminution de l'effet observé.

Aux hautes énergies, grandes devant les fréquences du piège, les excitations du condensat forment un continuum. Elles se distinguent des modes de surface par une longueur d'onde courte devant les dimensions du condensat, et par un caractère local. Leur énergie est déterminée par la densité atomique, et est indépendante de la géométrie du piège. Ces excitations créent des ondes de densité qui se propagent dans le condensat. Aux longueurs d'onde supérieures à $2\pi\xi$ (ξ est la longueur de cicatrization), il s'agit de phonons, qui sont des excitations collectives.

En l'absence de la DDI, la physique de ces excitations est gouvernée par les interactions de contact, et est donc isotrope. La DDI modifie l'énergie des excitations et rend leur propagation anisotrope. Pour observer ce phénomène, nous avons utilisé la diffusion de Bragg, à plusieurs longueurs d'onde d'excitation. Nous avons, en particulier, mesuré l'énergie des phonons dans un BEC dipolaire. Nous avons observé que, lorsque le champ magnétique est basculé de 90° , et passe d'une direction perpendiculaire à l'axe de transfert de moment à une direction parallèle à cet axe, cette énergie augmente de

15 % environ. Cette augmentation est de l'ordre de ϵ_{dd} , comme attendu par la théorie. Ce résultat expérimental traduit, d'après nos calculs, une augmentation de 25 % de la vitesse du son. La modification locale, induite par l'excitation, du champ moyen dû à la DDI, est à l'origine de ce phénomène. Ces résultats sont en bon accord avec des prédictions théoriques faites dans une approximation de densité locale (LDA), que nous avons adaptée au cas d'un BEC dipolaire. Cette approximation permet de transposer, au cas d'un BEC piégé, la théorie des quasi-particules de Bogoliubov, originellement formulée dans le cas d'un gaz infini homogène de bosons. Nos résultats sur l'énergie des phonons ont été obtenus pour des longueurs d'onde sensiblement inférieures aux dimensions du condensat, mais non négligeables devant ces dernières. Le bon accord avec la LDA montre donc, dans le cas d'un BEC dipolaire, la robustesse de cette approximation locale,

De plus, en excitant le BEC de chrome à une très faible longueur d'onde ($\ll 2\pi\xi$), nous avons observé l'anisotropie de l'énergie dipolaire d'échange de moment entre une particule excitée et le condensat. Cette énergie, proportionnelle à la transformée de Fourier du potentiel d'interaction dipôle-dipôle, est de l'ordre de $\epsilon_{dd}\mu$, ce qui est confirmé par notre expérience.

Ces résultats ouvrent la voie vers l'observation de l'anisotropie de la superfluidité dans un condensat dipolaire.

D'après la relation de dispersion de Bogoliubov, établie pour un gaz homogène de bosons, la vitesse du son est égale à la vitesse critique superfluide. Nos résultats sur l'anisotropie de la vitesse du son sont donc fortement indicateurs d'une anisotropie de la superfluidité dans le BEC de chrome. Pour aller plus loin, il faudrait mesurer directement la vitesse critique superfluide, avec des techniques similaires à celles utilisées dans ([6, 199]). Notre dispositif expérimental se prête relativement bien à ce genre d'étude. Nous pourrions, par exemple, charger adiabatiquement le BEC de chrome dans un réseau optique créé par nos deux faisceaux de Bragg, puis faire progressivement varier le désaccord entre ces deux faisceaux. Cela engendrerait une mise en mouvement du réseau, et probablement de la dissipation au-dessus d'une certaine vitesse critique. En basculant la direction du champ magnétique, nous pourrions peut-être mettre en évidence l'anisotropie de cette vitesse.

Dans des condensats dipolaires quasi-2D, la vitesse critique devient inférieure à la vitesse du son, avec, dans la relation de dispersion, l'apparition progressive d'un minimum rotonique ([151]). Le chrome pourrait être utilisé pour observer ce phénomène. Le dysprosium, plus fortement dipolaire (la DDI y est ≈ 3 fois plus importante que dans le chrome) et récemment condensé ([46]), semble cependant être un meilleur candidat pour l'étude des rotons et de leur instabilité. Cette dernière se traduit par une annulation de la vitesse critique ([32]).

les modes collectifs ont également de fortes implications dans cette thématique. De fait, les modes "ciseaux" ont été utilisés comme un moyen de révéler la superfluidité dans des condensats non dipolaires ([200]). À ce titre, ces modes suscitent un intérêt

particulier pour l'étude des condensats dipolaires, pour lesquels une modification de leur fréquence par la DDI a été prévue ([124]).

D'autres résultats importants obtenus aux cours de ma thèse, et brièvement décrits dans le présent ouvrage, font l'objet d'une étude détaillée dans la thèse de Benjamin Pasquiou ([81]), avec qui j'ai collaboré durant ces trois dernières années. Ces résultats portent sur la dynamique de spin d'un condensat dipolaire. Nous avons montré que la relaxation dipolaire ([43]) peut être utilisée pour sonder des corrélations de paires à courtes distances dans un condensat ([71]). Nous avons également observé les effets, sur la relaxation dipolaire, du confinement dans un réseau optique ([71, 72]). Enfin, aux très bas champs magnétiques, pour lesquels la distance typique de relaxation dipolaire est supérieure à la distance inter-particule, la relaxation dipolaire est à l'origine d'une dynamique spinorielle. Cette dynamique se traduit par la démagnétisation spontanée du condensat, que nous avons observée ([73]).

Les outils que nous avons employés pour exciter le condensat de chrome pourraient être utilisés dans l'exploration des propriétés hydrodynamiques d'un BEC à plusieurs composantes de spin.

Il serait, par exemple, intéressant de mesurer, grâce à la diffusion de Bragg, la vitesse du son dans un condensat dépolarisé. Nous nous attendons à ce que cette vitesse diffère de celle que nous avons mesurée pour un condensat ferromagnétique polarisé dans $|m_J = -3\rangle$. En effet, les atomes d'un condensat dépolarisé interagissent entre eux en onde s , avec plusieurs longueurs de diffusion (a_6, a_4, \dots), ce qui modifie l'énergie des interactions de contact, et donc également la vitesse du son.

Pour conclure, nous pouvons mentionner les deux autres études expérimentales décrites dans cette thèse. Dans l'une d'elle, nous avons montré comment optimiser le chargement du piège dipolaire, en accumulant les atomes de chrome dans un à quatre états métastables. L'autre étude concerne l'asservissement en température d'une cavité optique "ultra stable", dont la stabilité relative, sur un an d'expérience, est meilleure que 2.10^{-9} .

Annexes

Annexe A

Calibration expérimentale de la profondeur du réseau optique créé par deux faisceaux de Bragg

Cette annexe est un complément à la partie 5.2.2 du chapitre 5.

Nous rappelons que deux faisceaux de Bragg, de longueur d'onde $\frac{2\pi}{k} = 532$ nm, et faisant l'un avec l'autre un angle θ , se croisent au niveau du BEC de Chrome. Il créent ainsi un réseau optique dont nous cherchons à déterminer la profondeur U_0 .

Problématique : Le but de la discussion suivante est d'établir, aux faibles angles θ tels que $q\xi = 2k\sin(\theta/2)\xi < 1$, une méthode de calibration de la profondeur du réseau optique nous permettant, à une puissance laser donnée, de déterminer la profondeur U_0 du réseau optique. En excitant une transition Bragg d'ordre n , consistant en l'absorption-ré-émission de n photons, on peut fournir au BEC un moment $n\hbar\mathbf{q}$. Si n est suffisamment grand, on peut avoir $nq\xi \gg 1$ alors que $q\xi < 1$. La transition à n photons a donc lieu dans le régime des particules et on a alors $\frac{n^2\hbar^2q^2}{2m} \gg \mu$, où μ est le potentiel chimique du BEC. L'énergie fournie aux atomes est donc, d'après (5.11), environ égale à $\frac{n^2\hbar^2q^2}{2m} + \mu \approx \frac{n^2\hbar^2q^2}{2m}$.

Si $U_0 \gg \mu$, on peut exciter, en superposant aux atomes un réseau optique immobile de profondeur U_0 , les transitions Bragg d'ordre inférieur à n_{max} , où n_{max} est défini par ([201]) :

$$U_0 \approx \frac{n_{max}^2\hbar^2q^2}{2m} = \frac{\hbar^2k_{max}^2}{2m} \quad (\text{A.1})$$

avec $k_{max} = n_{max}q$. Dès que l'ordre d'une transition est supérieur à n_{max} , son énergie étant alors supérieure à U_0 , on peut négliger cette transition.

Cela se comprend classiquement en constatant que l'énergie cinétique maximale que peut fournir un potentiel piégeant à une particule est égale à sa profondeur.

L'approximation de U_0 par $\frac{n_{max}^2 \hbar^2 q^2}{2m}$ est d'autant plus précise que U_0 est grand devant $\frac{\hbar^2 q^2}{2m}$, c'est à dire quand ce réseau optique possède un grand nombre bandes vibrationnelles liées ([202]). On retrouve cette relation dans [201]. Pour un angle de $14,5^\circ$ entre les deux faisceaux Bragg, on peut atteindre, pour des faisceaux ayant chacun une puissance d'environ 1 W, une profondeur U_0 telle que $\sqrt{\frac{U_0}{\frac{\hbar^2 q^2}{2m}}} \approx 86$. La profondeur du réseau est ici estimée d'après les waists théoriques des deux faisceaux Bragg sur le condensat, de $40 \mu m$ et $32 \mu m$.

Méthode expérimentale : Le résultat de l'équation (A.1) nous permet donc de mettre en œuvre une méthode de calibration de la profondeur du réseau Bragg à faible angle entre les deux faisceaux de Bragg. Nous cherchons ici à mesurer la fréquence de Rabi à deux photons $\frac{U_0}{2\hbar}$, définie en partie 5.2.1, pour une puissance donnée des faisceaux. On superpose donc au condensat pendant une durée T_{pulse} un réseau optique immobile, formé par deux faisceaux de même fréquence. La profondeur de ce dernier doit, comme on vient de le voir, être très largement supérieure au potentiel chimique du BEC. On représente le BEC excité dans l'espace des moments en prenant une image de ce dernier après un temps de vol de 5 ms et on observe un étirement symétrique du condensat le long de la direction de l'excitation, bien au delà de sa taille naturelle (fig. A.1). On fait varier la durée de l'excitation pour mesurer le moment $\hbar k_{max}$ qu'il est possible de fournir aux atomes. La profondeur du réseau est ainsi calculée grâce à la relation (A.1).

La figure A.1 présente l'image ainsi obtenue, après un temps de vol de 5 ms, lorsque les faisceaux de Bragg forment un angle de $14,5^\circ$. La puissance moyenne $P_{moy} = \sqrt{P_1 P_2}$ où P_1 et P_2 sont respectivement les puissances du faisceau de référence et du faisceau mobile, est de $900 mW \pm 10 \%$. On mesure le moment maximal du BEC excité après TOF à $k_{max} \approx 7.10^7 m^{-1} \pm 10 \%$, ce qui nous donne une profondeur $U_0/\hbar = 450 kHz \pm 20 \%$. La profondeur théorique obtenue pour un réseau optique formé de faisceaux de même puissance est de 1,3 MHz. Cette valeur découle du calcul théorique du décalage lumineux induit par ces faisceaux sur l'état fondamental 7S_3 ([83, 89]). Une cause probable du fort écart observé entre la valeur expérimentale et théorique de la profondeur du réseau optique est une erreur dans l'estimation des waists des faisceaux Bragg au niveau des atomes. La valeur expérimentale de la profondeur du réseau optique, $U_0/\hbar = 450 kHz$ est cohérente avec les profondeurs maximales des réseaux optiques utilisés dans des expériences précédentes ([81]).

Cette méthode de calibration nous permet d'obtenir à forte puissance laser la profondeur U_0 du réseau optique créé par les faisceaux de Bragg. Cette dernière étant proportionnelle à $\sqrt{P_1 P_2}$, il est donc possible d'en déduire la pulsation de Rabi à deux photons $\Omega_B = \frac{U_0}{2\hbar}$ à n'importe quelle puissance laser. Cela s'avère utile dans la comparaison des spectres d'excitation théoriques établis dans la partie 5.3.2 avec les résultats

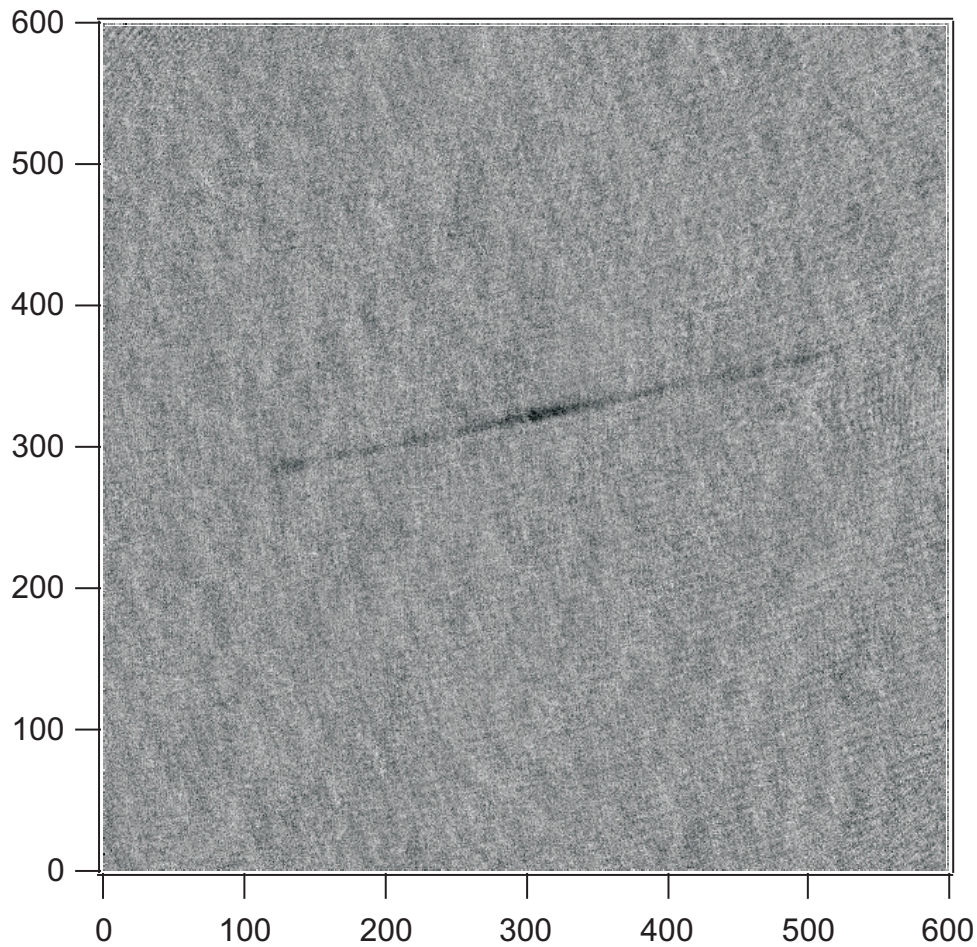


FIGURE A.1 – *Diffraction du BEC par un réseau optique pulsé pendant une durée de $150 \mu\text{s}$. La puissance des deux faisceaux de Bragg est de $900\text{mW} \pm 10 \%$. L'angle entre les deux faisceaux est ici de $14,5^\circ$. L'image est prise après un TOF de 5ms . Les coordonnées sont exprimées en pixels, qui correspondent à des carrés de côté $2,04 \mu\text{m}$ au niveau du BEC. Sur cette image, on voit que le condensat s'allonge sur une demi-longueur de 200 ± 20 pixels, ce qui nous permet de calculer le moment k_{max} transféré aux atomes par le réseau optique.*

expérimentaux de la partie 5.4. Nous utilisons cette calibration pour mesurer, à partir de nos spectres d'excitation expérimentaux, le facteur de structure statique $S_{\mathbf{q}}$ (voir partie 5.4.5).

Annexe B

Élargissement Doppler d'un spectre de diffusion de Bragg

Cette annexe propose, en complément à la partie 5.3.2 du chapitre 5, un raisonnement intuitif pour calculer l'élargissement, dû à la longueur de cohérence finie du condensat, d'un spectre de diffusion Bragg.

Élargissement Doppler dans le régime des particules : Dans le régime des particules, l'élargissement Doppler du spectre de l'excitation de Bogoliubov de moment $\hbar\mathbf{q}$ se calcule de la même façon que pour une particule libre ([14, 168]) dont le moment initial est défini à $\hbar\Delta q$ près, la largeur Δq étant définie dans la formule (5.108). Pour une particule libre de moment initial \mathbf{q}' , la fréquence de résonance d'une impulsion Bragg de moment $\hbar\mathbf{q}$ est est décalée par effet Doppler de $\hbar\mathbf{q}\cdot\mathbf{q}'/m$ ([203]). Si la particule a une distribution en impulsion, projetée sur l'axe d'excitation, de largeur Δq , on obtient donc la largeur Doppler $\Delta\omega_D^0$ qui s'écrit :

$$\Delta\omega_D^0 = \frac{\hbar q \Delta q}{m} \quad (\text{B.1})$$

Dans ce régime, le pic de résonance élargi par effet Doppler est une distribution que l'on considère gaussienne, d'écart type $\hbar\Delta\omega_D^0$ (demi-largeur à $1/\sqrt{e}$ pour une gaussienne).

Élargissement Doppler dans le cas général : Dans le cas général, pour un condensat de densité n en un point donné, l'excitation en ce point est, dans la LDA, constituée de $N_{\mathbf{q}} = 2|u_{\hbar\mathbf{q}}(n)|^2 - 1$ particules (voir partie 5.1.1), avec, d'après la formule (5.25),

$$|u_{\hbar\mathbf{q}}(n)|^2 = \frac{\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0 + g_{\mathbf{q}}n}{2\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}(n)} + \frac{1}{2} \quad (\text{B.2})$$

où $g_{\mathbf{q}} = g(1 + \epsilon_{dd}(3\cos^2\theta_{\mathbf{q}} - 1))$.

Pour un condensat homogène de densité n , une excitation Bragg de moment $\hbar\mathbf{q}$ mène à la création d'une quasi-particule constituée de $|u_{\hbar\mathbf{q}}(n)|^2$ particules de moment $\hbar\mathbf{q}$ et $|u_{\hbar\mathbf{q}}(n)|^2 - 1$ particules de moment $-\hbar\mathbf{q}$. Lorsque, par contre, le condensat a une taille finie, les $N_{\mathbf{q}}$ particules excitées ont chacune un moment initial distinct $\hbar\mathbf{q}'_j$ ($j = 1 \dots N_{\mathbf{q}}$) qui peut ne pas être nul en raison du principe d'incertitude. Il s'ensuit un mélange d'ondes entre les ondes planes de moment $\hbar\mathbf{q}$, $-\hbar\mathbf{q}$ et $\hbar\mathbf{q}'_j$ ($j = 1 \dots N_{\mathbf{q}}$). $|u_{\hbar\mathbf{q}}(n)|^2$ particules reçoivent le moment $\hbar\mathbf{q}$ et $|u_{\hbar\mathbf{q}}(n)|^2 - 1$ particules le moment $-\hbar\mathbf{q}$. Le moment total $\hbar\mathbf{k}$ de l'excitation est donc ici :

$$\hbar\mathbf{k} = \sum_1^{|u_{\hbar\mathbf{q}}|^2} \hbar(\mathbf{q}'_j + \mathbf{q}) + \sum_{|u_{\hbar\mathbf{q}}|^2+1}^{2|u_{\hbar\mathbf{q}}|^2-1} \hbar(\mathbf{q}'_j - \mathbf{q}) \quad (\text{B.3})$$

Le premier terme du membre de droite correspond aux atomes ayant gagné un moment $\hbar\mathbf{q}$ et le second terme, aux atomes ayant gagné un moment $-\hbar\mathbf{q}$. On remarque que le moment $\hbar\mathbf{k}$ de l'excitation peut être différent de $\hbar\mathbf{q}$. Cela reflète le fait que \mathbf{q} n'est pas un bon nombre quantique, ce qui introduit des couplages de l'impulsion Bragg de moment $\hbar\mathbf{q}$ vers des quasi-particules de moments différents. La conservation du moment est vérifiée car le moment apporté au condensat par l'impulsion Bragg est bien $\hbar\mathbf{q}$.

L'énergie cinétique associée à $\hbar\mathbf{k}$ s'écrit :

$$E_{\hbar\mathbf{k}} = \sum_1^{|u_{\hbar\mathbf{q}}|^2} \frac{\hbar^2(\mathbf{q}'_j + \mathbf{q})^2}{2m} + \sum_{|u_{\hbar\mathbf{q}}|^2+1}^{2|u_{\hbar\mathbf{q}}|^2-1} \frac{\hbar^2(\mathbf{q}'_j - \mathbf{q})^2}{2m} \quad (\text{B.4})$$

Si on y soustrait l'énergie cinétique initiale $\sum_1^{N_{\mathbf{q}}} \frac{\hbar^2 \mathbf{q}'_j{}^2}{2m}$ des $N_{\mathbf{q}}$ particules, on obtient la composante cinétique de l'énergie à apporter aux atomes, par diffusion Bragg, pour exciter une quasi-particule :

$$E_{\hbar\mathbf{k}}^{(Bragg)} = N_{\mathbf{q}} \frac{\hbar^2 q^2}{2m} + \frac{\hbar^2 \mathbf{q}}{m} \cdot \left(\sum_1^{|u_{\hbar\mathbf{q}}|^2} \mathbf{q}'_j - \sum_{|u_{\hbar\mathbf{q}}|^2+1}^{2|u_{\hbar\mathbf{q}}|^2-1} \mathbf{q}'_j \right) \quad (\text{B.5})$$

Le deuxième terme du membre de droite correspond au décalage Doppler dû au moments initiaux $\hbar\mathbf{q}'_j$ ($j = 1 \dots N_{\mathbf{q}}$). Si on l'appelle $E_{\hbar\mathbf{k}}^{(Doppler)}$, on a donc :

$$E_{\hbar\mathbf{k}}^{(Doppler)} = \frac{\hbar^2 q}{m} \left(\sum_1^{|u_{\hbar\mathbf{q}}|^2} q'_j \cos \theta_j - \sum_{|u_{\hbar\mathbf{q}}|^2+1}^{2|u_{\hbar\mathbf{q}}|^2-1} q'_j \cos \theta_j \right) \quad (\text{B.6})$$

où θ_j est l'angle que fait le vecteur \mathbf{q}'_j , de norme q'_j ($j = 1 \dots N_{\mathbf{q}}$), avec \mathbf{q} .

Les projections $\hbar q'_j \cos \theta_j$ des moments initiaux sur l'axe d'excitation sont, comme nous l'avons dit plus haut, des variables aléatoires dont la loi est approximée par une

gaussienne de largeur $\hbar\Delta q$. Si l'on fait l'hypothèse que les moments initiaux de chaque atome excité sont indépendants, $E_{\hbar\mathbf{k}}^{(Doppler)}$ est alors une somme de $N_{\mathbf{q}} = 2|u_{\hbar\mathbf{q}}(n)|^2 - 1$ variables aléatoires gaussiennes indépendantes d'écart-type $\hbar\Delta\omega_D^0$. L'écart type du décalage Doppler $E_{\hbar\mathbf{k}}^{(Doppler)}$, ou largeur Doppler, est donc :

$$\hbar\Delta\omega_D(n) = \sqrt{2|u_{\hbar\mathbf{q}}(n)|^2 - 1} \frac{\hbar^2 q \Delta q}{m} \quad (\text{B.7})$$

On retrouve bien un élargissement $\hbar\Delta\omega_D^0$ dans le régime des particules, où $|u_{\hbar\mathbf{q}}|^2 = 1$. Dans la limite phononique ($q \ll \xi^{-1}$), où $|u_{\hbar\mathbf{q}}|^2 \approx \frac{mc_s}{2\hbar q}$, on trouve

$$\hbar\Delta\omega_D(n) = \frac{\hbar\Delta q \sqrt{\hbar q m c_s}}{m} \quad (\text{B.8})$$

Notons que nous avons ici tenu compte de l'aspect cohérent de la distribution en impulsion du BEC. En effet, considérer, à l'inverse, le BEC comme étant dans un mélange statistique de différents moments $\hbar\mathbf{q}'_j$ conduit à dire que chaque excitation concerne des atomes ayant tous le même moment initial. On trouve donc pour chaque moment $\hbar\mathbf{q}'_j$ un décalage Doppler $\frac{\hbar^2 q'_j \cos \theta_j}{m}$ sur la fréquence de résonance de l'excitation par diffusion Bragg. L'élargissement Doppler de ce pic de résonance est donc dans ce cas $\frac{\hbar^2 q \Delta q}{m} = \hbar\Delta\omega_D^0$ pour toute valeur de $\hbar q$. Cette solution, bien que plus simple que la formule (B.7) établie précédemment, nous semble être moins conforme que cette dernière à la physique d'un BEC piégé. Nous utilisons donc, dans nos calculs théoriques, la formule (B.7), que nous appliquons dans le régime phononique et dans le régime des particules.

Facteur de structure dynamique : On peut définir une distribution $S_D(\mathbf{q}, \omega)$ qui tient le rôle de facteur de structure dynamique lorsque l'on tient compte de l'inhomogénéité du condensat dans la LDA ainsi que de l'élargissement Doppler :

$$S_D(\mathbf{q}, \omega) = \int d\omega' S(\mathbf{q}, \omega') \frac{1}{\Delta\omega_D(n(\omega'))\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\omega-\omega')^2}{2\Delta\omega_D(n(\omega'))^2}} \quad (\text{B.9})$$

Dans l'intégrale du membre de droite, la densité n donne lieu, dans la LDA, à une quasi-particule d'énergie $\hbar\omega'$. On a donc, d'après (5.96), $n = \frac{1}{g_{\mathbf{q}}} \frac{(\hbar\omega')^2 - \epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0}{2\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0}$.

En insérant (B.7) et (B.2) dans (B.9), on trouve enfin :

$$S_D(\mathbf{q}, \omega) = \int d\omega' S(\mathbf{q}, \omega') \frac{1}{\Delta\omega_D(\omega')\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\omega-\omega')^2}{2\Delta\omega_D(\omega')^2}} \quad (\text{B.10})$$

où

$$\Delta\omega_D(\omega') = \sqrt{\frac{(\hbar\omega')^2 + \epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0}{2\epsilon_{\hbar\mathbf{q}}^0} \frac{\hbar q \Delta q}{m}} \quad (\text{B.11})$$

En figure B.1, nous comparons la courbe de $S_D(\mathbf{q}, \omega)$, obtenue avec une largeurs Doppler valant $\Delta\omega_D(n)$ (formule (B.7)), avec la courbe obtenue en utilisant comme largeur la valeur de $\Delta\omega_D^0$ (formule (B.1)). Nous faisons figurer ces spectres pour $q\xi = 0,33$, $q\xi = 0,80$ et $q\xi = 4,2$. Le désaccord entre les largeurs des distributions obtenues avec les deux méthodes est de plus en plus marqué lorsque la longueur d'onde d'excitation augmente. On a en effet, si $q\xi \ll 1$, $\Delta\omega_D(n)/\Delta\omega_D^0 \propto 1/\sqrt{q}$. Ces courbes montrent que notre raisonnement intuitif est celui qui prévoit le plus grand élargissement. A $q\xi = 4,2$, où l'on est presque dans le régime des particules, on a $\Delta\omega_D(n) \approx \Delta\omega_D^0$, les deux spectres étant alors indistinguables.

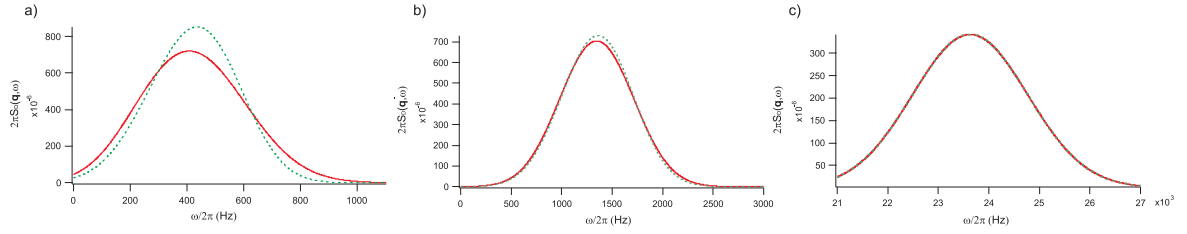


FIGURE B.1 – *Comparaison entre courbes des facteurs de structure dynamiques obtenus à l'aide de notre raisonnement intuitif sur l'élargissement Doppler, et ceux utilisant l'élargissement Doppler $\Delta\omega_D^0$ s'appliquant à une particule libre, à $q\xi = 0,33$ (figure a)), $q\xi = 0,80$ (figure b)) et $q\xi = 4,2$ (figure c)). Trait plein rouge : la largeur Doppler utilisée est la valeur de $\Delta\omega_D(n)$ découlant de notre raisonnement. Pointillés verts : la largeur Doppler utilisée est la valeur de $\Delta\omega_D^0$.*

Bibliographie

- [1] A. Einstein. Quantentheorie des einatomigen idealen gases. *Sitzber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.*, 1(3), 1925. [3](#)
- [2] M.O. Mewes, MR Andrews, NJ Van Druten, DM Kurn, DS Durfee, and W. Ketterle. Bose-einstein condensation in a tightly confining dc magnetic trap. *Physical review letters*, 77(3) :416–419, 1996. [3](#), [6](#), [30](#)
- [3] M.H. Anderson, J.R. Ensher, M.R. Matthews, C.E. Wieman, and E.A. Cornell. Observation of bose-einstein condensation in a dilute atomic vapor. *science*, 269(5221) :198, 1995. [3](#), [6](#)
- [4] C.C. Bradley, C.A. Sackett, J.J. Tollett, and R.G. Hulet. Evidence of Bose-Einstein condensation in an atomic gas with attractive interactions. *Physical Review Letters*, 75(9) :1687–1690, 1995. [3](#), [7](#)
- [5] MR Matthews, BP Anderson, PC Haljan, DS Hall, CE Wieman, and EA Cornell. Vortices in a Bose-Einstein condensate. *Physical Review Letters*, 83(13) :2498–2501, 1999. [3](#)
- [6] C. Raman, M. Köhl, R. Onofrio, DS Durfee, CE Kuklewicz, Z. Hadzibabic, and W. Ketterle. Evidence for a critical velocity in a bose-einstein condensed gas. *Physical review letters*, 83(13) :2502–2505, 1999. [3](#), [222](#)
- [7] KW Madison, F. Chevy, W. Wohlleben, and J. Dalibard. Vortex formation in a stirred Bose-Einstein condensate. *Physical Review Letters*, 84(5) :806–809, 2000. [3](#), [93](#)
- [8] R. Onofrio, C. Raman, JM Vogels, JR Abo-Shaeer, AP Chikkatur, and W. Ketterle. Observation of superfluid flow in a bose-einstein condensed gas. *Physical review letters*, 85(11) :2228–2231, 2000. [3](#)
- [9] JR Abo-Shaeer, C. Raman, JM Vogels, and W. Ketterle. Observation of vortex lattices in bose-einstein condensates. *Science*, 292(5516) :476, 2001. [3](#)
- [10] LD Landau. On a two-fluid model of superfluid helium. *J. Phys.*, 5 :71–90, 1941. [3](#), [123](#), [135](#)
- [11] N.N. Bogoliubov. On the theory of superfluidity. *J. Phys. (USSR)*, 11(23) :2–4, 1947. [3](#), [123](#)

- [12] D. M. Stamper-Kurn, A. P. Chikkatur, A. Görlitz, S. Inouye, S. Gupta, D. E. Pritchard, and W. Ketterle. Excitation of phonons in a Bose-Einstein condensate by light scattering. *Physical review letters*, 83(15) :2876–2879, 1999. [3](#), [6](#), [93](#), [145](#), [147](#), [157](#), [177](#)
- [13] J. Steinhauer, R. Ozeri, N. Katz, and N. Davidson. Excitation spectrum of a Bose-Einstein condensate. *Physical review letters*, 88(12) :120407, 2002. [3](#), [30](#), [129](#), [145](#), [157](#), [159](#)
- [14] J. Stenger, S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, D. E. Pritchard, and W. Ketterle. Bragg spectroscopy of a Bose-Einstein condensate. *Physical review letters*, 82(23) :4569–4573, 1999. [3](#), [6](#), [128](#), [145](#), [174](#), [180](#), [231](#)
- [15] I. Bloch, J. Dalibard, and W. Zwerger. Many-body physics with ultracold gases. *Reviews of Modern Physics*, 80(3) :885, 2008. [3](#)
- [16] B.L. Tolra, KM O’Hara, JH Huckans, WD Phillips, SL Rolston, and JV Porto. Observation of reduced three-body recombination in a correlated 1d degenerate bose gas. *Physical review letters*, 92(19) :190401, 2004. [3](#)
- [17] T. Kinoshita, T. Wenger, and D.S. Weiss. Observation of a one-dimensional tonks-girardeau gas. *Science*, 305(5687) :1125, 2004. [3](#)
- [18] B. Paredes, A. Widera, V. Murg, O. Mandel, S. Fölling, I. Cirac, G.V. Shlyapnikov, T.W. Hänsch, and I. Bloch. Tonks–Girardeau gas of ultracold atoms in an optical lattice. *Nature*, 429(6989) :277–281, 2004. [3](#)
- [19] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T.W. Hänsch, and I. Bloch. Quantum phase transition from a superfluid to a mott insulator in a gas of ultracold atoms. *Nature*, 415(6867) :39–44, 2002. [3](#)
- [20] IB Spielman, WD Phillips, and JV Porto. Mott-insulator transition in a two-dimensional atomic bose gas. *Physical review letters*, 98(8) :80404, 2007. [3](#)
- [21] A. Griesmaier, J. Werner, S. Hensler, J. Stuhler, and T. Pfau. Bose-einstein condensation of chromium. *Physical review letters*, 94(16) :160401, 2005. [3](#)
- [22] A. Griesmaier, J. Stuhler, T. Koch, M. Fattori, T. Pfau, and S. Giovanazzi. Comparing contact and dipolar interactions in a Bose-Einstein condensate. *Physical review letters*, 97(25) :250402, 2006. [4](#), [99](#)
- [23] J. Stuhler, A. Griesmaier, T. Koch, M. Fattori, T. Pfau, S. Giovanazzi, P. Pedri, and L. Santos. Observation of dipole-dipole interaction in a degenerate quantum gas. *Physical review letters*, 95(15) :150406, 2005. [4](#), [83](#), [84](#), [99](#)
- [24] D.H.J. O’Dell, S. Giovanazzi, and C. Eberlein. Exact hydrodynamics of a trapped dipolar Bose-Einstein condensate. *Physical review letters*, 92(25) :250401, 2004. [4](#), [9](#), [83](#), [86](#), [95](#), [97](#), [99](#), [117](#), [119](#), [188](#)
- [25] C. Eberlein, S. Giovanazzi, and D.H.J. O’Dell. Exact solution of the Thomas-Fermi equation for a trapped Bose-Einstein condensate with dipole-dipole interactions. *Physical Review A*, 71(3) :033618, 2005. [4](#), [83](#), [86](#), [95](#)

- [26] K. Góral and L. Santos. Ground state and elementary excitations of single and binary Bose-Einstein condensates of trapped dipolar gases. *Physical Review A*, 66(2) :023613, 2002. [4](#), [9](#), [221](#)
- [27] L. Santos. *Theory of dipolar quantum gases*. Les Houches summer school, July 2010. [4](#), [8](#), [10](#), [86](#), [132](#), [133](#)
- [28] S. Ronen, D.C.E. Bortolotti, and J.L. Bohn. Radial and angular rotons in trapped dipolar gases. *Physical review letters*, 98(3) :30406, 2007. [4](#)
- [29] L. Santos, GV Shlyapnikov, P. Zoller, and M. Lewenstein. Bose-Einstein condensation in trapped dipolar gases. *Physical Review Letters*, 85(9) :1791–1794, 2000. [4](#), [10](#), [86](#), [142](#)
- [30] L. Santos, G. V. Shlyapnikov, P. Zoller, and M. Lewenstein. Erratum : Bose-einstein condensation in trapped dipolar gases [phys. rev. lett. 85, 1791 (2000)]. *Phys. Rev. Lett.*, 88 :139904, Mar 2002. [4](#)
- [31] T. Lahaye, J. Metz, B. Fröhlich, T. Koch, M. Meister, A. Griesmaier, T. Pfau, H. Saito, Y. Kawaguchi, and M. Ueda. d-wave collapse and explosion of a dipolar Bose-Einstein condensate. *Physical review letters*, 101(8) :80401, 2008. [4](#), [86](#)
- [32] L. Santos, GV Shlyapnikov, and M. Lewenstein. Roton-maxon spectrum and stability of trapped dipolar bose-einstein condensates. *Physical review letters*, 90(25) :250403, 2003. [4](#), [142](#), [203](#), [222](#)
- [33] R.M. Wilson, S. Ronen, J.L. Bohn, and H. Pu. Manifestations of the roton mode in dipolar Bose-Einstein condensates. *Physical review letters*, 100(24) :245302, 2008. [4](#)
- [34] RP Feynman and M. Cohen. Energy spectrum of the excitations in liquid helium. *Physical Review*, 102(5) :1189, 1956. [4](#)
- [35] L.D. Landau. The theory of superfluidity of helium I. *J. Phys. (USSR)*, 5(71), 1941. [4](#)
- [36] O. Dutta and P. Meystre. Ground-state structure and stability of dipolar condensates in anisotropic traps. *Phys. Rev. A*, 75 :053604, May 2007. [4](#)
- [37] S. Komineas and NR Cooper. Vortex lattices in bose-einstein condensates with dipolar interactions beyond the weak-interaction limit. *Physical Review A*, 75(2) :023623, 2007. [4](#)
- [38] GE Astrakharchik and LP Pitaevskii. Motion of a heavy impurity through a bose-einstein condensate. *Physical Review A*, 70(1) :013608, 2004. [4](#)
- [39] S. De Palo, E. Orignac, R. Citro, and ML Chiofalo. Low-energy excitation spectrum of one-dimensional dipolar quantum gases. *Physical Review B*, 77(21) :212101, 2008. [4](#)
- [40] P. Pedri, S. De Palo, E. Orignac, R. Citro, and ML Chiofalo. Collective excitations of trapped one-dimensional dipolar quantum gases. *Physical Review A*, 77(1) :015601, 2008. [4](#)

- [41] J.I. Cirac and P. Zoller. Quantum computations with cold trapped ions. *Physical Review Letters*, 74(20) :4091–4094, 1995. 4
- [42] D. Hanneke, JP Home, JD Jost, JM Amini, D. Leibfried, and DJ Wineland. Realization of a programmable two-qubit quantum processor. *Nature Physics*, 6(1) :13–16, 2009. 4
- [43] S. Hensler, J. Werner, A. Griesmaier, PO Schmidt, A. Görlitz, T. Pfau, S. Giovanazzi, and K. Rzazewski. Dipolar relaxation in an ultra-cold gas of magnetically trapped chromium atoms. *Applied Physics B : Lasers and Optics*, 77(8) :765–772, 2003. 5, 208, 209, 223
- [44] R. Chicireanu, Q. Beaufils, A. Poudereux, B. Laburthe-Tolra, E. Marechal, JV Porto, L. Vernac, JC Keller, and O. Gorceix. Accumulation and thermalization of cold atoms in a finite-depth magnetic trap. *Physical Review A*, 76(2) :023406, 2007. 5, 41
- [45] J. Söding, D. Guéry-Odelin, P. Desbiolles, G. Ferrari, and J. Dalibard. Giant spin relaxation of an ultracold cesium gas. *Phys. Rev. Lett.*, 80 :1869–1872, Mar 1998. 5, 208
- [46] M. Lu, N.Q. Burdick, S.H. Youn, and B.L. Lev. Strongly dipolar bose-einstein condensate of dysprosium. *Physical Review Letters*, 107(19) :190401, 2011. 5, 222
- [47] M. Fattori, T. Koch, S. Goetz, A. Griesmaier, S. Hensler, J. Stuhler, and T. Pfau. Demagnetization cooling of a gas. *Nature Physics*, 2(11) :765–768, 2006. 5
- [48] Y. Kawaguchi, H. Saito, and M. Ueda. Einstein-de haas effect in dipolar bose-einstein condensates. *Physical review letters*, 96(8) :80405, 2006. 5, 214, 217
- [49] A. Einstein and W. J. de Haas. Experimenteller nachweis der ampereschen molekularstörme. *Verh. Dtsch. Phys. Ges.*, 17 :152–170, 1915. 5, 214
- [50] L. Santos and T. Pfau. Spin-3 chromium bose-einstein condensates. *Physical review letters*, 96(19) :190404, 2006. 5, 214, 215
- [51] R.B. Diener and T.L. Ho. ^{52}Cr spinor condensate : a biaxial or uniaxial spin nematic. *Physical review letters*, 96(19) :190405, 2006. 5, 215, 216
- [52] A.J. Berglund, J.L. Hanssen, and J.J. McClelland. Narrow-line magneto-optical cooling and trapping of strongly magnetic atoms. *Physical review letters*, 100(11) :113002, 2008. 5
- [53] M. Lu, S.H. Youn, and B.L. Lev. Trapping ultracold dysprosium : a highly magnetic gas for dipolar physics. *Physical review letters*, 104(6) :63001, 2010. 5
- [54] A. Gaëtan, Y. Miroshnychenko, T. Wilk, A. Chotia, M. Viteau, D. Comparat, P. Pillet, A. Browaeys, and P. Grangier. Observation of collective excitation of two individual atoms in the Rydberg blockade regime. *Nature Physics*, 5(2) :115–118, 2009. 5

- [55] T. Wilk, A. Gaëtan, C. Evellin, J. Wolters, Y. Miroshnychenko, P. Grangier, and A. Browaeys. Entanglement of two individual neutral atoms using Rydberg blockade. *Physical review letters*, 104(1) :10502, 2010. [5](#)
- [56] D. Jaksch, JI Cirac, P. Zoller, SL Rolston, R. Côté, and MD Lukin. Fast quantum gates for neutral atoms. *Physical review letters*, 85(10) :2208–2211, 2000. [5](#)
- [57] K.K. Ni, S. Ospelkaus, MHG De Miranda, A. Pe'er, B. Neyenhuis, JJ Zirbel, S. Kotochigova, PS Julienne, DS Jin, and J. Ye. A high phase-space-density gas of polar molecules. *Science*, 322(5899) :231, 2008. [6](#)
- [58] F. Lang, K. Winkler, C. Strauss, R. Grimm, and J.H. Denschlag. Ultracold triplet molecules in the rovibrational ground state. *Physical review letters*, 101(13) :133005, 2008. [6](#)
- [59] G.K. Brennen, C.M. Caves, P.S. Jessen, and I.H. Deutsch. Quantum logic gates in optical lattices. *Physical Review Letters*, 82(5) :1060–1063, 1999. [6](#)
- [60] G.K. Brennen, I.H. Deutsch, and C.J. Williams. Quantum logic for trapped atoms via molecular hyperfine interactions. *Physical Review A*, 65(2) :022313, 2002. [6](#)
- [61] D. DeMille. Quantum computation with trapped polar molecules. *Physical review letters*, 88(6) :67901, 2002. [6](#)
- [62] SF Yelin, K. Kirby, and R. Côté. Schemes for robust quantum computation with polar molecules. *Physical Review A*, 74(5) :050301, 2006. [6](#)
- [63] Q. Beaufils, R. Chicireanu, T. Zanon, B. Laburthe-Tolra, E. Maréchal, L. Vernac, J.C. Keller, and O. Gorceix. All-optical production of chromium bose-einstein condensates. *Physical Review A*, 77(6) :061601, 2008. [6](#), [13](#), [24](#), [27](#), [105](#), [208](#)
- [64] Q. Beaufils, A. Crubellier, T. Zanon, B. Laburthe-Tolra, E. Maréchal, L. Vernac, and O. Gorceix. Feshbach resonance in d-wave collisions. *Physical Review A*, 77 :061601, 2008. [6](#), [7](#), [211](#)
- [65] Q. Beaufils, A. Crubellier, T. Zanon, B. Laburthe-Tolra, É. Maréchal, L. Vernac, and O. Gorceix. Radio-frequency association of molecules : an assisted Feshbach resonance. *The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 56(1) :99–104, 2010. [6](#)
- [66] Q. Beaufils, T. Zanon, R. Chicireanu, B. Laburthe-Tolra, E. Maréchal, L. Vernac, J.C. Keller, and O. Gorceix. Radio-frequency-induced ground-state degeneracy in a bose-einstein condensate of chromium atoms. *Physical Review A*, 78(5) :051603, 2008. [6](#)
- [67] D.M. Stamper-Kurn. *Peeking and poking at a new quantum fluid : Studies of gaseous Bose-Einstein condensates in magnetic and optical traps*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2000. [6](#), [130](#), [143](#), [144](#), [147](#)
- [68] DS Jin, JR Ensher, MR Matthews, CE Wieman, and EA Cornell. Collective excitations of a Bose-Einstein condensate in a dilute gas. *Physical review letters*, 77(3) :420–423, 1996. [6](#), [93](#)

- [69] M.O. Mewes, MR Andrews, NJ Van Druten, DM Kurn, DS Durfee, CG Townsend, and W. Ketterle. Collective excitations of a bose-einstein condensate in a magnetic trap. *Physical review letters*, 77(6) :988–991, 1996. [6](#), [107](#)
- [70] G. Bismut, B. Pasquiou, E. Maréchal, P. Pedri, L. Vernac, O. Gorceix, and B. Laburthe-Tolra. Collective excitations of a dipolar Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 105(4) :040404, Jul 2010. [6](#), [122](#), [221](#)
- [71] B. Pasquiou, G. Bismut, Q. Beaufils, A. Crubellier, E. Maréchal, P. Pedri, L. Vernac, O. Gorceix, and B. Laburthe-Tolra. Control of dipolar relaxation in external fields. *Phys. Rev. A*, 81(4) :042716, Apr 2010. [6](#), [207](#), [210](#), [211](#), [212](#), [223](#)
- [72] B. Pasquiou, G. Bismut, E. Maréchal, P. Pedri, L. Vernac, O. Gorceix, and B. Laburthe-Tolra. Spin relaxation and band excitation of a dipolar Bose-Einstein condensate in 2d optical lattices. *Phys. Rev. Lett.*, 106(1) :015301, Jan 2011. [6](#), [207](#), [212](#), [213](#), [214](#), [215](#), [223](#)
- [73] B. Pasquiou, E. Maréchal, G. Bismut, P. Pedri, L. Vernac, O. Gorceix, and B. Laburthe-Tolra. Spontaneous demagnetization of a dipolar spinor bose gas in an ultralow magnetic field. *Physical Review Letters*, 106(25) :255303, 2011. [6](#), [207](#), [216](#), [217](#), [218](#), [223](#)
- [74] L.P. Pitaevskii and S. Stringari. *Bose-Einstein Condensation*, volume 116. Oxford University Press, USA, 2003. [7](#), [9](#), [29](#), [87](#), [91](#), [92](#), [93](#), [108](#), [109](#), [116](#), [124](#), [125](#), [126](#), [127](#), [128](#), [129](#), [130](#), [131](#), [135](#), [137](#), [153](#), [170](#)
- [75] TD Lee, K. Huang, and CN Yang. Eigenvalues and eigenfunctions of a Bose system of hard spheres and its low-temperature properties. *Physical Review*, 106 :1135–1145, 1957. [7](#), [126](#), [144](#)
- [76] J. Werner, A. Griesmaier, S. Hensler, J. Stuhler, T. Pfau, A. Simoni, and E. Tiesinga. Observation of Feshbach resonances in an ultracold gas of ^{52}Cr . *Physical review letters*, 94(18) :183201, 2005. [7](#), [211](#)
- [77] C.A. Sackett, H.T.C. Stoof, and R.G. Hulet. Growth and collapse of a Bose-Einstein condensate with attractive interactions. *Physical review letters*, 80(10) :2031–2034, 1998. [7](#)
- [78] S. Stringari. Collective excitations of a trapped Bose-condensed gas. *Physical review letters*, 77(12) :2360–2363, 1996. [9](#), [92](#), [221](#)
- [79] S. Giovanazzi, L. Santos, and T. Pfau. Collective oscillations of dipolar Bose-Einstein condensates and accurate comparison between contact and dipolar interactions. *Physical Review A*, 75(1) :015604, 2007. [9](#), [83](#), [99](#), [108](#), [119](#)
- [80] D. M. Stamper-Kurn and W. Ketterle. Course 2 : Spinor condensates and light scattering from Bose-Einstein condensates. *Coherent atomic matter waves*, page 137, 2001. [9](#), [130](#), [147](#), [159](#)
- [81] B. Pasquiou. *Effets de l'interaction dipôle-dipôle sur les propriétés magnétiques d'un condensat de chrome*. PhD thesis, Laboratoire de Physique des Lasers, Université Paris 13 Nord, 2011. [10](#), [15](#), [151](#), [207](#), [223](#), [228](#)

- [82] Q. Beaufiles. *Condensation de Bose-Einstein du Chrome et étude de collisions inélastiques dues aux interactions dipolaires*. PhD thesis, Laboratoire de Physique des Lasers, Université Paris 13 Nord, 2009. [13](#), [33](#), [38](#), [105](#)
- [83] R. Chicireanu. *Studies of cold chromium atoms in magnetic and optical traps : steps towards Bose-Einstein Condensation*. PhD thesis, Laboratoire de Physique des Lasers, Université Paris 13 Nord, 2007. [13](#), [21](#), [22](#), [33](#), [36](#), [40](#), [41](#), [145](#), [228](#)
- [84] A. Pouderous. *Refroidissement et piégeage d'atomes de chrome*. PhD thesis, Laboratoire de Physique des Lasers, Université Paris 13 Nord. [13](#), [20](#)
- [85] W. Ketterle, K.B. Davis, M.A. Joffe, A. Martin, and D.E. Pritchard. High densities of cold atoms in a dark spontaneous-force optical trap. *Physical Review Letters*, 70(15) :2253–2256, 1993. [23](#)
- [86] JS Melinger, S.R. Gandhi, A. Hariharan, JX Tull, and WS Warren. Generation of narrowband inversion with broadband laser pulses. *Physical review letters*, 68(13) :2000–2003, 1992. [25](#)
- [87] Q. Beaufiles, R. Chicireanu, A. Pouderous, W. de Souza Melo, B. Laburthe-Tolra, E. Maréchal, L. Vernac, JC Keller, and O. Gorceix. Averaging out magnetic forces with fast rf sweeps in an optical trap for metastable chromium atoms. *Physical Review A*, 77(5) :053413, 2008. [25](#)
- [88] Y. Castin and R. Dum. Bose-Einstein condensates in time dependent traps. *Physical review letters*, 77(27) :5315–5319, 1996. [29](#), [90](#), [157](#), [159](#)
- [89] R. Chicireanu, Q. Beaufiles, A. Pouderous, B. Laburthe-Tolra, É. Maréchal, L. Vernac, J.C. Keller, and O. Gorceix. Accumulation of chromium metastable atoms into an optical trap. *The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 45(2) :189–195, 2007. [40](#), [113](#), [114](#), [145](#), [228](#)
- [90] J. Stuhler, P.O. Schmidt, S. Hensler, J. Werner, J. Mlynek, and T. Pfau. Continuous loading of a magnetic trap. *Physical Review A*, 64(3) :031405, 2001. [41](#), [46](#)
- [91] P.O. Schmidt, S. Hensler, J. Werner, T. Binhammer, A. Görlitz, and T. Pfau. Continuous loading of cold atoms into a Ioffe–Pritchard magnetic trap. *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics*, 5 :S170, 2003. [41](#)
- [92] R. Chicireanu, A. Pouderous, R. Barbé, B. Laburthe-Tolra, E. Maréchal, L. Vernac, J.C. Keller, and O. Gorceix. Simultaneous magneto-optical trapping of bosonic and fermionic chromium atoms. *Physical Review A*, 73(5) :053406, 2006. [41](#)
- [93] Nist atomic spectra database. [46](#)
- [94] G. Bismut, B. Pasquiou, D. Ciampini, B. Laburthe-Tolra, E. Maréchal, L. Vernac, and O. Gorceix. Optimized loading of an optical dipole trap for the production of chromium becs. *Applied Physics B : Lasers and Optics*, 102 :1–9, 2011. [48](#), [80](#)

- [95] Tomoya Akatsuka, Masao Takamoto, and Hidetoshi Katori. Three-dimensional optical lattice clock with bosonic ^{88}Sr atoms. *Phys. Rev. A*, 81 :023402, Feb 2010. 50
- [96] K. Numata, A. Kemery, and J. Camp. Thermal-noise limit in the frequency stabilization of lasers with rigid cavities. *Physical review letters*, 93(25) :250602, 2004. 51
- [97] M. Notcutt, L.S. Ma, A.D. Ludlow, S.M. Foreman, J. Ye, and J.L. Hall. Contribution of thermal noise to frequency stability of rigid optical cavity via hertz-linewidth lasers. *Physical Review A*, 73(3) :031804, 2006. 51
- [98] J. Millo, DV Magalhães, C. Mandache, Y. Le Coq, EML English, PG Westergaard, J. Lodewyck, S. Bize, P. Lemonde, and G. Santarelli. Ultrastable lasers based on vibration insensitive cavities. *Physical Review A*, 79(5) :053829, 2009. 51, 56, 79
- [99] AD Ludlow, X. Huang, M. Notcutt, T. Zanon-Willette, SM Foreman, MM Boyd, S. Blatt, and J. Ye. Compact, thermal-noise-limited optical cavity for diode laser stabilization at 1×10^{-15} . *Optics Letters*, 32 :641–643, 2007. 51, 56, 76, 79
- [100] J. Alnis, A. Matveev, N. Kolachevsky, T. Udem, and T.W. Hänsch. Subhertz linewidth diode lasers by stabilization to vibrationally and thermally compensated ultralow-expansion glass Fabry-Pérot cavities. *Physical Review A*, 77(5) :053809, 2008. 51, 56, 58, 59, 76, 78, 79
- [101] C. Salomon, D. Hils, and JL Hall. Laser stabilization at the millihertz level. *J. Opt. Soc. Am. B : Opt. Phys. ;(United States)*, 5(8), 1988. 51
- [102] BC Young, FC Cruz, WM Itano, and JC Bergquist. Visible lasers with subhertz linewidths. *Physical Review Letters*, 82(19) :3799–3802, 1999. 51
- [103] V. Bernard, C. Daussy, G. Nogue, L. Constantin, PE Durand, A. Amy-Klein, A. Van Lerberghe, and C. Chardonnet. Co2 laser stabilization to 0.1-hz level using external electrooptic modulation. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 33(8) :1282–1287, 1997. 51
- [104] V. Bernard, PE Durand, T. George, HW Nicolaisen, A. Amy-Klein, and C. Chardonnet. Spectral purity and long-term stability of co2 lasers at the hertz level. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 31(11) :1913–1918, 1995. 51, 56, 59, 76, 79
- [105] RWP Drever, J.L. Hall, FV Kowalski, J. Hough, GM Ford, AJ Munley, and H. Ward. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. *Applied Physics B : Lasers and Optics*, 31(2) :97–105, 1983. 53
- [106] E. Black. Notes on pound-drever-hall technique. *LIGO Technical notes*, 1998. 53
- [107] E. Marechal. Methode de “lock” Pound Drever Hall. Note interne au groupe “Gaz Quantiques Dégénérés”, Laboratoire de Physique des Lasers, 2008. 53

- [108] R. W. Fox. Fabry-perot temperature dependence and surface-mounted optical cavities. In *Proceedings of SPIE, the International Society for Optical Engineering*, pages 70991R–1. Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers, 2008. 58
- [109] SA Webster, M. Oxborrow, S. Pugla, J. Millo, and P. Gill. Thermal-noise-limited optical cavity. *Physical Review A*, 77(3) :033847, 2008. 59
- [110] S. Bize. Private communication. 78
- [111] U. Fano. Effects of configuration interaction on intensities and phase shifts. *Physical Review*, 124(6) :1866, 1961. 86
- [112] JL Roberts, NR Claussen, SL Cornish, EA Donley, EA Cornell, and CE Wieman. Controlled collapse of a Bose-Einstein condensate. *Physical Review Letters*, 86(19) :4211–4214, 2001. 86
- [113] T. Lahaye, T. Koch, B. Fröhlich, M. Fattori, J. Metz, A. Griesmaier, S. Giovanazzi, and T. Pfau. Strong dipolar effects in a quantum ferrofluid. *Nature*, 448(7154) :672–675, 2007. 86
- [114] T. Lahaye, C. Menotti, L. Santos, M. Lewenstein, and T. Pfau. The physics of dipolar bosonic quantum gases. *Reports on Progress in Physics*, 72 :126401, 2009. 86
- [115] Vladan Vuletić, Andrew J. Kerman, Cheng Chin, and Steven Chu. Observation of low-field Feshbach resonances in collisions of cesium atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 82 :1406–1409, Feb 1999. 86
- [116] JL Roberts, NR Claussen, J.P. Burke Jr, C.H. Greene, EA Cornell, and CE Wieman. Resonant magnetic field control of elastic scattering in cold ^{85}Rb . *Physical review letters*, 81(23) :5109–5112, 1998. 86
- [117] P. Courteille, RS Freeland, DJ Heinzen, FA Van Abeelen, and BJ Verhaar. Observation of a Feshbach resonance in cold atom scattering. *Physical review letters*, 81(1) :69–72, 1998. 86
- [118] S. Inouye, MR Andrews, J. Stenger, H.J. Miesner, DM Stamper-Kurn, and W. Ketterle. Observation of Feshbach resonances in a bose-einstein condensate. *Nature*, 392(6672) :151–154, 1998. 86
- [119] T. Koch, T. Lahaye, J. Metz, B. Fröhlich, A. Griesmaier, and T. Pfau. Stabilization of a purely dipolar quantum gas against collapse. *Nature Physics*, 4(3) :218–222, 2008. 86, 142
- [120] F. Dalfovo, C. Menotti, S. Stringari, and L. Pitaevskii. Nonlinear dynamics of a Bose condensed gas. *Physics Letters A*, 227(3-4) :259–264, 1997. 89
- [121] Y. Kagan, EL Surkov, and GV Shlyapnikov. Evolution of a bose-condensed gas under variations of the confining potential. *Physical Review A*, 54(3) :1753–1756, 1996. 89

- [122] M. Edwards, PA Ruprecht, K. Burnett, RJ Dodd, and C.W. Clark. Collective excitations of atomic Bose-Einstein condensates. *Physical review letters*, 77(9) :1671–1674, 1996. [92](#)
- [123] M. Cozzini, S. Stringari, V. Bretin, P. Rosenbusch, and J. Dalibard. Scissors mode of a rotating Bose-Einstein condensate. *Physical Review A*, 67(2) :021602, 2003. [93](#)
- [124] R.M.W. van Bijnen, N.G. Parker, S. Kokkelmans, A.M. Martin, and D.H.J. O’Dell. Collective excitation frequencies and stationary states of trapped dipolar Bose-Einstein condensates in the Thomas-Fermi regime. *Physical Review A*, 82(3) :033612, 2010. [93](#), [223](#)
- [125] DM Stamper-Kurn, H.J. Miesner, S. Inouye, MR Andrews, and W. Ketterle. Collisionless and hydrodynamic excitations of a bose-einstein condensate. *Physical review letters*, 81(3) :500–503, 1998. [94](#), [107](#)
- [126] C. Buggle, P. Pedri, W. Von Klitzing, and JTM Walraven. Shape oscillations in nondegenerate Bose gases : Transition from the collisionless to the hydrodynamic regime. *Physical Review A*, 72(4) :043610, 2005. [94](#), [107](#)
- [127] V.M. Pérez-García, H. Michinel, JI Cirac, M. Lewenstein, and P. Zoller. Low energy excitations of a Bose-Einstein condensate : A time-dependent variational analysis. *Physical review letters*, 77(27) :5320–5323, 1996. [94](#), [121](#)
- [128] S. Giovanazzi, P. Pedri, L. Santos, A. Griesmaier, M. Fattori, T. Koch, J. Stuhler, and T. Pfau. Expansion dynamics of a dipolar Bose-Einstein condensate. *Physical Review A*, 74(1) :013621, 2006. [95](#), [96](#), [97](#), [98](#)
- [129] S. Giovanazzi, A. Görlitz, and T. Pfau. Tuning the dipolar interaction in quantum gases. *Physical review letters*, 89(13) :130401, 2002. [100](#), [102](#)
- [130] W. Vincent Liu. Theoretical study of the damping of collective excitations in a Bose-Einstein condensate. *Physical review letters*, 79(21) :4056–4059, 1997. [106](#), [107](#)
- [131] PO Fedichev, GV Shlyapnikov, and JTM Walraven. Damping of low-energy excitations of a trapped Bose-Einstein condensate at finite temperatures. *Physical review letters*, 80(11) :2269–2272, 1998. [107](#)
- [132] S. Giorgini. Damping in dilute bose gases : A mean-field approach. *Physical Review A*, 57(4) :2949, 1998. [107](#)
- [133] LP Pitaevskii and S. Stringari. Landau damping in dilute Bose gases. *Physics Letters A*, 235(4) :398–402, 1997. [107](#)
- [134] DS Jin, MR Matthews, JR Ensher, CE Wieman, and EA Cornell. Temperature-dependent damping and frequency shifts in collective excitations of a dilute bose-einstein condensate. *Physical review letters*, 78(5) :764–767, 1997. [107](#)
- [135] M. Leduc, J. Leonard, F.P. dos Santos, E. Jahier, S. Schwartz, and C. Cohen-Tannoudji. Hydrodynamic modes in a trapped gas of metastable helium above the bose-einstein transition. *Acta Physica Polonica B*, 33(8) :2213, 2002. [107](#)

- [136] G.Q. Li, L.B. Fu, J.K. Xue, X.Z. Chen, and J. Liu. Collective excitations of a Bose-Einstein condensate in an anharmonic trap. *Physical Review A*, 74(5) :055601, 2006. 109
- [137] F. Dalfovo, C. Menotti, and LP Pitaevskii. Frequency shift and mode coupling in the nonlinear dynamics of a Bose-condensed gas. *Physical Review A*, 56(6) :4855, 1997. 109, 116
- [138] G. Hechenblaikner, OM Marago, E. Hodby, J. Arlt, S. Hopkins, and CJ Foot. Observation of harmonic generation and nonlinear coupling in the collective dynamics of a Bose-Einstein condensate. *Physical Review Letters*, 85(4) :692–695, 2000. 109
- [139] S. Yi and L. You. Expansion of a dipolar condensate. *Phys. Rev. A*, 67(4) :045601, Apr 2003. 121
- [140] G. Bismut, B. Pasquiou, E. Marechal, P. Pedri, L. Vernac, B. Laburthe-Tolra, and O. Gorceix. Experimental study of excitations in a dipolar Bose-Einstein condensate. In *European Quantum Electronics Conference*. Optical Society of America, 2011. 122
- [141] A.R.P. Lima and A. Pelster. Beyond mean-field low-lying excitations of dipolar Bose gases. *Arxiv preprint arXiv :1111.0900*, 2011. 124, 172
- [142] Neil W. Ashcroft and N. David Mermin. *Solid State Physics*. Harcourt : Orlando, 1976. 125
- [143] SB Papp, JM Pino, RJ Wild, S. Ronen, CE Wieman, DS Jin, and EA Cornell. Bragg spectroscopy of a strongly interacting ^{85}Rb Bose-Einstein condensate. *Physical review letters*, 101(13) :135301, 2008. 128, 130
- [144] J. M. Vogels, K. Xu, C. Raman, J. R. Abo-Shaeer, and W. Ketterle. Experimental observation of the Bogoliubov transformation for a Bose-Einstein condensed gas. *Physical review letters*, 88(6) :60402, 2002. 129, 157
- [145] K. Huang. *Statistical Mechanics*. Wiley, 1987. 129
- [146] R. Ozeri. *Spectroscopy and Time-dynamics of Bogoliubov Excitations in a Bose-Einstein Condensate*. PhD thesis, Weizmann Institute of Science, 2003. 130, 147, 176
- [147] RP Feynman. Atomic theory of the two-fluid model of liquid helium. *Physical Review*, 94(2) :262, 1954. 130
- [148] A. Brunello, F. Dalfovo, L. Pitaevskii, S. Stringari, and F. Zambelli. Momentum transferred to a trapped Bose-Einstein condensate by stimulated light scattering. *Physical Review A*, 64(6) :063614, 2001. 131, 179, 181
- [149] A. P. Chikkatur. *Colliding and Moving Bose-Einstein Condensates : Studies of superfluidity and optical tweezers for condensate transport*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2002. 135

- [150] A.R.P. Lima and A. Pelster. Quantum fluctuations in dipolar bose gases. *Arxiv preprint arXiv :1103.4128*, 2011. 136
- [151] C. Ticknor, R.M. Wilson, and J.L. Bohn. Anisotropic superfluidity in a dipolar Bose gas. *Physical Review Letters*, 106(6) :65301, 2011. 141, 152, 173, 203, 222
- [152] P. Muruganandam and S. K. Adhikari. Anisotropic sound and schock waves in dipolar Bose-Einstein condensate. *Arxiv preprint arXiv :1111.5250v1*, 2011. 142, 145, 152, 173, 203
- [153] S. Müller, J. Billy, E. A. L. Henn, H. Kadau, A. Griesmaier, M. Jona-Lasinio, L. Santos, and T. Pfau. Stability of a dipolar bose-einstein condensate in a one-dimensional lattice. *Phys. Rev. A*, 84 :053601, Nov 2011. 142
- [154] D.W. Wang and E. Demler. Collective excitations and instabilities in multi-layer stacks of dipolar condensates. *Arxiv preprint arXiv :0812.1838*, 2008. 142, 203
- [155] U.R. Fischer. Stability of quasi-two-dimensional Bose-Einstein condensates with dominant dipole-dipole interactions. *Physical Review A*, 73(3) :031602, 2006. 143, 152, 173, 203
- [156] MR Andrews, DM Kurn, H.J. Miesner, DS Durfee, CG Townsend, S. Inouye, and W. Ketterle. Propagation of sound in a Bose-Einstein condensate. *Physical review letters*, 79(4) :553–556, 1997. 144
- [157] M. R. Andrews, D. M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, C. G. Townsend, S. Inouye, and W. Ketterle. Erratum : Propagation of sound in a bose-einstein condensate [phys. rev. lett. 79, 553 (1997)]. *Phys. Rev. Lett.*, 80 :2967–2967, Mar 1998. 145
- [158] L. Fallani, C. Fort, J. Lye, and M. Inguscio. Bose-Einstein condensate in an optical lattice with tunable spacing : transport and static properties. *Optics Express*, 13(11) :4303–4313, 2005. 149
- [159] TC Li, H. Kelkar, D. Medellin, and MG Raizen. Real-time control of the periodicity of a standing wave : an optical accordion. *Optics Express*, 16(8) :5465–5470, 2008. 149
- [160] R. Ozeri, J. Steinhauer, N. Katz, and N. Davidson. Direct observation of the phonon energy in a bose-einstein condensate by tomographic imaging. *Physical review letters*, 88(22) :220401, 2002. 157, 159, 162
- [161] A. P. Chikkatur, A. Görlitz, D. M. Stamper-Kurn, S. Inouye, S. Gupta, and W. Ketterle. Suppression and enhancement of impurity scattering in a Bose-Einstein condensate. *Physical Review Letters*, 85(3) :483–486, 2000. 157
- [162] J. Steinhauer, N. Katz, R. Ozeri, N. Davidson, C. Tozzo, and F. Dalfovo. Bragg spectroscopy of the multibranch Bogoliubov spectrum of elongated Bose-Einstein condensates. *Physical review letters*, 90(6) :60404, 2003. 157, 164
- [163] N. Katz, R. Ozeri, J. Steinhauer, N. Davidson, C. Tozzo, and F. Dalfovo. High sensitivity phonon spectroscopy of Bose-Einstein condensates using matter-wave interference. *Physical review letters*, 93(22) :220403, 2004. 157

- [164] J. M. Pino, R. J. Wild, P. Makotyn, D. S. Jin, and E. A. Cornell. Photon counting for Bragg spectroscopy of quantum gases. *Physical Review A*, 83(3) :033615, 2011. 162
- [165] M. Kozuma, L. Deng, EW Hagley, J. Wen, R. Lutwak, K. Helmerson, SL Rolston, and WD Phillips. Coherent splitting of Bose-Einstein condensed atoms with optically induced Bragg diffraction. *Physical review letters*, 82(5) :871–875, 1999. 165
- [166] EW Hagley, L. Deng, M. Kozuma, J. Wen, K. Helmerson, SL Rolston, and WD Phillips. A well-collimated quasi-continuous atom laser. *Science*, 283(5408) :1706, 1999. 165
- [167] J. Stenger, S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, D. E. Pritchard, and W. Ketterle. Erratum : Bragg spectroscopy of a Bose-Einstein condensate [phys. rev. lett. 82, 4569 (1999)]. *Phys. Rev. Lett.*, 84 :2283–2283, Mar 2000. 171, 177
- [168] F. Zambelli, L. Pitaevskii, DM Stamper-Kurn, and S. Stringari. Dynamic structure factor and momentum distribution of a trapped Bose gas. *Physical Review A*, 61(6) :063608, 2000. 176, 177, 180, 231
- [169] S. Richard, F. Gerbier, J. H. Thywissen, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect. Momentum spectroscopy of 1D phase fluctuations in Bose-Einstein condensates. *Physical review letters*, 91(1) :10405, 2003. 177
- [170] R. Ozeri, N. Katz, J. Steinhauer, and N. Davidson. Colloquium : Bulk Bogoliubov excitations in a Bose-Einstein condensate. *Reviews of modern physics*, 77(1) :187–205, 2005. 177
- [171] András Csordás, Robert Graham, and P. Szépfalusy. Off-resonance light scattering from Bose condensates in traps. *Phys. Rev. A*, 54 :R2543–R2546, Oct 1996. 177
- [172] A. Csordás, R. Graham, and P. Szépfalusy. Quasiparticle excitations and dynamical structure function of trapped Bose condensates in the WKB approximation. *Physical Review A*, 57(6) :4669, 1998. 177
- [173] B. Efron. Bootstrap methods : another look at the jackknife. *The annals of Statistics*, 7(1) :1–26, 1979. 183
- [174] J.M. Gerton, C.A. Sackett, B.J. Frew, and R.G. Hulet. Dipolar relaxation collisions in magnetically trapped ${}^7\text{Li}$. *Physical Review A*, 59(2) :1514, 1999. 208
- [175] O. Sirjean, S. Seidelin, J.V. Gomes, D. Boiron, C.I. Westbrook, A. Aspect, and GV Shlyapnikov. Ionization rates in a Bose-Einstein condensate of metastable helium. *Physical review letters*, 89(22) :220406, 2002. 208
- [176] T. Jelte, J.M. McNamara, W. Hogervorst, W. Vassen, V. Krachmalnicoff, M. Schellekens, A. Perrin, H. Chang, D. Boiron, A. Aspect, et al. Comparison of the Hanbury Brown Twiss effect for bosons and fermions. *Nature*, 445(7126) :402–405, 2007. 212

- [177] M. Schellekens, R. Hoppeler, A. Perrin, J.V. Gomes, D. Boiron, A. Aspect, and C.I. Westbrook. Hanbury Brown Twiss effect for ultracold quantum gases. *Science*, 310(5748) :648, 2005. 212
- [178] EL Bolda, E. Tiesinga, and PS Julienne. Effective-scattering-length model of ultracold atomic collisions and feshbach resonances in tight harmonic traps. *Physical Review A*, 66(1) :013403, 2002. 212
- [179] E. Tiesinga, CJ Williams, FH Mies, and PS Julienne. Interacting atoms under strong quantum confinement. *Physical Review A*, 61(6) :063416, 2000. 212
- [180] DS Petrov, M. Holzmann, and GV Shlyapnikov. Bose-einstein condensation in quasi-2d trapped gases. *Physical review letters*, 84(12) :2551–2555, 2000. 212
- [181] DS Petrov and GV Shlyapnikov. Interatomic collisions in a tightly confined bose gas. *Physical Review A*, 64(1) :012706, 2001. 212
- [182] T. Bergeman, MG Moore, and M. Olshanii. Atom-atom scattering under cylindrical harmonic confinement : Numerical and analytic studies of the confinement induced resonance. *Physical review letters*, 91(16) :163201, 2003. 212
- [183] M. Olshanii. Atomic scattering in the presence of an external confinement and a gas of impenetrable bosons. *Physical review letters*, 81(5) :938–941, 1998. 212
- [184] A. Kastberg, WD Phillips, SL Rolston, RJC Spreeuw, and PS Jessen. Adiabatic cooling of cesium to 700 nk in an optical lattice. *Physical review letters*, 74(9) :1542–1545, 1995. 213
- [185] M. Greiner, I. Bloch, O. Mandel, T.W. Hänsch, and T. Esslinger. Exploring phase coherence in a 2D lattice of Bose-Einstein condensates. *Physical review letters*, 87(16) :160405, 2001. 213
- [186] DS Petrov, GV Shlyapnikov, and JTM Walraven. Regimes of quantum degeneracy in trapped 1d gases. *Physical review letters*, 85(18) :3745–3749, 2000. 214
- [187] K. Gawryluk, M. Brewczyk, K. Bongs, and M. Gajda. Resonant Einstein–de Haas effect in a rubidium condensate. *Physical review letters*, 99(13) :130401, 2007. 214
- [188] B. Sun and L. You. Observing the Einstein–de Haas effect with atoms in an optical lattice. *Physical review letters*, 99(15) :150402, 2007. 214
- [189] T.L. Ho. Spinor bose condensates in optical traps. *Physical review letters*, 81(4) :742–745, 1998. 215
- [190] Tetsuo Ohmi and Kazushige Machida. Bose-Einstein condensation with internal degrees of freedom in alkali atom gases. *Journal of the Physical Society of Japan*, 67(6) :1822–1825, 1998. 215
- [191] A.T. Black, E. Gomez, LD Turner, S. Jung, and P.D. Lett. Spinor dynamics in an antiferromagnetic spin-1 condensate. *Physical review letters*, 99(7) :70403, 2007. 215

- [192] M.S. Chang, CD Hamley, MD Barrett, JA Sauer, KM Fortier, W. Zhang, L. You, and MS Chapman. Observation of spinor dynamics in optically trapped ^{87}Rb Bose-Einstein condensates. *Physical review letters*, 92(14) :140403, 2004. 215
- [193] J. Kronjäger, C. Becker, P. Navez, K. Bongs, and K. Sengstock. Magnetically tuned spin dynamics resonance. *Phys. Rev. Lett.*, 97 :110404, Sep 2006. 215
- [194] L. E. Sadler, J. M. Higbie, S. R. Leslie, M. Vengalattore, and D. M. Stamper-Kurn. Spontaneous symmetry breaking in a quenched ferromagnetic spinor Bose-Einstein condensate. *Nature*, 443(7109) :312–315, 09 2006. 215
- [195] H. Schmaljohann, M. Erhard, J. Kronjäger, M. Kottke, S. Van Staa, L. Cacciapuoti, JJ Arlt, K. Bongs, and K. Sengstock. Dynamics of $f=2$ spinor Bose-Einstein condensates. *Physical review letters*, 92(4) :40402, 2004. 215
- [196] J. Stenger, S. Inouye, D. M. Stamper-Kurn, H. J. Miesner, A. P. Chikkatur, and W. Ketterle. Spin domains in ground-state Bose-Einstein condensates. *Nature*, 396(6709) :345–348, 11 1998. 215
- [197] Tomoya Isoshima, Tetsuo Ohmi, and Kazushige Machida. Double phase transitions in magnetized spinor bose-einstein condensation. *Journal of the Physical Society of Japan*, 69(12) :3864–3869, 2000. 218
- [198] B. Pasquiou, E. Marechal, L. Vernac, O. Gorceix, and B. Laburthe-Tolra. Thermodynamics of a bose einstein condensate with free magnetization. *Arxiv preprint arXiv :1110.0786*, 2011. 218
- [199] S. Burger, FS Cataliotti, C. Fort, F. Minardi, M. Inguscio, ML Chiofalo, and MP Tosi. Superfluid and dissipative dynamics of a bose-einstein condensate in a periodic optical potential. *Physical review letters*, 86(20) :4447–4450, 2001. 222
- [200] OM Marago, SA Hopkins, J. Arlt, E. Hodby, G. Hechenblaikner, and CJ Foot. Observation of the scissors mode and evidence for superfluidity of a trapped Bose-Einstein condensed gas. *Physical review letters*, 84(10) :2056–2059, 2000. 222
- [201] JH Huckans, IB Spielman, B.L. Tolra, WD Phillips, and JV Porto. Quantum and classical dynamics of a bose-einstein condensate in a large-period optical lattice. *Physical Review A*, 80(4) :043609, 2009. 227, 228
- [202] J.H. Denschlag, JE Simsarian, H. Häffner, C. McKenzie, A. Browaeys, D. Cho, K. Helmerson, SL Rolston, and WD Phillips. A Bose-Einstein condensate in an optical lattice. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 35 :3095, 2002. 228
- [203] K. Moler, D.S. Weiss, M. Kasevich, and S. Chu. Theoretical analysis of velocity-selective Raman transitions. *Physical Review A*, 45(1) :342–348, 1992. 231

Excitations d'un condensat de Bose-Einstein dipolaire

Résumé : Nos expériences ont été consacrées à l'étude d'un condensat de chrome, élément possédant un fort moment magnétique. Elles nous ont permis de mettre en évidence l'influence des interactions dipolaires sur les propriétés hydrodynamiques et magnétiques d'un condensat. Ces interactions sont, contrairement aux interactions de contact, anisotropes et à longue portée.

Nous avons étudié un mode d'oscillations collectives, de type quadrupolaire, du condensat de chrome. Nous avons observé que la fréquence de ce mode dépend légèrement de l'orientation des dipôles, fixée par le champ magnétique. De plus, nous avons utilisé la diffusion de Bragg pour sonder le spectre des excitations de Bogoliubov du condensat. Nous avons caractérisé l'effet des interactions dipolaires sur les énergies d'excitation. Dans le régime phononique, nous en avons déduit une anisotropie de la vitesse du son, qui dépend de la direction de propagation de l'onde sonore relativement à l'axe de polarisation des dipôles.

Nous avons également étudié les collisions inélastiques dues à l'interaction dipôle-dipôle, appelées relaxations dipolaires. Nous avons observé, d'une part, que le taux de collision est directement lié aux corrélations de paires dans le condensat, et d'autre part, que ce taux dépend fortement de la dimensionnalité du système. À très bas champ magnétique, nous avons mis en évidence une dynamique spinorielle, due aux interactions dipolaires, qui se traduit par une démagnétisation spontanée du condensat.

Ces expériences ont été facilitées par la mise au point d'une cavité optique passive "ultra-stable", utilisée pour asservir nos nouveaux lasers.

Mots clés : condensation de Bose-Einstein, chrome, interactions dipolaires, excitations collectives, excitations de Bogoliubov, diffusion de Bragg, relaxation dipolaire, démagnétisation, cavité optique.

Excitations of a dipolar Bose-Einstein condensate

Abstract : In our experiments, we have studied a chromium Bose-Einstein condensate. Because of the strong magnetic moment of chromium, these experiments enabled us to characterize the influence of dipolar interactions on the hydrodynamic and magnetic properties of a condensate. These interactions are anisotropic and long range, as opposed to contact interactions.

We have studied a "quadrupole-like" collective excitation mode of the chromium condensate. We have observed that the frequency of this mode is dependent on the orientations of the atomic dipoles, given by the direction of the external magnetic field. Moreover, we have used Bragg spectroscopy in order to measure the shift caused by dipolar interactions on the Bogoliubov excitations energies. In the phononic regime, our results reveal the anisotropy of the velocity of sound, which depends on the direction of the sound wave with respect to the axis of the dipoles.

We have also studied dipolar relaxation, which is a type of inelastic collision caused by dipolar interactions. We have observed that the collision rate is directly related to pair correlations in the condensate. Furthermore, we have shown that this rate is strongly dependent on the dimensionality of the system. At very low magnetic fields, dipolar interactions are responsible for a spontaneous demagnetization of the condensate, which we have also observed.

Our experiments were made easier by the building of a passive optical cavity, which was used to effectively stabilize our new lasers.

Keywords : Bose-Einstein condensation, chromium, dipolar interactions, collective excitations, Bogoliubov excitations, Bragg spectroscopy, dipolar relaxation, demagnetization, optical cavity